Filtros Activos con Amplificadores Operacionales

1. Introducción

Los filtros activos permiten modificar el espectro de una señal utilizando amplificadores operacionales, resistencias y capacitores. A diferencia de los filtros pasivos, permiten:

- Ganancia ajustable ($A > 1$).
- Alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida.
- Control preciso de la respuesta en frecuencia.

Ejemplos: filtros pasa-bajos, pasa-altos, pasa-banda y rechaza-banda de Butterworth, Chebyshev o Bessel.

2. Funciones de transferencia y transformada de Laplace

El comportamiento de un circuito lineal se describe por su **función de transferencia**:

$$H(s) = \frac{Vo(s)}{Vi(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

Donde $S = \sigma + j\omega$ es la variable compleja de Laplace

- **Numerador** $N(s)$ → los **ceros**: valores de $\boldsymbol{s}$ que anulan $H(s)$ → $N(S) = 0$
- **Denominador** $D(s)$ → los **polos**: valores de $\boldsymbol{s}$ que hacen $H(s)$ infinita → $D(S) = 0$
- El criterio para lo anterior es que $H(S)$ debe ser una función racional para la cual el grado del numerador $N(S)$ debe ser menor que el del denominador $D(S)$, de lo contrario, la ganancia sería ilimitada en frecuencias altas.

Inductores en $\boldsymbol{s}$:

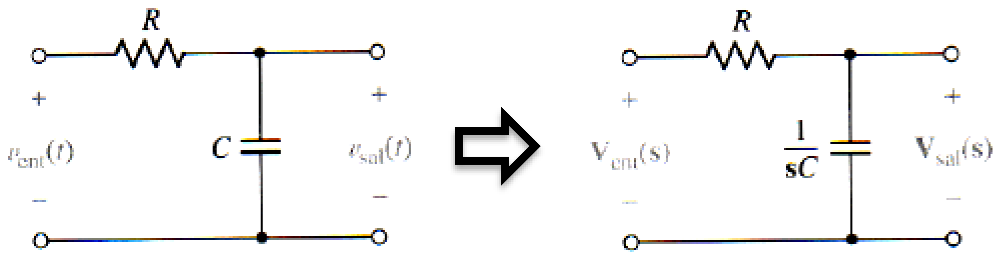
$$Z_L(S) = \frac{V(S)}{I(S)} = sL$$

$$S = jw \quad \rightarrow \quad Z(jw) = jwL$$

Capacitores en $\boldsymbol{s}$:

$$Z_c(S) = \frac{1}{sC}$$

Ejemplo:



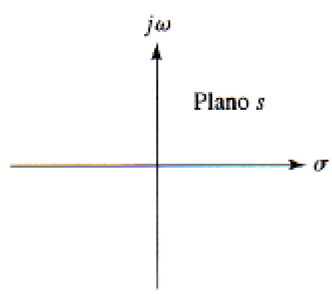
$$V_{sal} = V_{ent}\ \frac{Z_C}{Z_C + R}$$

$$H(s) = \frac{V_{sal}}{V_{ent}} = \frac{1}{1 + sCR}$$

donde $H(s)$ es la función de transferencia del circuito, definida coma la proporción entre la salida y la entrada.

$$H(s) = \frac{1/_{RC}}{s+1/_{RC}} \quad \text{cero en } s = \infty \text{ y polo en } s = -\frac{1}{RC}$$

Diagrama de polos y ceros (gráficas en el plano de la frecuencia compleja)



Plano de la frecuencia compleja o plano s.

El origen, representa una cantidad de corriente directa. Los puntos que se ubican sobre el eje σ representan funciones exponenciales, que decaen para $\sigma < 0$ y que crecen para $\sigma > 0$. Las senoides puras se asocian con puntos sobre el eje jw positivo o negativo. La mitad derecha del plano s, contiene puntos que describen frecuencias con partes reales positivas, y por ello le corresponden cantidades en el dominio del tiempo que son senoides exponencialmente crecientes, salvo sobre el eje σ. De manera correspondiente, los puntos en la mitad izquierda del plano s, describen las frecuencias de senoides exponencialmente decrecientes.

En el **plano complejo**:

- **Ceros**: valores donde la salida se anula.
- **Polos**: frecuencias de resonancia o de máxima ganancia.
- La posición de los polos define el carácter temporal del sistema.

Interpretación geométrica en el plano s:

- Eje real (σ): determina amortiguamiento.
- Eje imaginario ($j\omega$): determina la frecuencia oscilatoria.
- Polos en el semiplano izquierdo → respuesta estable (exponencial decreciente).
- Polos en el semiplano derecho → inestabilidad (crecimiento exponencial).

Filtros:

El análisis de filtros se realiza en el dominio de Laplace (sistemas de tiempo continuo), donde la variable $S = \sigma + j\omega$ permite expresar la función de transferencia $H(S) = \frac{Vout(S)}{Vin(S)}$. Los polos y ceros determinan la respuesta en frecuencia: los polos indican frecuencias de resonancia o atenuación, y los ceros determinan cancelaciones de frecuencia.

