

Estructura de la materia 3

1^{er} Cuatrimestre 2025

Serie 4 Interacción luz-materia, absorción y emisión atómica

- (a) Demuestre explícitamente que el elemento de matriz de transición dipolar $\int \psi_{1s}^* \hat{r} \psi_{2s} d^3r$ de la transición $1S \rightarrow 2S$ en el átomo de hidrógeno es cero.
(b) Generalice el resultado anterior mostrando que la paridad del estado inicial y la del final en transiciones dipolares tienen que ser distintas.
- Las funciones de onda de un átomo hidrogenoide se pueden escribir como

$$\psi(r, \theta, \varphi) = F(r, \theta) e^{im\varphi}.$$

Considere \hat{z} como la dirección de cuantización. Suponga una transición dipolar de un estado fundamental con proyección de momento angular m a un estado excitado con proyección m' . Considerando la integral sobre φ , muestre que el elemento de matriz correspondiente es cero excepto en los siguientes casos:

- $m' = m$ para luz con polarización \hat{z} ;
 - $m' = m + 1$ para luz con polarización σ^+ ($\hat{x} + i\hat{y}$);
 - $m' = m - 1$ para luz con polarización σ^- ($\hat{x} - i\hat{y}$);
 - $m' = m \pm 1$ para luz con polarización \hat{x} o \hat{y} .
- (a) Busque en el NIST los 6 términos espectroscópicos de menor energía del calcio ionizado una vez. Ordénelos en energía e indique las posibles transiciones dipolares y cuadrupolares eléctricas entre estados.
(b) Estudie cómo se modifican dichos estados para el isótopo 40 del calcio, cuyo spin nuclear es cero, y para el isótopo 43, cuyo spin nuclear es $7/2$.
(c) Repita el primer ítem para el átomo neutro de cesio. ¿Qué similitudes ve con el calcio?
 - Especifique si existe un término multipolar dominante (E1, M1, E2...) para la absorción o emisión de fotones en cada una de las siguientes transiciones del átomo de hidrógeno. Suponga funciones de onda hidrogenicas simples sin correcciones relativistas o de otro tipo.

$$2^2P_{1/2} \leftrightarrow 1^2S_{1/2}$$

$$2^2S_{1/2} \leftrightarrow 1^2S_{1/2}$$

$$3^2D_{3/2} \leftrightarrow 2^2S_{1/2}$$

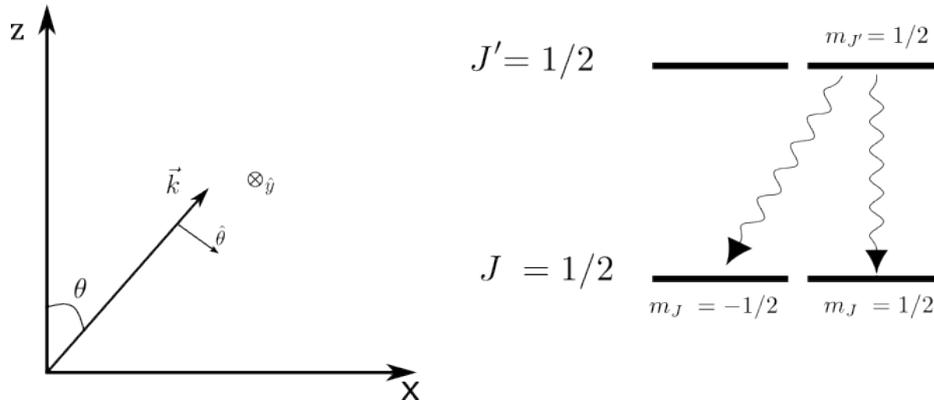
$$2^2P_{3/2} \leftrightarrow 2^2P_{1/2}$$

$$3^2D_{3/2} \leftrightarrow 2^2P_{1/2}$$

En caso de no existir término multipolar dominante, ¿cómo podría producirse la transición? Discuta finalmente la validez de estos resultados para átomos con un sólo electrón de valencia.

5. Distribución angular de la fluorescencia atómica.

Se tiene un ensamble de átomos preparados en el subnivel $m_{J'} = 1/2$ de un estado excitado con momento angular total $J' = 1/2$, desde el cual decaen espontáneamente a un estado inferior con $J = 1/2$. No se aplican campos externos.



- Calcule las tasas de emisión de los posibles decaimientos y compárelas entre sí. ¿Qué polarización tienen los fotones emitidos en cada canal de decaimiento?
 - ¿Cuál es la distribución angular de la intensidad de la luz emitida por cada uno de los decaimientos?
 - ¿Es isótropa la intensidad total de luz emitida?
 - ¿Cómo es la polarización de la luz emitida en la dirección \hat{z} ? ¿Y en $-\hat{z}$?
6. Considere un átomo con una transición dipolar entre un nivel excitado con momento angular total $J' = 2$ y uno inferior con $J = 1$.

