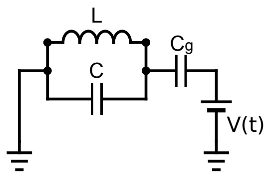
*Práctica 3* **Circuitos cuánticos** cQED Primer Cuatrimestre 29 de abril de 2025

La descripción cuántica de circuitos es un aspecto central de la electrodinámica cuántica de circuitos. A partir de modelos eléctricos sencillos, como resonadores LC y líneas de transmisión, hasta qubits de carga y dispositivos basados en SQUIDs, es posible construir modelos hamiltonianos que capturan la dinámica cuántica de estos sistemas. En esta guía estudiaremos cómo derivar estos modelos a partir de circuitos clásicos, identificar las variables canónicas relevantes y construir el espacio de Hilbert asociado.

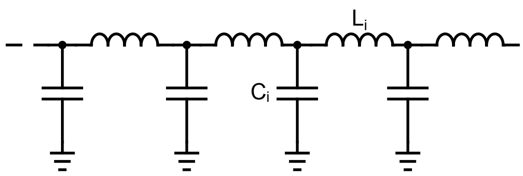
---

$\boxed{1}$ Considere los siguientes circuitos eléctricos, representados en las figuras

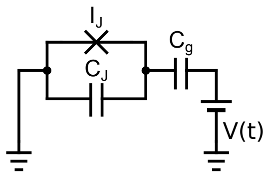
a) Resonador LC.
b) Línea de transmisión.
c) Qubit de carga y trasmón.
d) rf-SQUID.
e) dc-SQUID.
f) Qubit de flujo de tres junturas.



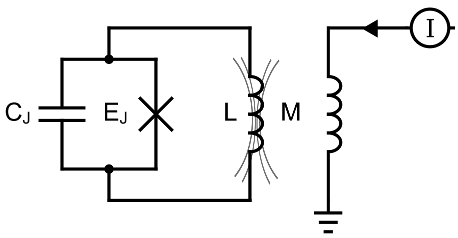
(a) Resonador LC



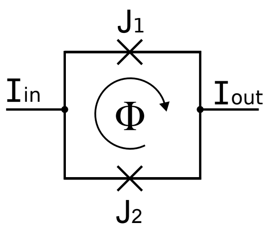
(b) Línea de transmisión



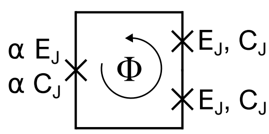
(c) Trasmon



(d) rf-SQUID



(e) dc-SQUID



(f) Qubit de flujo

Para cada uno de ellos:

I. Encuentre las ecuaciones dinámicas y el Lagrangiano del que se derivan.
II. Encuentre las variables canónicamente conjugadas y escriba el Hamiltoniano del sistema clásico.
III. Eleve las variables al carácter de operadores y escriba el Hamiltoniano del sistema cuántico.

$\boxed{2}$ Dibuje un circuito formado por dos resonadores LC acoplados capacitivamente. El circuito debería ser el resultado de reemplazar la batería del ejercicio 1a) por un segundo resonador.

(a) Encuentre el modelo cuántico para este circuito.
(b) Encuentre las variables canónicamente conjugadas que diagonalizan el Hamiltoniano llevándolo a la forma

$$H_{ef} = \sum_n \left( \frac{1}{2\,c_n}\tilde{q}_n + \frac{L_n}{2}\tilde{\phi}_n \right) .$$

$\boxed{3}$ En un ejercicio similar al 2, dibuje un circuito formado por dos qubits de carga acoplados capacitivamente y encuentre el modelo cuántico para este circuito.

$\boxed{4}$ En la *representación de número*, se construye el espacio de Hilbert del circuito cuántico usando los autovalores del operador $\hat{q}$ de carga, que son estados con un dado número de pares de Cooper de exceso $\hat{q} = -2\,e\hat{n}$ y forman una base discreta $\{|n\rangle, n \in \mathbb{Z}\}$.

(a) Escriba la descomposición espectral del operador $\hat{q}$ en esta base.

(b) Usando la relación de conmutación $[\hat{\phi}_n, \hat{q}_m] = i\hbar\delta_{nm}$ prueve que

$$e^{i\hat{\phi}/\varphi_0}\hat{q} = (\hat{q} - 2e)e^{i\hat{\phi}/\varphi_0}$$

Utilice este resultado para encontrar la descomposición espectral del operador $e^{i\hat{\phi}/\varphi_0}$

(c) Escriba en la base $\{|n\rangle\}$ el Hamiltoniano para el circuito (c) del ejercicio 1, que representa un qubit de carga o un trasmón de acuerdo a la relación entre parámetros.