Estructura de la materia 3
1^{er} Cuatrimestre 2025

<u>**Serie 5**</u> *Ensanchamiento de líneas espectrales*

1. Se tienen N átomos en un estado excitado. La probabilidad de decaer al estado fundamental y emitir un fotón por unidad de tiempo es $A \equiv 1/\tau$.

   (a) Calcular la intensidad de la luz emitida en función del tiempo $I(t)$.

   (b) Considere que el campo eléctrico producido por el destello de luz debido al decaimiento es
   $$\begin{aligned} t < 0: &\quad \mathcal{E}(t) = 0 \\ t \geq 0: &\quad \mathcal{E}(t) = \sqrt{I(t)}\cos(\omega_0 t) \end{aligned}$$
   ¿Cómo es el espectro de emisión en función de la frecuencia, $I(\omega) \propto |\mathcal{E}(\omega)|^2$, para tiempos largos?

   (c) Calcule el ancho a mitad de altura ($FWHM$) de $I(\omega)$.

2. En una celda de átomos neutros se excitan 10^8 átomos de sodio al nivel $3^2\mathrm{P}_{3/2}$ ($\tau = 16$ ns).

   (a) ¿Cuánto es la energía total emitida al decaer al estado fundamental?

   (b) La potencia emitida en función del tiempo es $P(t) = P_0 e^{-t/\tau}$. Calcular P_0.

3. **Ensanchamiento Doppler**

   (a) ¿Cuál es el ancho Doppler de la línea Lyman-α del átomo de hidrógeno a temperatura $T = 300$ K?

   (b) Un haz colimado de átomos de hidrógeno es atravesado perpendicularmente por un haz paralelo de un láser sintonizado a la línea Lyman-α. El diámetro de la boquilla es de 50 μm, la distancia entre la boquilla y la rendija de colimación es $d = 10$ cm, y el ancho de la rendija es $b = 1$ mm. ¿Cuál es el ancho Doppler residual dado por la divergencia angular del haz de átomos?

   (c) Comparar este último con el ancho natural de la línea ($\tau(2p) = 1.2$ ns).

   (d) ¿Es posible resolver la estructura hiperfina del estado fundamental $1^2\mathrm{S}_{1/2}$?

4. Se tiene una celda llena de átomos de rubidio a temperatura ambiente con la que se quiere hacer espectroscopía en la transición $5^2\mathrm{S}_{1/2} \rightarrow 5^2\mathrm{P}_{1/2}$ cerca de 795 nm. Este tipo de celda se construye generando vacío dentro de un cilindro de vidrio, al que luego se le introduce una pequeña cantidad de rubidio y rápidamente se cierra. La presión de vapor del rubidio es aproximadamente 4×10^{-5} Pa a temperatura ambiente.

   (a) ¿Será la presión o la temperatura el origen del ensanchamiento dominante?

   (b) ¿Qué sucede si, previo a cerrar la celda, se la llena también con argón hasta alcanzar presión atmosférica?

5. Un haz de átomos que se mueve con velocidad $\vec{v} = v\hat{x}$ atraviesa un haz láser que se propaga a lo largo de la dirección $\hat{y}$. El láser tiene frecuencia ω_L, su dimensión en la dirección $\hat{z}$ es mayor que la del haz atómico, y su intensidad es $I(x,z) = I_0$ para $-w < x < w$ e $I(x,z) = 0$ para $|x| \geq w$.

   (a) Estime el ensanchamiento de la línea de absorción debido al **tiempo finito de interacción** entre los átomos y la luz. A este ensanchamiento se lo conoce como "ensanchamiento por tiempo de transito" (*transit-time broadening*).

   (b) Supongamos que el láser se sintoniza a una transición entre el estado fundamental atómico y uno excitado (separados energéticamente por $\hbar\omega_0$) con ancho natural τ. Para $v = 5 \times 10^4$ cm/s y diámetro $2w = 1$ mm, estimar para qué valores de τ el efecto de ensanchamiento del tiempo de tránsito dominará el ancho de la línea.

6. Considere un átomo con una transición entre dos estados cuya diferencia de energías es $\hbar\omega_0$ y que se encuentra confinado en un potencial armónico 1D de frecuencia Ω, de manera que el movimiento del átomo cumple $\vec{r}(t) = (x_0 \sin\Omega t, 0, 0)$.

   Asumiendo que no existe ningún tipo de ensanchamiento (es decir, $\Gamma = 0$), demostrar que el espectro de emisión de dicha transición visto desde un detector fijo en la dirección x es

$$I(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\beta)\delta(\omega - \omega_0 - n\Omega)$$

   donde $\beta = kx_0$, con $k = 2\pi/\lambda$.

   Ayuda: considere las siguientes expansiones en funciones de Bessel J_n:

$$\cos(z\sin\theta) = J_0(z) + 2\sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z)\cos(2k\theta) \tag{1}$$

$$\sin(z\sin\theta) = 2\sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z)\sin((2k+1)\theta) \tag{2}$$

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \tag{3}$$