

# Electrones libres

Prof. Alberto Camjayi

# Introducción

## Los electrones

Junto a la red cristalina, otro gran protagonista del curso es el electrón.

- Los metales conducen la electricidad.
- En 1887, H. Hertz observó por primera vez el efecto fotoeléctrico.
- En 1896, J. J. Thompson descubrió el electrón.
- En 1900, P. Drude aplicó la teoría cinética de los gases a la descripción de los electrones en metales (¡antes de la cuántica!).

# Teoría de Drude

## Suposiciones en la teoría de Drude

Junto a la red cristalina, otro gran protagonista del curso es el electrón.

- Los electrones tienen un tiempo de scattering  $\tau$ , la probabilidad de un evento de scattering en un intervalo  $dt$  es  $dt/\tau$ .
- Después de cada evento, la velocidad con la que emerge no tiene correlación con la de entrada (no tiene memoria).
- Los choques son instantáneos.
- Los electrones chocan con otros electrones y con los iones de la red.

# Teoría de Drude

## Dinámica

Calculemos el cambio en el momento (promedio) del electrón en un intervalo  $dt$ .

Si tenemos en cuenta que en promedio, como el momento adquirido luego de las colisiones es aleatorio, el momento luego de la colisión es nulo:

$$\langle \mathbf{p}(t + dt) \rangle = \left( 1 - \frac{dt}{\tau} \right) (\mathbf{p}(t) + \mathbf{F}dt) + \mathbf{0} \frac{dt}{\tau}$$

$$\simeq \mathbf{p}(t) - \frac{dt}{\tau} \mathbf{p}(t) + \mathbf{F}dt + O(dt)^2$$

$$\implies \boxed{\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} - \frac{\mathbf{p}}{\tau}}$$

# Teoría de Drude

## Electrones en un campo eléctrico

El cálculo más sencillo es considerar el efecto de un campo eléctrico aplicado:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} - \frac{\mathbf{p}}{\tau}$$

En estado estacionario la derivada es cero:  $m\mathbf{v} = -e\tau\mathbf{E}$ . Así, si  $n$  es la densidad electrónica, la corriente y la conductividad estarán dadas por

$$\mathbf{J} = -en\mathbf{v} = \frac{e^2\tau n}{m}\mathbf{E} \quad \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \implies \sigma = \frac{e^2\tau n}{m}$$

$$\tau \approx 10^{-14} - 10^{-15} \text{ s} \implies \ell \approx 1 - 10 \text{ \AA}$$

# Teoría de Drude

## Campo magnético

Consideremos ahora además un campo magnético. De vuelta, en estado estacionario:

$$0 = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{\mathbf{p}}{\tau} = -e\mathbf{E} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{n} + \frac{m}{ne\tau}\mathbf{J}$$

Entonces

$$\mathbf{E} = \left( \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{ne} + \frac{m}{ne^2\tau}\mathbf{J} \right) \equiv \bar{\rho}\mathbf{J}, \text{ donde } \bar{\rho} \text{ es el tensor}$$

resistividad.

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \rho_{zz} = \frac{m}{ne^2\tau} \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{B}{ne} \quad (\mathbf{B} = B\hat{z})$$

# Teoría de Drude

## Efecto Hall

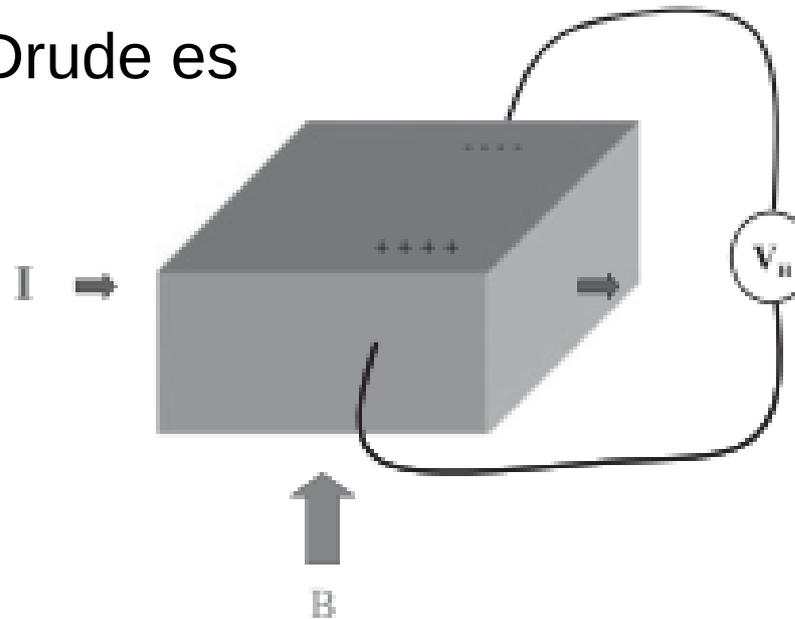
Los términos extradiagonales en la resistividad se conocen como “resistividad de Hall”.

