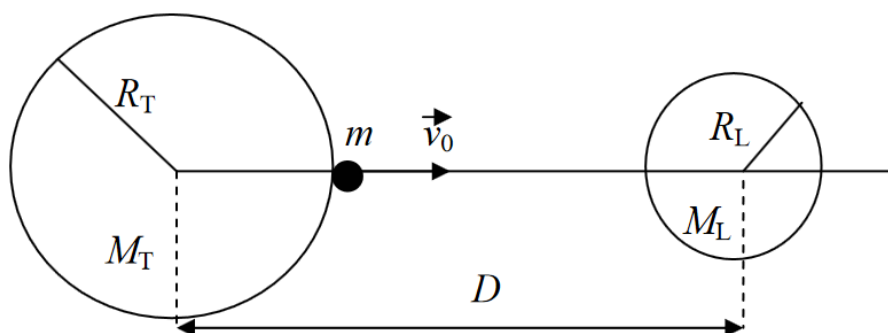
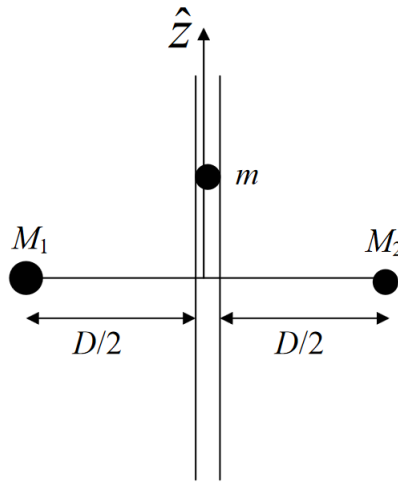

Guía 10: Gravitación

- ① Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 fijas y separadas por una distancia D . Una tercera partícula de masa m se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que m se mueve sobre la recta que une a M_1 y M_2 , considerando que puede hallarse entre ambas o bien a la izquierda o a la derecha de ellas.
- (a) Escriba la fuerza neta sobre m en función de la posición.
 - (b) Calcule y grafique el potencial.
 - (c) Describa cualitativamente el movimiento de m para distintos valores de su energía mecánica.
- ② Aplique el problema anterior considerando que $M_1 = M_T$ (masa de la Tierra), $M_2 = M_L$ (masa de la Luna), D es la distancia Tierra-Luna, y la partícula de masa m es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad $\vec{v}_0$. Tenga en cuenta que en este problema M_1 y M_2 no son partículas puntuales, sino que tienen radios R_T (radio de la Tierra) y R_L (radio de la Luna), respectivamente.
- (a) Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.
 - (b) ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?
 - (c) Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar a este punto y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.



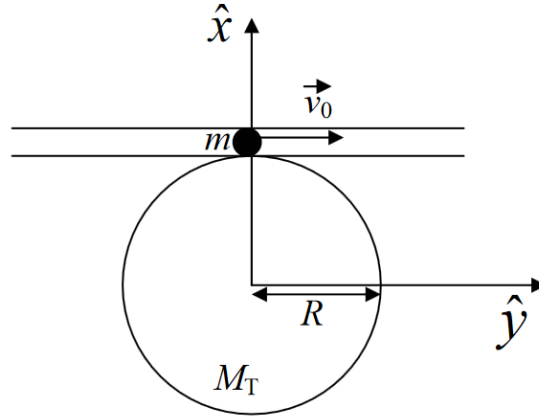
- ③ Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 , fijas y separadas entre sí por una distancia D . Una tercera partícula de masa m es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas, como muestra la figura.

- Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada z que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.
- Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.
- Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa m de su posición de equilibrio.
- Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.

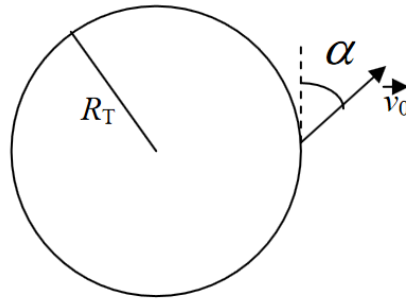


- ④ Una partícula de masa m es dejada en el punto A de un túnel sin fricción imprimiéndole una velocidad $\vec{v}_0$ (ver figura). La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra.

- Grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada y . Diga cuál es la máxima velocidad v_0 que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.
- Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será aproximadamente armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.
- Para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.

