Guía 0: Repaso

Los ítems denotados con un asterisco están pensados como optativos para resolverse con la computadora.*

(1) Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

(2) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:

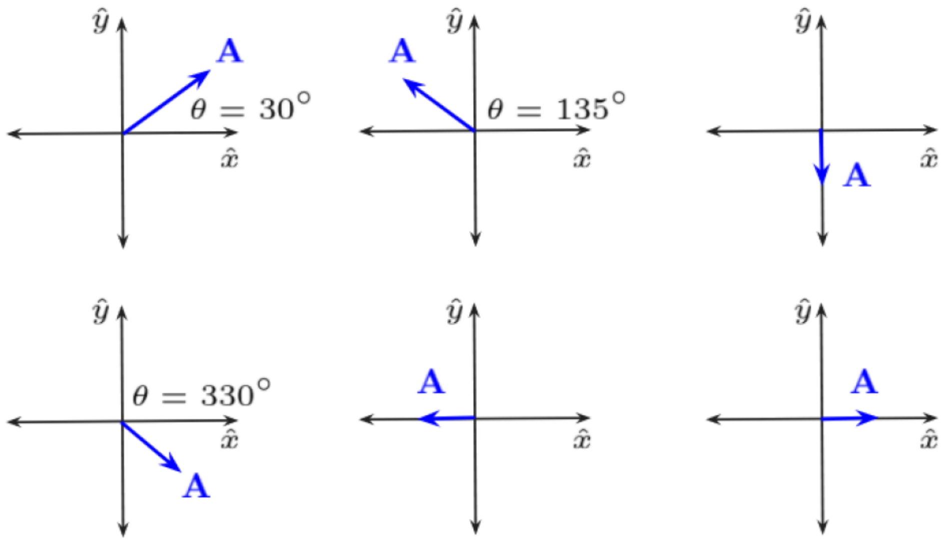

Figura 1: Usualmente, la notación para un vector puede ser **A** (negrita) o $\vec{A}$.

(3) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

(a) A = (3,3)
(b) B = (5,0)
(c) C = (-1.25,-2.16)
(d) D = (0,3)
(e) E = (-2.5,4.33)
(f) F = (0,-7)

(4) Sean los versores en tres dimensiones $\hat{e}_1 = (1,0,0)$, $\hat{e}_2 = (0,1,0)$ y $\hat{e}_3 = (0,0,1)$. Usando la definición de producto escalar, calcule todos los productos $\hat{e}_i \cdot \hat{e}_j$ con $i, j = 1, 2, 3$.

5. Sean los versores en tres dimensiones $\hat{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\hat{e}_2 = (0, 1, 0)$ y $\hat{e}_3 = (0, 0, 1)$. Usando la definición de producto vectorial, calcular todos los productos $\hat{e}_i \times \hat{e}_j$ con $i, j = x, y, z$.

6. Repita el ejercicio anterior considerando $\hat{e}_1 = (0, 1, 0)$, $\hat{e}_2 = (1, 0, 0)$ y $\hat{e}_3 = (0, 0, 1)$.

7. Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el "teorema del coseno"

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB}\,\overline{BC}\cos\beta.$$

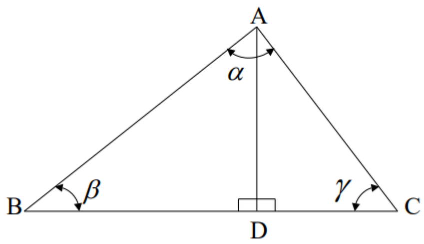

Figura 2: $\overline{AB}$ es la longitud del segmento que une los vértices A y B; y análogamente $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$.

8. Demostrar que el producto vectorial no es asociativo y que, dados los vectores $\mathbf{A}$; $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$, se cumple

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}).$$

9. Probar que para cualesquiera vectores $\mathbf{A}$; $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$, se cumple

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}).$$

10. En el instante $t_0 = 0$ un cuerpo se encuentra en el punto A y viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v. Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a una distancia d de A.

   (a) Halle v.
   (b) Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, considerando un sistema de coordenadas con origen en A y otro considerando un sistema de coordenadas con origen en B. Graficar dichas expresiones.

11. Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 hs., por B a las 13 hs. y por C a las 15 hs. (AB = 50 km, BC = desconocido).

   (a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Elija un instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.

(c) Elija otro instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.

(d) Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.

12 Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia AB = 300 km) a $v_1 =$ 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a $v_2 = 50$ km/h. El móvil 2 parte una hora antes que el móvil 1.

(a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Escriba los vectores velocidad v_1 y v_2 de los móviles 1 y 2, respectivamente.

(c) En un mismo gráfico represente posición vs. tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.

(d) En un mismo gráfico represente velocidad vs. tiempo para ambos móviles. ¿Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro?

13 Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende con velocidad 12 m/s,

(a) Elija un sistema de referencia y escriba las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.

(b) Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 s.

(c) Resuelva los incisos a) y b) considerando que el globo asciende a 12 m/s.

14 *Utilizando Google Colab, desarrolle una notebook que

(a) Grafique las siguientes funciones (librería recomendada: import matplotlib.pyplot as plt):

- $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- $g(x) = a\exp(\lambda x)$
- $h(x) = a\cos(\omega x) + b$

(b) Usando el esquema de diferencias finitas, calcule numéricamente las derivadas del inciso a) para x entre el intervalo [0,1] (librería recomendada: import numpy as np).

(c) Integre numéricamente para x entre el intervalo [0,1] las funciones del inciso a). ¿Qué esquema utilizó? (librería recomendada: import numpy as np).

(d) Compare analítica y gráficamente las soluciones numéricas con las soluciones exactas.