Cinemática 2D en cartesianas

La posición de un objeto es ahora un punto en un plano, por lo que hay que usar dos coordenadas para definirlo.

Si tomamos los ejes cartesianos x e y, el vector posición es

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$

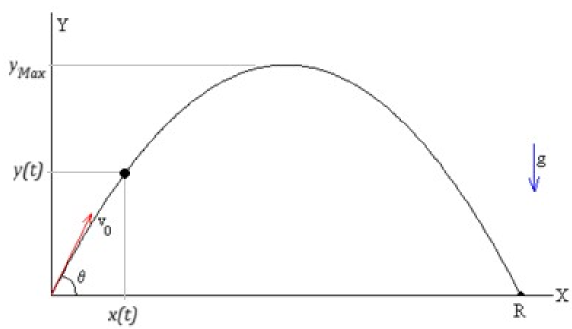
Y la velocidad y la aceleración

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{x}(t)\hat{x} + \dot{y}(t)\hat{y} = v_x(t)\hat{x} + v_y(t)\hat{y}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \ddot{x}(t)\hat{x} + \ddot{y}(t)\hat{y} = a_x(t)\hat{x} + a_y(t)\hat{y}$$

Tiro oblicuo

Es un caso particular de un movimiento en 2D, en el que tenemos una aceleración constante en un eje, la aceleración de la gravedad, y no hay aceleración en el otro eje. Básicamente tendremos un MRUV en el eje y, y un MRU en el eje x.



El objeto describe una trayectoria como se ve en la figura. Para cada instante t tiene coordenadas *x(t)* e *y(t).* Comienza con una velocidad inicial de módulo v_0 que forma un ángulo θ con la horizontal:

$$\vec{v}(t=0) = v_0 cos(\theta)\hat{x} + v_0 sen(\theta)\hat{y} = v_{0x}\hat{x} + v_{0y}\hat{y} \text{ con } v_{0x} = v_0 cos(\theta) \text{ y } v_{0y} = v_0 sen(\theta)$$

La aceleración es

$$\vec{a} = -g\hat{y}$$

La velocidad queda

$$\vec{v}(t) = v_{0x}\,\hat{x} + (v_{0y} - gt)\hat{y}$$

Y la posición

$$\vec{r}(t) = v_{0x}t\,\hat{x} + (v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2)\hat{y}$$

Es decir

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y(t) = v_{0y} - gt$$

$$x(t) = v_{0x}t$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$

De acá podemos calcular algunas cosas.

Por ejemplo **el alcance** R, que es la posición del objeto en x cuando y=0.

Calculamos el tiempo que tarda en llegar a R

$$y(t) = 0 \Leftrightarrow v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2 = 0 \Leftrightarrow \left(v_{0y} - \frac{g}{2}t\right)t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \text{ ó } t = \frac{2v_{0y}}{g}$$

t=0 es el momento de partida, donde también se cumple y=0, entonces $t_R = \frac{2v_{0y}}{g}$

Ahora, el alcance será $R = x(t_R)$:

$$R = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

También podemos calcular la **altura máxima** y_{MAX}

En ese punto se cumple $v_y = 0$, entonces calculemos el tiempo que tarda en llegar a dicho punto

$$v_y(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} \Rightarrow t_{Max} = \frac{v_{0y}}{g}$$

Vemos que el tiempo en llegar al máximo es la mitad del tiempo que tarda en llegar a R, lo cual podíamos intuir por una simetría en el problema.

Ahora, la altura máxima alcanzada será $y_{MAX} = y(t_{Max})$:

$$y_{MAX} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

Por último podemos calcular la **trayectoria** $y(x)$. De la ecuación horaria para *x(t)* despejamos

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

Y reemplazamos en la ecuación de *y(t)*

$$y(x) = v_{0y}\frac{x}{v_{0x}} - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_{0x}^2} = \frac{v_0 sen(\theta)}{v_0 \cos(\theta)}x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\theta)} \Rightarrow$$

$$y(x) = tg(\theta)x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\theta)}$$

Que es una parábola.