El coeficiente de Hall se define como

$$R_H = \frac{\rho_{yx}}{|B|}$$

En la teoría de Drude es

$$R_H = \frac{-1}{ne}$$



**Table 3.1** Comparison of the valence of various atoms to the valence predicted from the measured Hall coefficient.

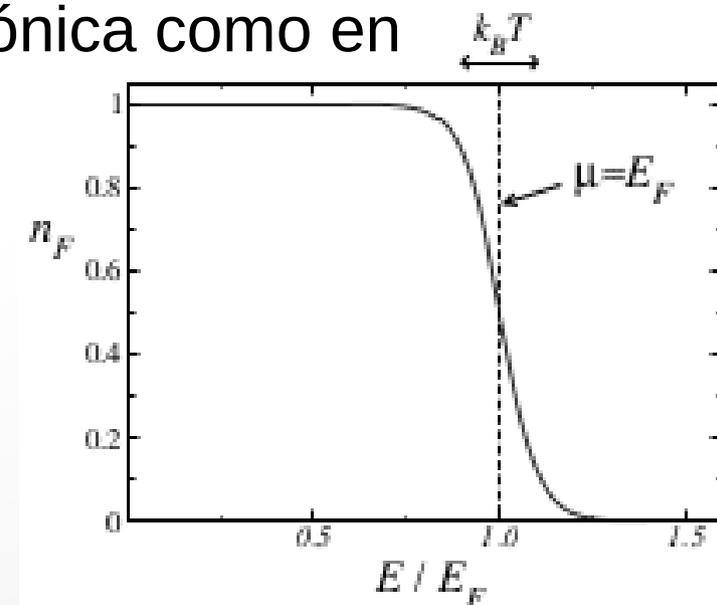
Material	$\frac{1}{-e R_H n_{atomic}}$	Valence
Li	.8	1
Na	1.2	1
K	1.1	1
Cu	1.5	1
Be	-0.2*	2
Mg	-0.4	2
Ca	1.5	2

# Teoría de Sommerfeld

## Principio de exclusión

En 1925, un cuarto de siglo después de los trabajos de Drude, Pauli descubrió el principio de exclusión y un año después Fermi y Dirac independientemente derivaron la estadística de Fermi—Dirac.

Pese a sus defectos, la teoría de Drude todavía es útil en el caso de sistemas con baja densidad electrónica como en semiconductores.



# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

Consideremos electrones libres en una “caja” de volumen  $V$  con un fondo uniforme de carga positiva (que asegura neutralidad).

Estado fundamental ( $T = 0$ )

$$\hat{H}\psi_{\mathbf{k},\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\psi_{\mathbf{k},\sigma} \longrightarrow \psi_{\mathbf{k},\sigma} = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\chi_{\sigma}$$

Imponiendo condiciones periódicas de contorno (Born-von Karman),

$$k_i = \frac{2\pi}{L_i}n_i$$

con  $V = L_x L_y L_z$  y  $n_i \in \mathbb{N}$ .

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

La física esta dominada por la estadística de Fermi—Dirac (ppio de exclusión).

El último nivel ocupado define la energía de Fermi  $\varepsilon_F$ .

A partir de ella se definen los parámetros:

$$k_F = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m\varepsilon_F}$$

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F}$$

$$v_F = \frac{\hbar k}{m}$$

Valores típicos para los metales

$$\varepsilon_F = 7.03 \text{ eV} = 81600 \text{ K!!!}$$

$$k_F = 13.6 \text{ nm}^{-1}$$

$$\lambda_F = 0.46 \text{ nm}^{-1}$$

$$v_F = 1.57 \times 10^6 \text{ m/s} = 0.005c$$

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

La física está dominada por la estadística de Fermi—Dirac (principio de exclusión).

El último nivel ocupado define la energía de Fermi  $\varepsilon_F$ .

