

Energía almacenada en un capacitor

- La energía almacenada también se puede escribir como :

$$U = \frac{1}{2} C \varphi_{12}^2$$

- Para un **condensador plano** $C = \epsilon_0 \frac{A}{s}$ y $Es = \varphi_{12}$. Entonces:

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{s} (Es)^2 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} (As)$$

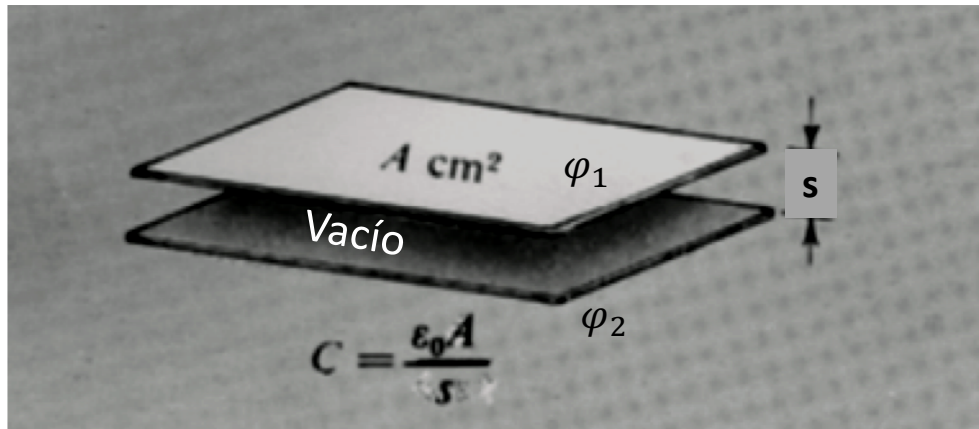
Energía almacenada en un capacitor

- Entonces, $\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ es la energía almacenada en el capacitor por unidad de volumen.
- Esta expresión es general y quiere decir que es posible almacenar energía en un campo electrostático cualquiera.
- Más adelante veremos cómo almacenar energía en un campo magnético.

Dieléctricos:

- Propiedades:
 - Son básicamente aislantes
 - Se polarizan en presencia de un campo eléctrico externo
- Usos:
 - Colocados entre conductores aumentan la capacidad por acumulación de carga polarizada.
 - Como aislantes para impedir descargas eléctricas.
 - Colocados entre placas permite achicar distancia entre ellas para aumentar la capacidad.

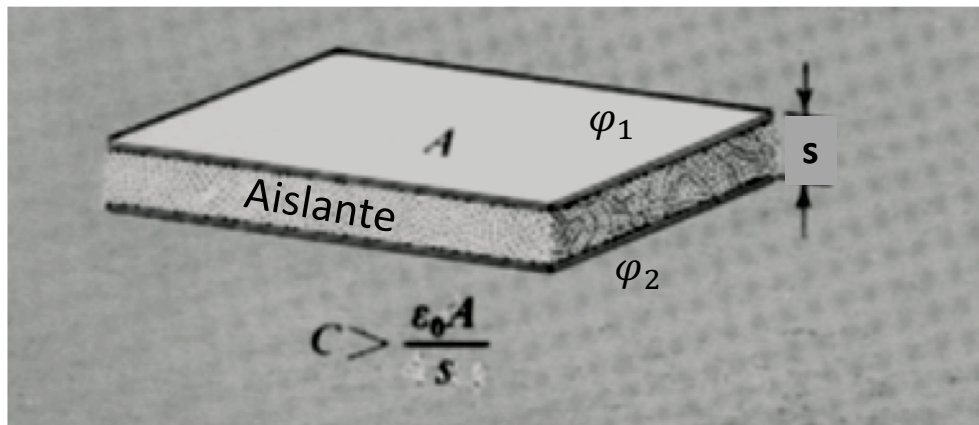
Experiencia con condensadores en vacío y con dieléctricos