- ¿Cuántas transiciones posibles hay? Justifique cuáles son prohibidas y por qué.
- Utilizando el teorema de Wigner-Eckart, calcular la tasa de emisión para cada transición.

Ayuda: teniendo en cuenta que la tasa para una transición $(J', m') \rightarrow (J, m)$ debe ser la misma que para $(J', -m') \rightarrow (J, -m)$ (¿por qué?), solo hace falta calcular las siguientes:

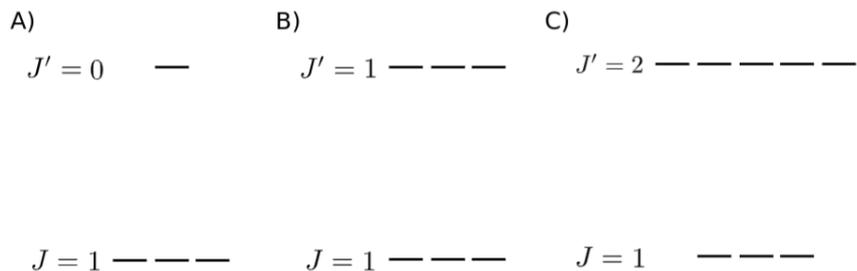
- $m' = 2 \rightarrow m = 1$
- $m' = 1 \rightarrow m = 1$
- $m' = 0 \rightarrow m = 1$
- $m' = 1 \rightarrow m = 0$
- $m' = 0 \rightarrow m = 0$

- ¿Cuánto vale la tasa total de decaimiento desde cada uno de los 5 niveles de $J' = 2$ hacia $J = 1$? Esto puede responderse sin utilizar lo calculado en el ítem (b).

7. **Bombeo óptico.** Se tiene un átomo cuyo estado fundamental corresponde a un nivel con momento angular total J . Inicialmente el problema es completamente isótropo (es decir, el estado inicial es una mezcla de todas las componentes m_J). Estudiaremos estructuras atómicas distintas, representadas en la figura.

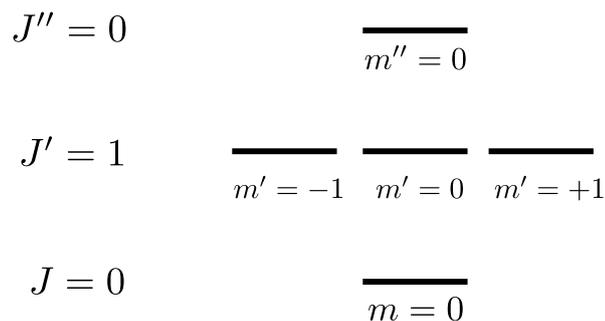
Considerar los casos A, B y C, en donde el átomo en un nivel excitado con J' decae siempre a un estado con J . Se aplican sucesivamente pulsos de luz resonantes a la transición $J \longleftrightarrow J'$, siempre con polarización lineal de tal forma de inducir transiciones π .

- (a) Discutir en cada caso qué sucederá con las poblaciones del estado fundamental. Identificar en cada caso qué estados serán “oscuros”.
- (b) Repetir el ítem (a) para luz circularmente polarizada que genere transiciones σ^+ .



Ayuda: en este problema no es necesario hacer cuentas ni calcular elementos de matriz, excepto para las transiciones $m_J = 0 \longleftrightarrow m'_J = 0$, ya que una de ellas es prohibida.

8. Se tiene un conjunto de átomos cuyo sistema de niveles se esquematiza en la figura. Inicialmente todos los átomos se encuentran en el estado con $J = 0$. Asuma que no hay decaimiento espontáneo y que el eje de cuantización del problema es \hat{z} .



- (a) Se aplica un pulso corto de luz sintonizado a la transición $J \longleftrightarrow J'$ con polarización \hat{z} . ¿Cómo será el estado de los átomos excitados al nivel J' ?
- (b) Repetir el ítem (a) para el caso de polarización \hat{x} .

- (c) En las condiciones del ítem (b), mostrar que si se aplica un segundo pulso corto de luz sintonizado a la transición $J' \longleftrightarrow J''$ con polarización \hat{x} , el estado J'' puede poblarse, mientras que eso no sucede si el segundo pulso está polarizado en \hat{y} . Es decir, el sistema se encuentra en un estado oscuro para la absorción de luz con polarización \hat{y} en la transición $J' \longleftrightarrow J''$.
- (d) Considere de nuevo la situación del ítem (b). Ahora, luego del pulso, se enciende un campo magnético $\vec{B} = B_0 \hat{z}$. Calcule como será en función del tiempo la absorción de luz con polarización \hat{y} en la transición $J' \longleftrightarrow J''$. ¿A qué frecuencia oscila?