Como vemos la velocidad de Fermi es mucho menor que la luz (no relativista), pero es mucho mayor que el caso clásico (0 a  $T = 0$ ).

Además temperatura de Fermi es mucho mayor que la ambiente.

Valores típicos para los metales

$$\varepsilon_F = 7.03 \text{ eV} = 81600 \text{ K!!!}$$

$$k_F = 13.6 \text{ nm}^{-1}$$

$$\lambda_F = 0.46 \text{ nm}^{-1}$$

$$v_F = 1.57 \times 10^6 \text{ m/s} = 0.005c$$

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

¿Cómo definimos estos parámetros a partir de observables?

$$N = \langle EF | \hat{N} | EF \rangle = \langle EF | \sum_{\mathbf{k}, \sigma} n_{\mathbf{k}, \sigma} | EF \rangle$$

Como el número de electrones es muy grande, podemos pasar a integrales:

$$N = \sum_{\sigma} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \langle EF | n_{\mathbf{k}} | EF \rangle$$

$$\xrightarrow{T \rightarrow 0} \frac{2V}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} dk k^2 \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\phi$$

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

¿Cómo definimos estos parámetros a partir de observables?

$$N = \frac{V k_F^3}{3\pi^2} \quad (T = 0) \implies \boxed{k_F^3 = 3\pi^2 n} \quad \text{con } n = \frac{N}{V}$$

Calculemos ahora la energía del fundamental.

$$\begin{aligned} E_{EF} &= \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \langle EF | n_{\mathbf{k}, \sigma} | EF \rangle \\ &\xrightarrow{T \rightarrow 0} \frac{2V}{(2\pi)^3} \frac{\hbar^2}{2m} \int d\mathbf{k} k^2 \Theta(k_F - |\mathbf{k}|) = \\ &= \frac{2V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi \hbar^2}{2m} \int_0^{k_F} dk k^4 = \frac{V}{5\pi^2} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{3}{5} N \varepsilon_F \end{aligned}$$

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres

¿Cómo definimos estos parámetros a partir de observables?

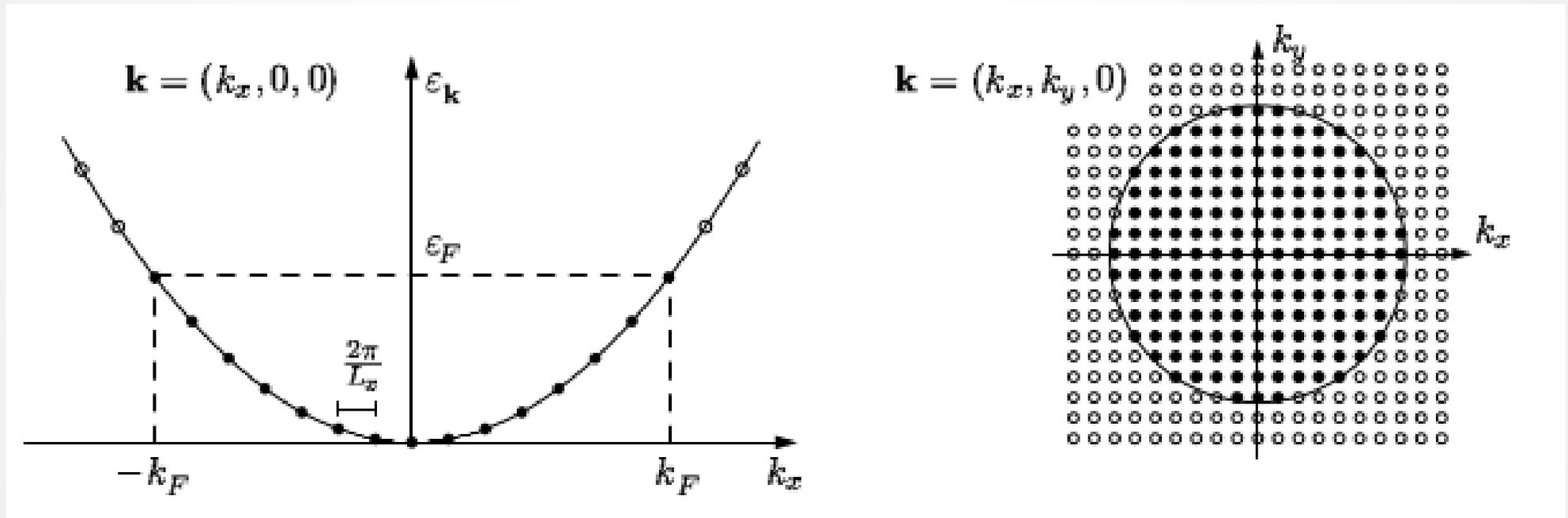
$$N = \frac{V k_F^3}{3\pi^2} \quad (T = 0) \implies \boxed{k_F^3 = 3\pi^2 n} \quad \text{con } n = \frac{N}{V}$$