Tipo de filtro	Distribución de polos/ceros	Forma general de (H(s))	Característica
Pasabajos	Polos cercanos al eje real negativo, sin ceros en el eje $j\omega$.	$H(s) = \frac{1}{\left(1 + {}^{s}/_{w_c}\right)^n}$	Atenúa altas frecuencias.
Pasaaltos	Ceros en el origen, polos alejados en semiplano izquierdo.	$H(s) = \frac{s^n}{(s + w_c)^n}$	Atenúa bajas frecuencias.

- Un filtro pasa-bajos tiene polos cerca del eje negativo (respuestas lentas).
- Un filtro pasa-altos tiene ceros en el origen (cancelan continua).

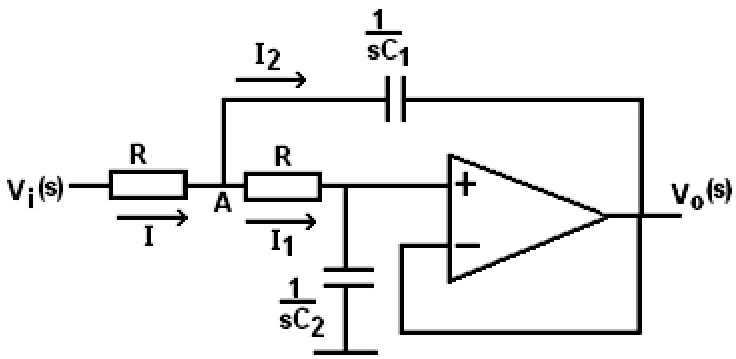
El diagrama de Bode refleja la relación entre polos, ceros y la pendiente de atenuación:

- Cada polo introduce una caída de −20 dB/década.
- Cada cero introduce un aumento de +20 dB/década.
- La fase varía ±90° por polo o cero.

La estabilidad puede verificarse con el criterio de Nyquist o de Bode:
Un sistema es estable si la ganancia de lazo < 0 dB cuando la fase llega a −180°.

Ejemplo:

Para el circuito mostrado, encuentre la función transferencial $A_V(S) = \frac{Vo(S)}{Vi(S)}$.



Solución:

El amplificador operacional está en configuración de seguidor de voltaje con $A_V = 1$, la caída de tensión a través del capacitor C_2 es V_o, de donde al aplicar LKV en la malla de entrada se tiene que:

$$V_i(S) = IR + I_1R + V_o(S) = (I + I_1)R + V_o(S)$$

Pero: $V_o(S) = I_1\left(\frac{1}{SC_2}\right) \rightarrow I_1 = SC_2V_o(S)$

$I_1R = I_2\left(\frac{1}{SC_1}\right) \rightarrow I_2 = I_1SRC_1$

Aplicando LKC en el nodo A, se tiene que:

$I = I_1 + I_2 = I_1 + I_1SRC_1 = I_1(1 + SRC_1) = SC_2V_o(S)(1 + SRC_1)$

Sustituyendo en la expresión antes hallada para $V_i(S)$, se obtiene que:

$$V_i(S) = R[SC_2V_o(S)(1 + SRC_1) + SC_2V_o(S)] + V_o(S) = SRC_2V_o(S)(2 + SRC_1) + V_o(S)$$

$$V_i(S) = V_o(S)[S^2R^2C_1C_2 + 2SRC_2 + 1]$$

De donde:

$$A_V(S) = \frac{Vo(S)}{Vi(S)} = \boxed{\frac{1}{S^2R^2C_1C_2 + 2SRC_2 + 1}}$$

La función transferencial hallada corresponde con la del filtro de segundo orden de Butterworth.

3. Programas de diseño y simulación

Se pueden emplear herramientas de simulación analógica para verificar el comportamiento del filtro antes de implementarlo físicamente. Entre las más utilizadas: LTspice, Multisim. Estas permiten obtener diagramas de Bode, respuesta temporal y análisis de estabilidad.

4. Filtro pasivo de segundo orden

Un filtro pasivo de segundo orden se obtiene combinando dos etapas RC. Aunque su pendiente de atenuación mejora (−40 dB/década), presenta pérdidas significativas debido a la falta de ganancia activa y una impedancia de carga dependiente de la etapa siguiente.

5. Osciladores resonantes

Los osciladores resonantes generan señales sinusoidales sin entrada externa, basándose en una red de realimentación selectiva que cumple la condición de Barkhausen (ganancia unitaria y fase nula total). Ejemplos clásicos son el oscilador de Wien y el oscilador Twin-T, ambos derivados de configuraciones de filtros activos resonantes.

Ejemplo: en el oscilador de Wien, la frecuencia de oscilación está dada por $f_o = 1/(2\pi RC)$, y la estabilidad depende del control de ganancia del amplificador operacional.

8. Conclusiones

Los filtros activos con amplificadores operacionales constituyen una herramienta esencial en la electrónica analógica moderna. El análisis mediante la transformada de Laplace permite comprender su comportamiento dinámico, mientras que la simulación facilita el diseño antes de la implementación física. La comprensión de polos, ceros y estabilidad es clave tanto en filtros como en osciladores resonantes.