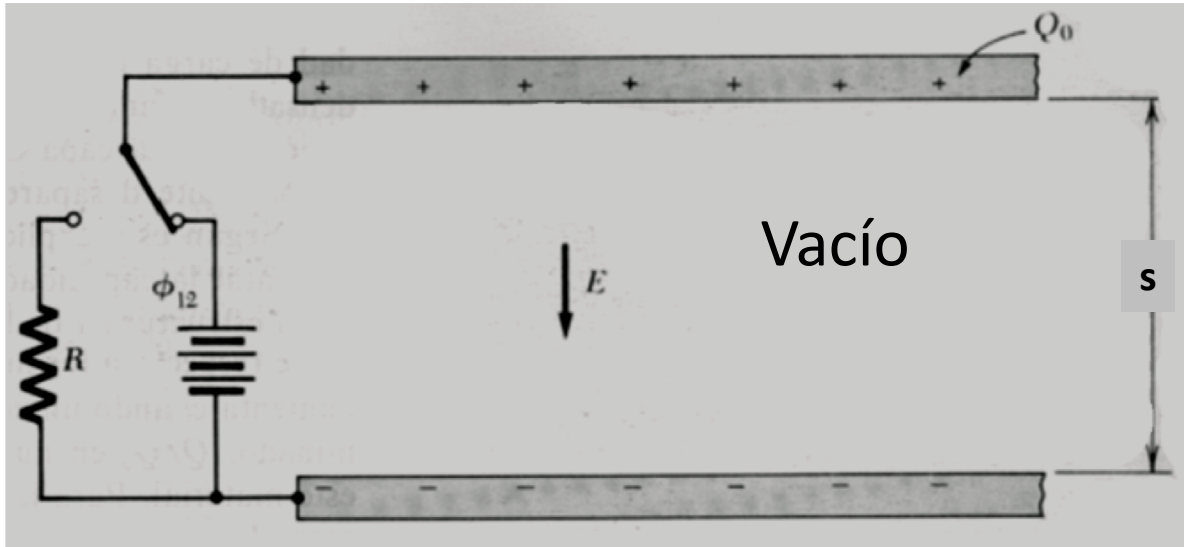
- En el vacío: dos conductores aislados uno del otro. Para uno plano:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon_0 A}{s}$$

- Cuando metemos un material aislante entre las placas, manteniendo la diferencia de potencial, tenemos una capacidad mayor.



- **Esto se debe a una mayor cantidad de carga en las placas.**

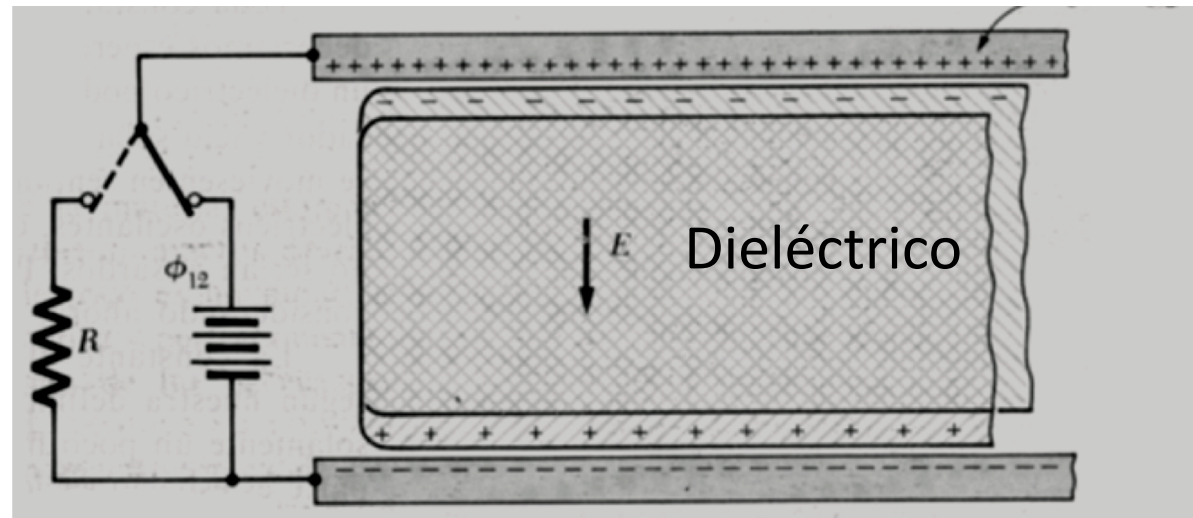


La batería mantiene la diferencia de potencial ϕ_{12} . Con una carga Q_0 , tenemos:

$$Q_0 = C_0 \phi_{12}$$

El campo eléctrico desplaza en el aislante las cargas positivas hacia abajo y las negativas hacia arriba. Capas no compensadas se ubican junto a las placas. En las placas hay ahora una carga mayor