Calculemos ahora la energía del fundamental.

$$E_{EF} = \frac{3}{5} N \varepsilon_F \implies \frac{E_{EF}}{N} = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{2/3} n^{2/3}$$

# Teoría de Sommerfeld

## Teoría cuántica de electrones libres



# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

Como la temperatura de Fermi es muy alta

$$\varepsilon_F = k_B T_F \implies T_F \approx 10^4 \text{ K}$$

los resultados a temperatura finita pueden obtenerse a partir de un desarrollo perturbativo. El desarrollo pertinente, cuando el integrando contiene la distribución de Fermi—Dirac, es conocido como “expansión de Sommerfeld” (ver apéndice en Ashcroft).

Antes de utilizar el desarrollo definiremos una magnitud muy importante en la descripción de sistemas termodinámicos: la densidad de estados.

# Teoría de Sommerfeld

## Densidad de estados

Se define la densidad de estados tal que la cantidad  $g(\varepsilon)d\varepsilon$  es el número de autoestados con energías entre  $\varepsilon$  y  $\varepsilon + d\varepsilon$ .

Es la versión continua de la degeneración.

Por definición:

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}}) \xrightarrow{V \rightarrow \infty} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}})$$

# Teoría de Sommerfeld

## Densidad de estados

Propiedad de composición de la función delta:

$$\int_{\mathbb{R}} \delta(g(x)) f(x) |g'(x)| dx = \int_{g(\mathbb{R})} \delta(u) f(u) du$$

$$\implies \delta(g(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}; \quad g(x_i) = 0$$

$$\implies \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(g(x)) dx = \sum_i \frac{f(x_i)}{|g'(x_i)|}$$

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(\mathbf{r}) \delta(g(\mathbf{r})) d\mathbf{r} = \int_{S:g(\mathbf{r})=0} \frac{f(\mathbf{r})}{|\nabla g|} d\mathbf{S}, \quad g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

# Teoría de Sommerfeld

## Densidad de estados

Usando esta propiedad, obtenemos:

$$g(\varepsilon) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}}) = \int_{\varepsilon_{\mathbf{k}}=\varepsilon} \frac{dS}{(2\pi)^3} \frac{1}{|\nabla \varepsilon_{\mathbf{k}}|}$$

En *1D*:

$$g(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\left| \frac{d\varepsilon_k}{dk} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_k}} = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{dk}{d\varepsilon_k} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_k}$$

# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

Las expresiones para las densidades de energía y número de partículas son:

$$u = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} \varepsilon_{\mathbf{k}} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)} + 1} = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} \varepsilon_{\mathbf{k}} f(\varepsilon_{\mathbf{k}})$$

$$n = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)} + 1} = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} f(\varepsilon_{\mathbf{k}})$$

Ahora, para este tipo general de integrales donde el integrando es función de la energía, podemos incorporar la densidad de estados.

# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

Así, como

$$\int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} F(\varepsilon_{\mathbf{k}}) = \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\pi^2} F(\varepsilon_k) = \int_{-\infty}^\infty d\varepsilon g(\varepsilon) F(\varepsilon)$$

$$\text{con } g(\varepsilon) = \frac{m}{\hbar^2 \pi^2} \sqrt{\frac{2m\varepsilon}{\hbar^2}} \Theta(\varepsilon) = \frac{3}{2} \frac{n}{\varepsilon_F} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_F} \right)^{1/2} \Theta(\varepsilon).$$

Tenemos,

$$u = \int_{-\infty}^\infty d\varepsilon g(\varepsilon) \varepsilon f(\varepsilon)$$

$$n = \int_{-\infty}^\infty d\varepsilon g(\varepsilon) f(\varepsilon)$$

# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

Para estimar el potencial químico, la energía y el calor específico del gas de electrones, usaremos la expansión de Sommerfeld [Ashcroft] basada en el hecho que la temperatura de Fermi es típicamente dos ordenes de magnitud mayor que temperatura ambiente. Así,

$$\mu = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \frac{g'(\varepsilon_F)}{(\varepsilon_F)} \longrightarrow \varepsilon_F \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\pi k_B T}{2\varepsilon_F} \right)^2 \right]$$

$$u = u(T = 0) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g(\varepsilon_F) \text{ y el calor específico es}$$

