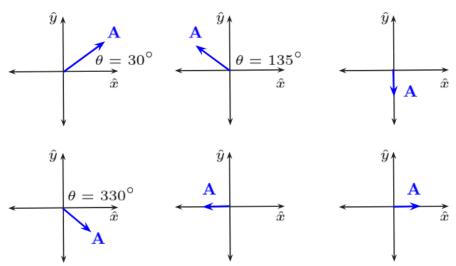
## 1 – Vectores y trigonometría

Problema 1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

Problema 2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



Usualmente, la notación para un vector puede ser **A** (negrita) o  $\vec{A}$ 

b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

A = (3,3)(i)

- (iv) **D**= (5,0)
- B = (-1.25, -2.16)(ii)
- (v) E = (0,3)
- (iii)  $\mathbf{C} = (-2.5, 4.33)$
- (vi)  $\mathbf{F} = (0,-7)$

Problema 3 - Qué propiedades tienen los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  tales que:

a) 
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$$
,  $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{C}|$  b)  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$  c)  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ,  $A^2 + B^2 = C^2$ 

b) 
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$$

c) 
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$$
,  $A^2 + B^2 = C^2$ 

Problema 4 - Usando la definición de producto escalar, calcular:

a) 
$$\hat{i} \cdot \hat{j}$$
 b)  $\hat{j} \cdot \hat{j}$  c)  $\hat{i} \cdot \hat{k}$  d)  $\hat{k} \cdot \hat{k}$  e)  $\hat{j} \cdot \hat{k}$  f)  $\hat{j} \cdot \hat{i}$ 

c) 
$$\hat{i}\cdot\hat{k}$$

f) 
$$\hat{j} \cdot \hat{i}$$

donde  $\hat{i} = (1,0,0), \ \hat{j} = (0,1,0), \ \hat{k} = (0,0,1).$ 

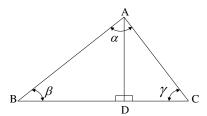
Problema 5 - Haciendo uso de  $\vec{C} \cdot (\vec{E} + \vec{F}) = \vec{C} \cdot \vec{E} + \vec{C} \cdot \vec{F}$  (propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma) y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si  $\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$  $+ a_z \hat{k}$  y  $\vec{B} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$  entonces,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \mathbf{A}.\mathbf{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

**Problema 6** - a) Utilizando el Teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, usando el triángulo de la Fig. demostrar el Teorema del Coseno:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB BC \cos b$$
.

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.



Ayuda: Considerar los dos triángulos rectángulos ABD y ADC, respectivamente.

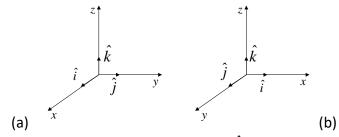
b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que

y generalizar el resultado para demostrar el Teorema del Seno:

$$AC/sen b = AB/sen g = BC/sen a.$$

**Problema 7** - a) Sean $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$  los versores (vectores de modulo uno) de la terna mostrada en la Fig. (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular,

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la Fig. (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.



En lo sucesivo convendrá trabajar con ternas análogas a las del caso (a):  $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ , las cuales se denominan "ternas derechas".

**Problema 8** - Dados los vectores  $\vec{A}$  ,  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$  , demostrar:

- a) Que el producto vectorial no es asociativo y se cumple:  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
- b) Que cualesquiera sean los vectores, se cumple:  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$
- c) Que el producto mixto es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.
- d) Que la condición necesaria y suficiente para que los tres vectores sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.