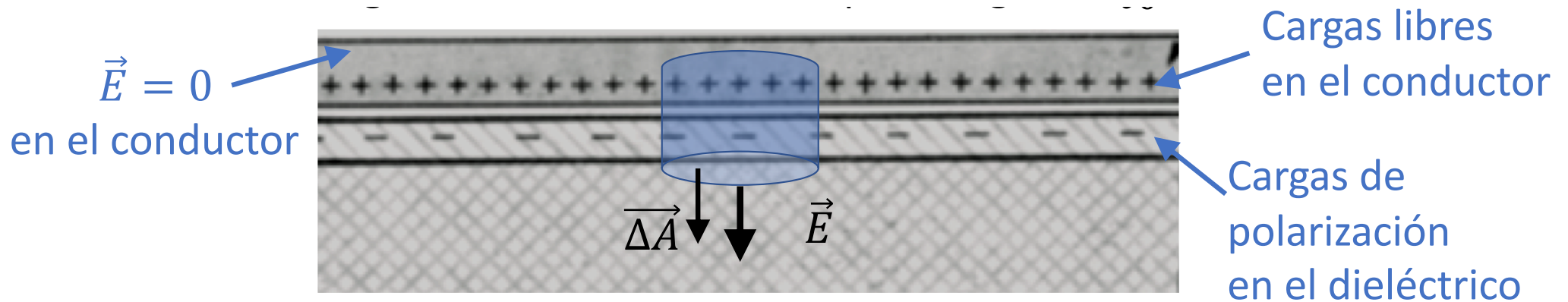
$$Q = \kappa Q_0 \quad \kappa > 1$$



$$Q = \kappa Q_0$$

Cargas libres y de polarización

- En el vacío, el campo es $E = \frac{\varphi_{12}}{s}$
- Cuando metemos el dieléctrico, en todo el espacio, la diferencia de potencial es la misma (por acción de la batería) y la distancia es la misma con lo cual E no cambia.
- Esto quiere decir que la carga en el conductor Q , más la carga en el borde contiguo del dieléctrico tiene que ser igual a Q_0 .



Cargas libres y de polarización

- Entonces definiendo $\kappa > 1$ tal que $Q = \kappa Q_0$, la carga en el borde contíguo del dieléctrico es

$$Q' = -(\kappa Q_0 - Q_0) = (1 - \kappa)Q_0$$

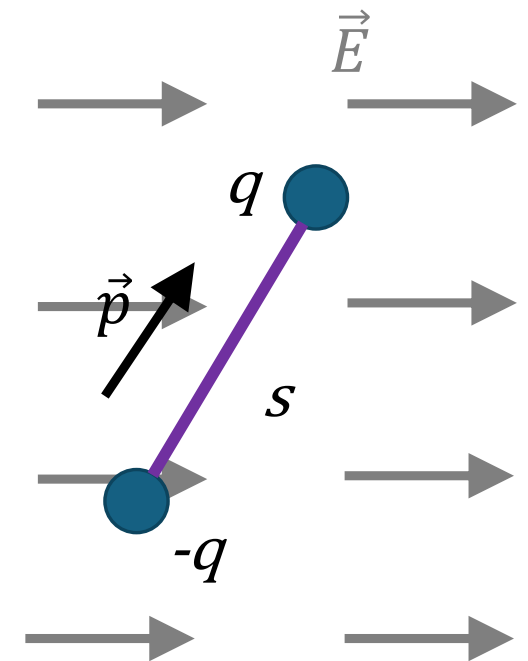
- κ es la **constante dieléctrica**

Tabla 10.1 Constantes dieléctricas de varias sustancias κ

<i>Substancia</i>	<i>Condiciones</i>	<i>Constante dieléctrica</i>
Aire	Gas, 0° C, 1 atm	1,00059
Metano	Gas, 0° C, 1 atm	1,00088
Ácido clorhídrico, HCl	Gas, 0° C, 1 atm	1,0046
Agua H ₂ O	Gas, 110° C, 1 atm	1,0126
	Líquido, 20° C	80
Benceno, C ₆ H ₆	Líquido, 20° C	2,28
Metanol CH ₃ OH	Líquido, 20° C	33,6
Amoníaco, NH ₃	Líquido, — 34° C	22
Aceite de transformador	Líquido, 20° C	2,24
Cloruro sódico, NaCl	Cristal, 20° C	6,12
Azufre, S	Sólido, 20° C	4,0
Silicio, Si	Sólido, 20° C	11,7
Polietileno	Sólido, 20° C	2,25-2,3
Porcelana	Sólido, 20° C	6,0-8,0
Cera de parafina	Sólido, 20° C	2,1-2,5
Vidrio pyrex 7070	Sólido, 20° C	4,00