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_n = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 T g(\varepsilon_F) \longrightarrow \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right) n k_B$$

# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

Para estimar el potencial químico, la energía y el calor específico del gas de electrones, usaremos la expansión de Sommerfeld [Ashcroft] basada en el hecho que la temperatura de Fermi es típicamente dos ordenes de magnitud mayor que temperatura ambiente. Así,

$$\mu = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \frac{g'(\varepsilon_F)}{(\varepsilon_F)} \longrightarrow \varepsilon_F \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\pi k_B T}{2\varepsilon_F} \right)^2 \right]$$

$$u = u(T = 0) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g(\varepsilon_F) \text{ y el calor específico es}$$

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_n = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 T g(\varepsilon_F) \longrightarrow \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right) n k_B$$

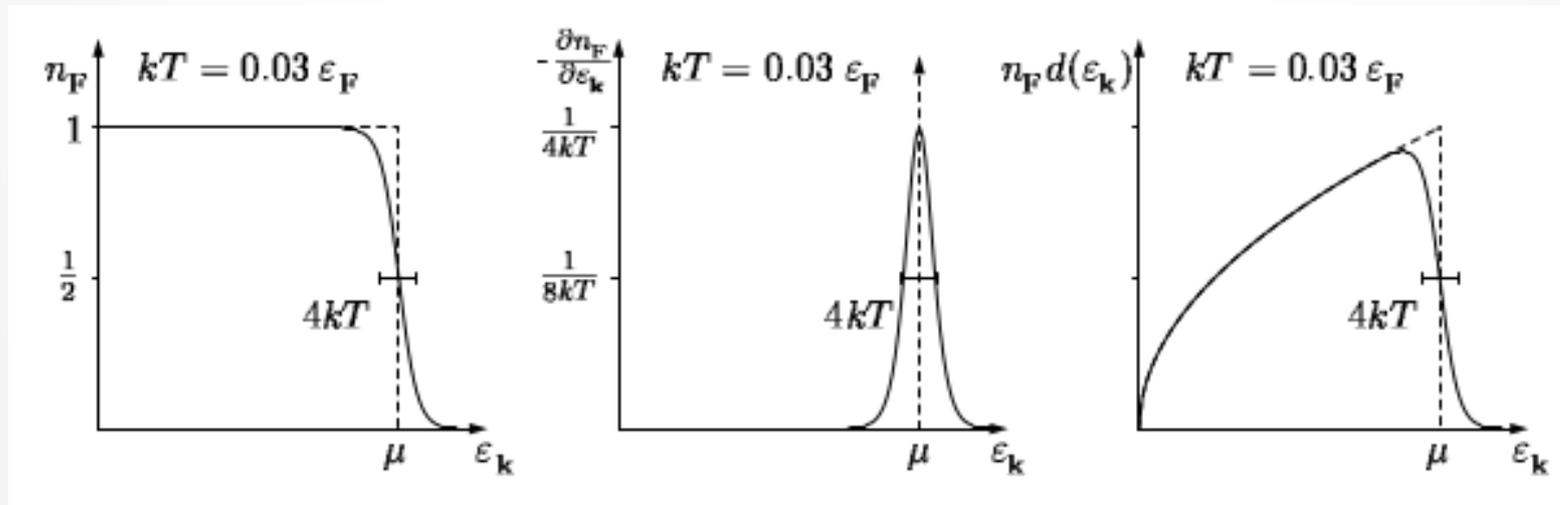
Electrones libres

# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

El efecto de la temperatura es pequeño en la energía y potencial químico.