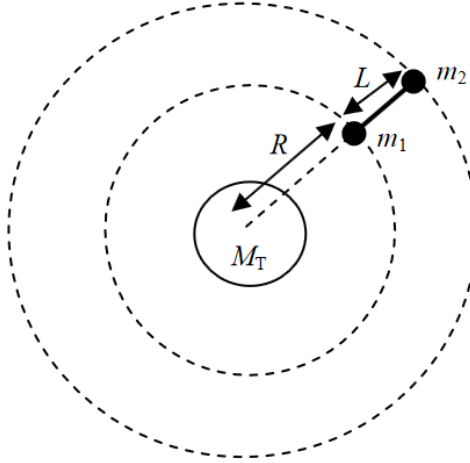


- 5) Una nave espacial de masa m es lanzada desde la superficie terrestre con una velocidad $\vec{v}_0$ que forma un ángulo α con dicha superficie (ver figura). Suponga que la Tierra, de masa M_T y radio R_T , permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.
- Diga, justificando su respuesta, si se conservan o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.
 - Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia r al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y gráfiquelo en función de r .
 - Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir, el mínimo valor de v_0 necesario para que la coordenada r de la nave aumente sin cota superior.



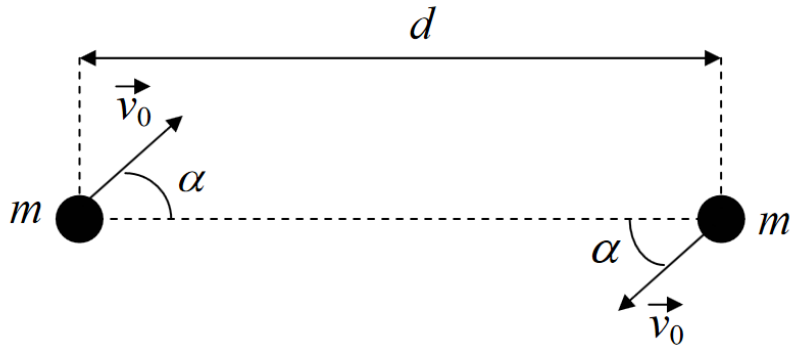
- 6) Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra a una distancia R de su centro está compuesto por dos masas de igual valor $m_1 = m_2 = m$, unidas entre sí por una barra de longitud L y masa despreciable. Durante todo el movimiento la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.
- Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.

- (b) Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.
- (c) En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento determine cualitativamente la trayectoria de la masa m_1 . Justifique su respuesta.



- 7) Considere dos partículas de masa m que interactúan gravitatoriamente entre sí. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial ($t = 0$) las partículas se hallan separadas una distancia d y se les da a cada una de ellas una velocidad $\vec{v}_0$ de módulo v_0 y dirección indicada en la figura.

- (a) Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas diga, justificando su respuesta, si se conservan o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total.
- (b) Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para $t > 0$.
- (c) Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia $d/2$.



- ⑧ Una partícula de masa m se acerca desde el infinito con velocidad v_0 y parámetro de impacto b a un cuerpo de masa M , que se halla fijo en el punto O. Debido a la atracción gravitatoria ejercida por M , la partícula describe una trayectoria hiperbólica, y al pasar por el punto de máximo acercamiento (punto A) se engancha con un resorte de masa despreciable, constante elástica k y longitud natural $l_0 = r_0$, con r_0 la distancia de máximo acercamiento de la partícula. El otro extremo del resorte está sujeto a un eje que pasa por O.
- Diga qué magnitudes se conservan para la partícula de masa m antes y después de alcanzar el punto A.
 - Calcule el momento angular de la partícula en función de m , b y v_0 . Ayuda: use un momento en que la partícula se halla muy lejos de la masa central, de manera que su velocidad es prácticamente horizontal y su distancia al eje x es prácticamente b .
 - Calcule la distancia r_0 de máximo acercamiento y la velocidad de la partícula en el correspondiente punto A en función de M , m , b y v_0 .
 - Después de engancharse con el resorte, encuentre la velocidad de la partícula (componentes radial y tangencial) cuando ésta se halla a una distancia $d = 2r_0$ del punto O. Expresé el resultado en términos de r_0 y de los datos del problema.

