Guía 1: Cinemática

1 Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = -kt^3 + bt^2 \text{ , con } k, b \text{ constantes positivas.}$$

(a) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y grafíquelas.

(b) Halle el instante de tiempo y la correspondiente posición en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.

(c) Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.

2 Una partícula se desplaza en línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = \sqrt{x_0^2 + 2kt} \qquad \text{con } x_0, k \text{ constantes positivas.}$$

(a) Calcule la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.

(b) Exprese las magnitudes del punto a) en función de la posición, y grafíquelas partiendo de la posición a $t = 0$.

3 Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a $t = 0$ de la posición $x(t = 0) = 0$ con velocidad $v(t = 0) = v_0$. Encuentre $x(t)$ y $x(v)$ en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación (k constante):

(a) $a = kt^2$, $k > 0$

(b) $a = -kv^2$, $k > 0$

(c) $a = kvx$, $k > 0$

4 A t=0 se deja caer un cuerpo sin velocidad inicial desde una altura H del piso. Además del peso, actúa una fuerza en la dirección horizontal que provoca una aceleración en esa dirección que puede expresarse como a_x=kt^2 con $k > 0$.

(a) Escriba las ecuaciones de movimiento y halle la ecuación de la trayectoria.

(b) Diga en qué punto del eje x el cuerpo tocará el suelo. Compare con los resultados que se obtienen para $a_x = 0$.

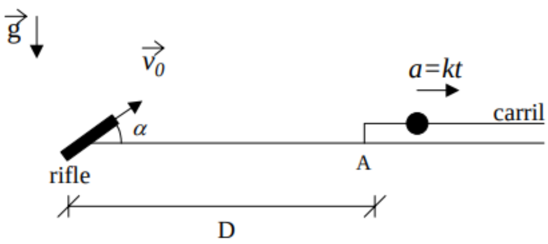
5 Un helicóptero se encuentra suspendido en la posición $x = L$, $y = H$. En $t = 0$ el helicóptero comienza a descender con aceleración $a_y = -kt$ (k constante > 0). En el origen de coordenadas hay un cañón que forma un ángulo α con la horizontal y dispara proyectiles con velocidad de salida v_0.

(a) Encuentre la trayectoria del proyectil (o sea, dé y en función de x). Grafique y vs x para el proyectil y para el helicóptero

(b) ¿Para qué valores de v_0 la trayectoria del proyectil y la del helicóptero se intersecan?

(c) Si v_0 es alguno de los valores hallados en (b) diga en qué instante debe efectuarse el disparo para que el proyectil haga impacto sobre el helicóptero.

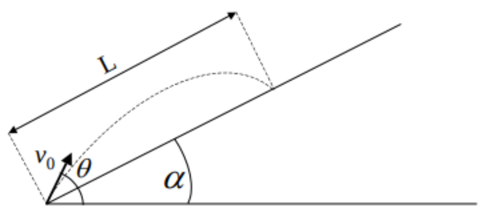
6 Un juego de un parque de diversiones consiste en una pelotita que se mueve por un carril rectilíneo con aceleración $a = kt$ hacia la derecha, con k constante > 0. A t=0, la pelotita se halla en reposo en el extremo izquierdo del carril (punto A). El jugador dispone de un rifle, ubicado a una distancia D del punto A, que dispara bolas con velocidad v_0 variable, pero con un ángulo α fijo.



(a) ¿Con qué velocidad v_0 debe disparar el jugador para que le sea posible acertar en la pelotita? Es decir, ¿para qué valor de v_0 las trayectorias de la bala y la pelotita se intersecan?.

(b) Si v_0 es alguna de las velocidades halladas en a), ¿en qué instante debe disparar el jugador para pegarle a la pelotita?

7 Un jugador de fútbol patea la pelota fuera de la cancha hacia las tribunas con velocidad inicial v_0 y ángulo de elevación θ. La tribuna forma un ángulo α con la horizontal (ver figura). Se aconseja utilizar un sistema de referencia con los ejes (x,y) en las direcciones horizontal y vertical, respectivamente.



(a) Muestre que la expresión del alcance L en función del ángulo θ está dada por:

$$L = \frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\operatorname{sen}(\theta-\alpha)\cos\theta \qquad (1)$$

(b) Grafique el alcance L en función de θ y demuestre que para cada valor de L hay dos valores posibles de θ (tiro rasante y tiro de elevación).

(c) ¿Cuál es el ángulo θ para el cual el alcance es máximo?

8 Un nadador puede nadar a 0,7 m/s respecto del agua. Quiere cruzar un río de 50 m de ancho. La corriente del agua es de 0,5 m/s

(a) Si quiere llegar al punto opuesto en la otra orilla, ¿en qué dirección debe nadar? ¿cuánto tarda en cruzar?

(b) Si quiere cruzar en el menor tiempo posible, ¿en qué dirección debe nadar?, ¿a qué punto llegará?

9 Sobre una rampa inclinada a 30° respecto de la horizontal, un móvil asciende con una aceleración de 1 m/s^2. Si la rampa se acelera a partir del reposo hacia la derecha a 0,5 m/s^2:

(a) ¿Cuál es la aceleración del móvil respecto de la tierra?.