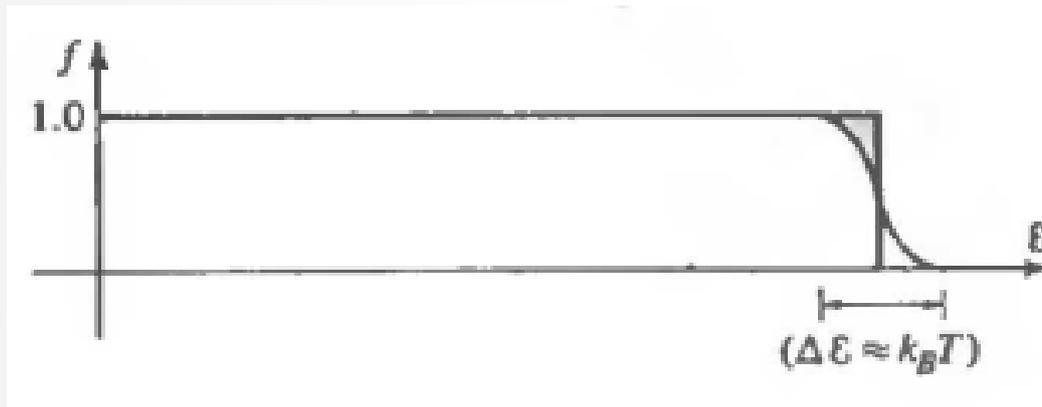
En la figura, para que el efecto sea observable  $k_B T = 0.03 \varepsilon_F$ , lo que corresponde a una temperatura aproximada de 2400 K!!



# Teoría de Sommerfeld

## Resultados a temperatura finita

El efecto de la temperatura en el calor específico se puede entender cualitativamente.



Número de  $e^-$  excitados

$$\sim \underbrace{k_B T}_{\Delta E} \times \underbrace{g(\epsilon_F)}_{\# \text{ estados}}$$

Energía de excitación

$$\Delta E \sim k_B T$$

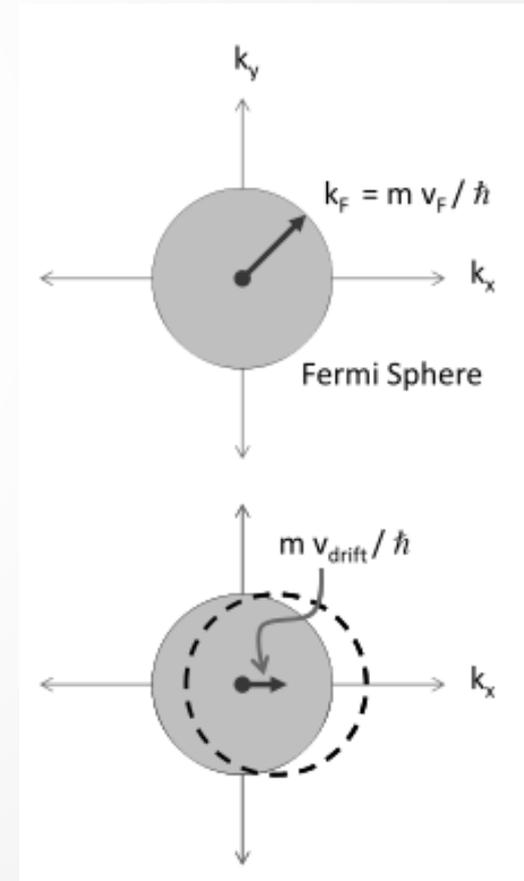
$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{V} \sim \underbrace{k_B T}_{\text{energía excitación}} \times \underbrace{k_B T g(\epsilon_F)}_{\# \text{ electrones excitados}} = g(\epsilon_F) (k_B T)^2$$

# Drude y Sommerfeld

## ¿Por qué Drude funciona?

Pese a que la teoría de Drude falla por ordenes de magnitud en las estimaciones del calor específico y la velocidad de los electrones, de alguna manera no lo hace tan mal en los cálculos de transporte. ¿Por qué?

Porque podemos pensar a la ecuación de Drude de transporte como la descripción del movimiento de la velocidad media de *todo el mar de Fermi*.



# Magnetismo

## Electrones en un campo magnético externo

El hamiltoniano de electrones libres en un campo magnético externo en la dirección  $z$ , está dado por

$$\hat{H} = \frac{m\hat{v}^2}{2} \equiv \frac{m}{2} \frac{1}{m^2} (\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A})^2$$

donde el potencial vector es  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ .

Dos elecciones de gauge son habituales:

- Gauge de Landau:  $\mathbf{A} = -Bx\hat{y}$
- Gauge simétrico:  $\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{r}$

# Magnetismo

## Electrones en un campo magnético externo

De la definición del operador velocidad, se puede verificar que

$$[\hat{v}_x, \hat{v}_y] = i \frac{\hbar \omega_c}{m} \text{ con } \omega_c = \frac{eB}{m}$$

$$[\hat{v}_x, \hat{v}_z] = [\hat{v}_y, \hat{v}_z] = 0.$$

Por lo tanto, el movimiento en el plano  $xy$  resultará “complicado”, mientras que en  $z$  se desacoplará.

# Magnetismo

## Electrones en un campo magnético externo

Para hallar el espectro del hamiltoniano podemos introducir los operadores

$$\hat{\Pi} = \frac{m\ell}{\hbar} \frac{\hat{v}_x + i\hat{v}_y}{\sqrt{2}}, \hat{\Pi}^\dagger = \frac{m\ell}{\hbar} \frac{\hat{v}_x - i\hat{v}_y}{\sqrt{2}}, \text{ con } \ell = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}.$$

Teniendo en cuenta las reglas de conmutación de los operadores velocidad, se puede ver que

$$[\hat{\Pi}, \hat{\Pi}^\dagger] = 1.$$

# Magnetismo

## Electrones en un campo magnético externo

Despejando los operadores velocidad en función de los anteriores, el hamiltoniano se lleva a la forma

$$\hat{H} = \hbar\omega_c \left( \hat{\Pi}^\dagger \hat{\Pi} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hat{p}_z^2}{2m} \quad (\text{con } \mathbf{A} \text{ en el plano } xy).$$

Es evidente que el espectro será el de un oscilador armónico de frecuencia  $\omega_c$  más el de una partícula libre en  $z$ .

$$\varepsilon_n(k_z) = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

# Magnetismo

## Degeneración de los estados

Dado un nivel de Landau y fijando un  $k_z$  la degeneración en  $k_y$  es

$$g(n, k_z) = \frac{mL^2\omega_c}{2\pi\hbar} = \frac{L^2eB}{h}$$

La misma es proporcional a la intensidad del campo aplicado y al área de la muestra (flujo).

# Magnetismo

## Degeneración de los estados

Alternativamente, puede entenderse la degeneración a partir de la solución clásica

$$x(t) = X + R \cos(\omega_c t); \quad y(t) = Y - R \sin(\omega_c t).$$

Las términos en mayúscula son las coordenadas del centro de la órbita y su radio. Eliminando el centro de la órbita entre las dos ecuaciones tendremos

$$X = x + \frac{v_y}{\omega_c}; \quad Y = y - \frac{v_x}{\omega_c}.$$

Como estas coordenadas son constantes de movimiento, es esperable que lo mismo suceda con sus contrapartes cuantizadas.

# Magnetismo

## Degeneración de los estados

Efectivamente, se verifica:

$$[\hat{X}, \hat{H}] = [\hat{Y}, \hat{H}] = 0.$$

Pero

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = -i\ell^2 \implies \Delta\hat{X}\Delta\hat{Y} \geq 2\pi\ell^2.$$

Asumiendo la incerteza mínima podemos estimar la degeneración como el número de órbitas que caben en el área ocupada por el gas:

$$g(n, k_z) = \frac{L^2}{\Delta\hat{X}\Delta\hat{Y}} = \frac{L^2}{2\pi\ell^2} = \frac{eBL^2}{2\pi\hbar}$$

# Magnetismo

## Ecuación de Schrödinger

En el *gauge de Landau*, la ecuación de Schrödinger en  $xy$ , es

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2m} \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} - eBx \right)^2 \right] \psi_n = E\psi_n.$$

La función de onda, tiene la forma,

$$\psi(x, y, z) = \frac{e^{ik_z z}}{\sqrt{L_y L_z}} e^{ik_y y} \phi(x - x_0),$$

donde  $x_0 = \hbar k_y / eB = k_y \ell^2$ .

# Magnetismo

## Ecuación de Schrödinger

En el *gauge simétrico*, la ecuación de Schrödinger en  $xy$ , es

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{m}{2} \left( \frac{\omega_c}{2} \right)^2 r^2 - \frac{\omega_c}{2} \hat{L}_z$$

La solución es la de un oscilador armónico 2D, con la restricción en el valor de la proyección del momento angular (dado por el último término):

$$m \geq -n$$

Como consecuencia, solo valores positivos de la proyección de momento angular son permitidas en el nivel más bajo de Landau.

# Magnetismo

## Ecuación de Schrödinger

En el *gauge simétrico*, la función de onda en el nivel más bajo de Landau ( $n = 0$ ) tiene la forma

$$\psi_{0,m}(r, \phi) \equiv \phi_m(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\ell^2 2^m m!}} z^m e^{-|z|^2/4\ell^2}$$

con  $m \geq 0$  y  $z = x + iy$ .