(b) ¿Qué velocidad adquiere el móvil al cabo de 1s respecto de la rampa y de la tierra?

10 Un cuerpo inicialmente en reposo ($\theta(t{=}0){=}\ 0$, $\omega(t{=}0){=}0$) es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley

$$\gamma = 120\ s^{-4}t^2 - 48s^{-3}t + 16s^{-2}$$

donde γ es la aceleración angular medida en $1/s^2$.

Halle:

(a) $\theta = \theta$(t)

(b) $\omega = \omega$(t)

(c) el vector aceleración (utilice la descomposición polar)

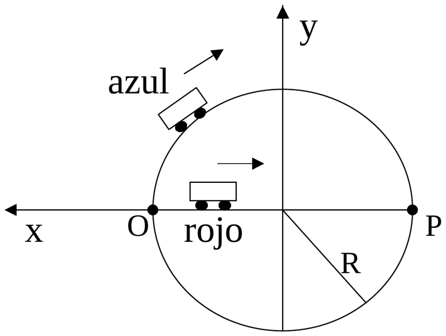
(d) ¿Cuánto vale $\vec{v}$ en t=2s

11 Un mecanismo de relojería utilizado para controlar cierta maquinaria consiste de dos agujas A y B que se mueven ambas en sentido horario. La aguja A se mueve con velocidad angular constante ω_0 partiendo de ϕ_A $(t = 0) = 0$, la aguja B se mueve con una aceleración angular constante γ partiendo con velocidad angular $\omega_B(t{=}0){=}2\omega_0$ de la posición ϕ_B $(t = 0) = 0$.

(a) Calcule en qué instantes ambas agujas coinciden.

(b) Ídem en el caso en que la aguja A se mueva en sentido antihorario.

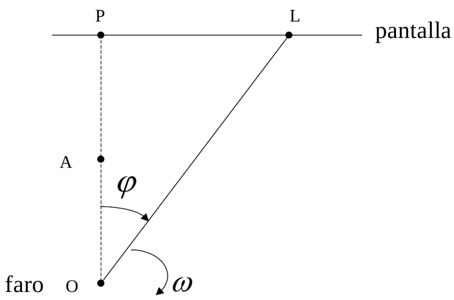
12 Un auto azul parte del reposo desde el punto O en el instante $t = 0$, y describe una trayectoria circular de radio $R = 90$ m con una aceleración angular $\gamma_a = kt$ ($k = \pi/6$ s^{-3}). Pasados 3s desde la partida del auto azul, parte del reposo desde O un auto rojo que se mueve en línea recta hacia el punto P con una aceleración constante $a_r = -a_0\hat{x}$.



(a) ¿Cuánto tiempo tarda el auto azul en llegar al punto P ?

(b) ¿Cuál debe ser el valor de a_0 para que el auto rojo pueda alcanzar al auto azul en el punto P?

13 Un faro que gira con velocidad angular constante ω, proyecta su luz sobre una pantalla ubicada a una distancia $d = \overline{OP}$ (ver figura).



(a) Halle la velocidad lineal del punto luminoso sobre la pantalla en función de datos y de x.

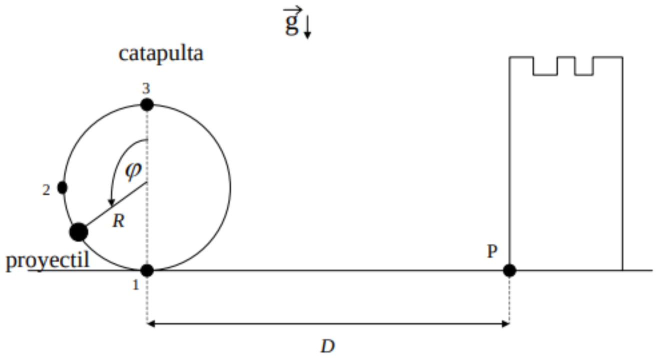
(b) Calcule en función de datos y de x la velocidad angular del punto luminoso para un observador situado a una distancia $D = \overline{AP}$ de la pantalla. (Sugerencia: haga este cálculo usando trigonometría).

(c) ¿Cómo debería ser la velocidad angular del faro para que el punto luminoso se mueva con velocidad constante?

14 Una catapulta está ubicada a una distancia D de un castillo (ver figura). La catapulta se utiliza para lanzar proyectiles y consiste en un dispositivo mediante el cual cada proyectil parte desde la posición (1) con velocidad nula, luego se mueve sobre la trayectoria circular de radio R con una aceleración angular $\ddot{\varphi}$ dada por

$$\ddot{\varphi} = -\tfrac{(n+1)K}{\pi^{n+1}}\varphi^n$$

donde K y n son constantes, n=4. Finalmente es liberado en la posición (3).



(a) Exprese la velocidad tangencial v del proyectil (cuando está en la catapulta) en función de K, R y φ. Calcule v para la posición (2).

(b) Calcule (en función de K, R y φ) la distancia D a la que hay que ubicar la catapulta para que los proyectiles lanzados por ella peguen en el punto P del castillo.