# Magnetismo

## Densidad de estados

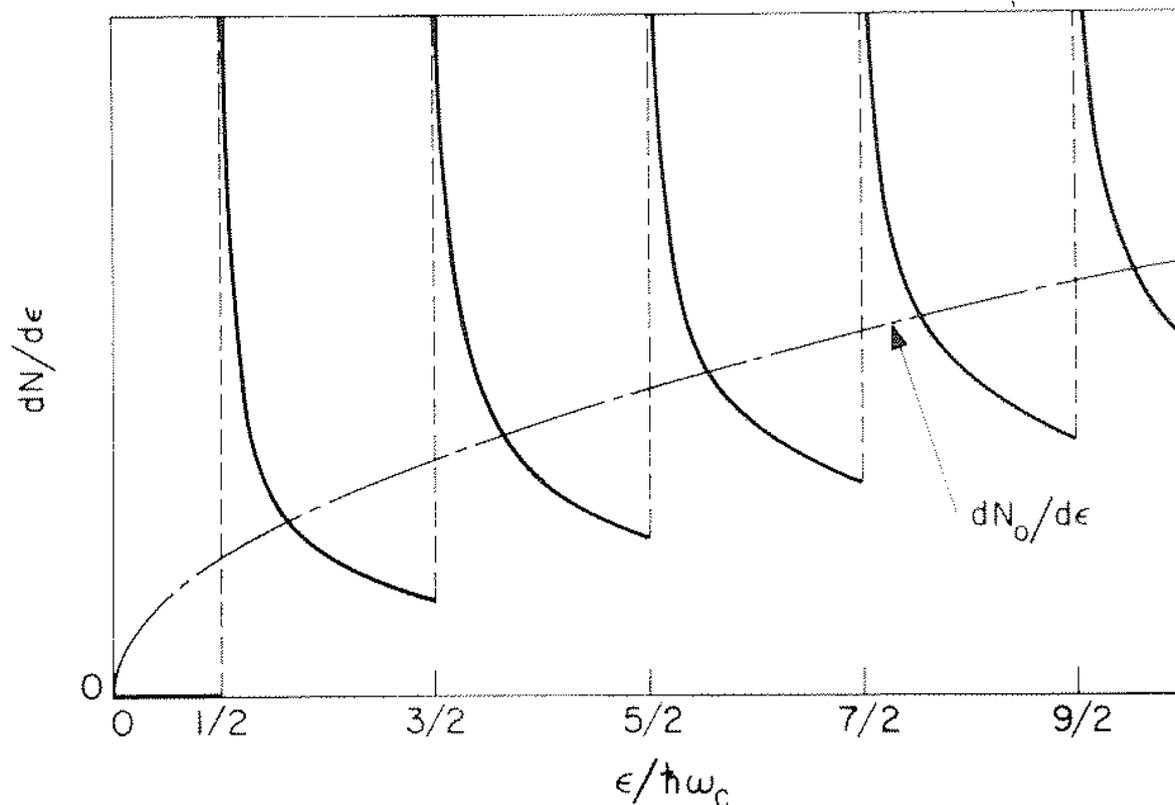
La densidad de estados es la suma de densidades de estado del gas de electrones 1D (en  $z$ ) corridas en las energías de los niveles de Landau.

$$g(\varepsilon) = \frac{eB}{2(\pi\hbar)^2} \sqrt{\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Theta(\varepsilon - [n + 1/2]\hbar\omega_c)}{\sqrt{\varepsilon - [n + 1/2]\hbar\omega_c}}$$

# Magnetismo

## Densidad de estados

La densidad de estados es la suma de densidades de estado del gas de electrones 1D (en  $z$ ) corridas en las energías de los niveles de Landau.



# Magnetismo

## Diamagnetismo de Landau

A partir de la expresión del gran potencial y la definición de susceptibilidad magnética es posible, después de unos cálculos más o menos tediosos, obtener la susceptibilidad de Landau:

$\chi_L = -\frac{1}{3}\mu_B^2 \frac{\partial n}{\partial \mu}$ , que da cuenta de la respuesta diamagnética de los grados de libertad orbitales de los electrones.

La magnitud  $\mu_B^2 \frac{\partial n}{\partial \mu}$  es la susceptibilidad de Pauli (espín).

Fin de la clase

**¡Muchas gracias!**