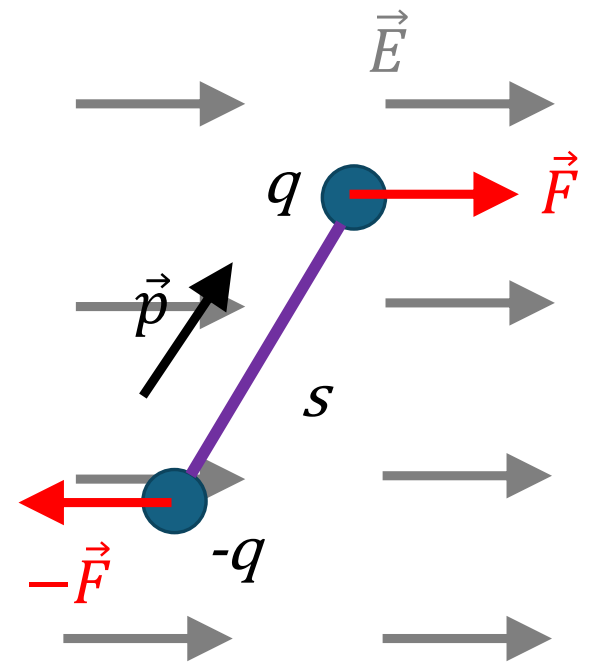
Torque sobre un dipolo en un campo externo

- Supongamos un dipolo de dos cargas opuestas de módulo q separadas por una varilla rígida no conductora de largo s .
- El momento dipolar es simplemente $\vec{p} = qs \hat{p}$.
- Nos interesa saber qué pasa cuando el dipolo se encuentra en un campo uniforme $\vec{E}$ (no nos interesa el campo del dipolo).



Torque sobre un dipolo en un campo externo

- Las cargas del dipolo sentirán fuerzas opuestas de módulo $F = qE$
- La fuerza resultante será nula, con lo cual el dipolo entero no se va a acelerar.
- Sin embargo, si el dipolo no está alineado con el campo habrá un torque



Torque sobre un dipolo en un campo externo

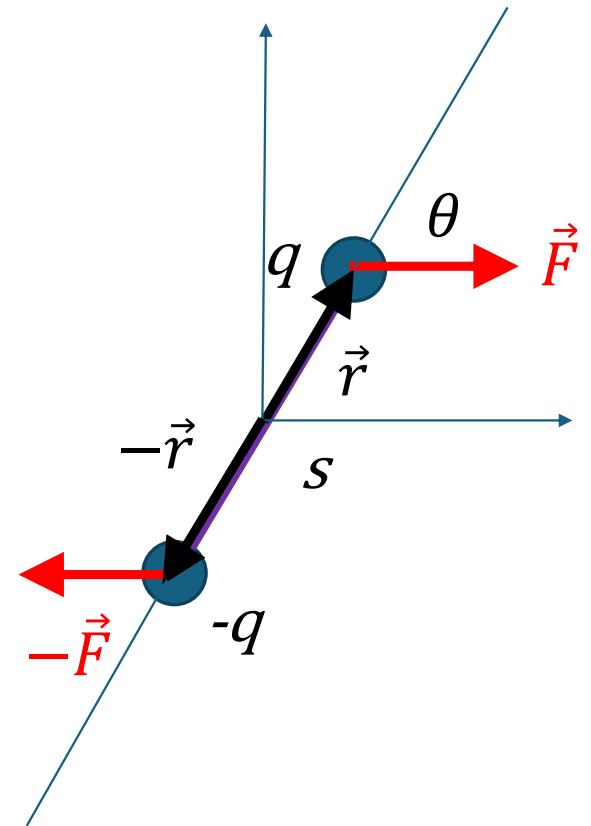
- El torque es

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} + \left(-\vec{r} \times (-\vec{F}) \right) = 2 \vec{r} \times \vec{F}$$

- Como $|\vec{r}| = \frac{s}{2}$, $\vec{N}$ apunta hacia afuera de la pantalla y tiene módulo $|\vec{N}| = sqE |\sin \theta|$.

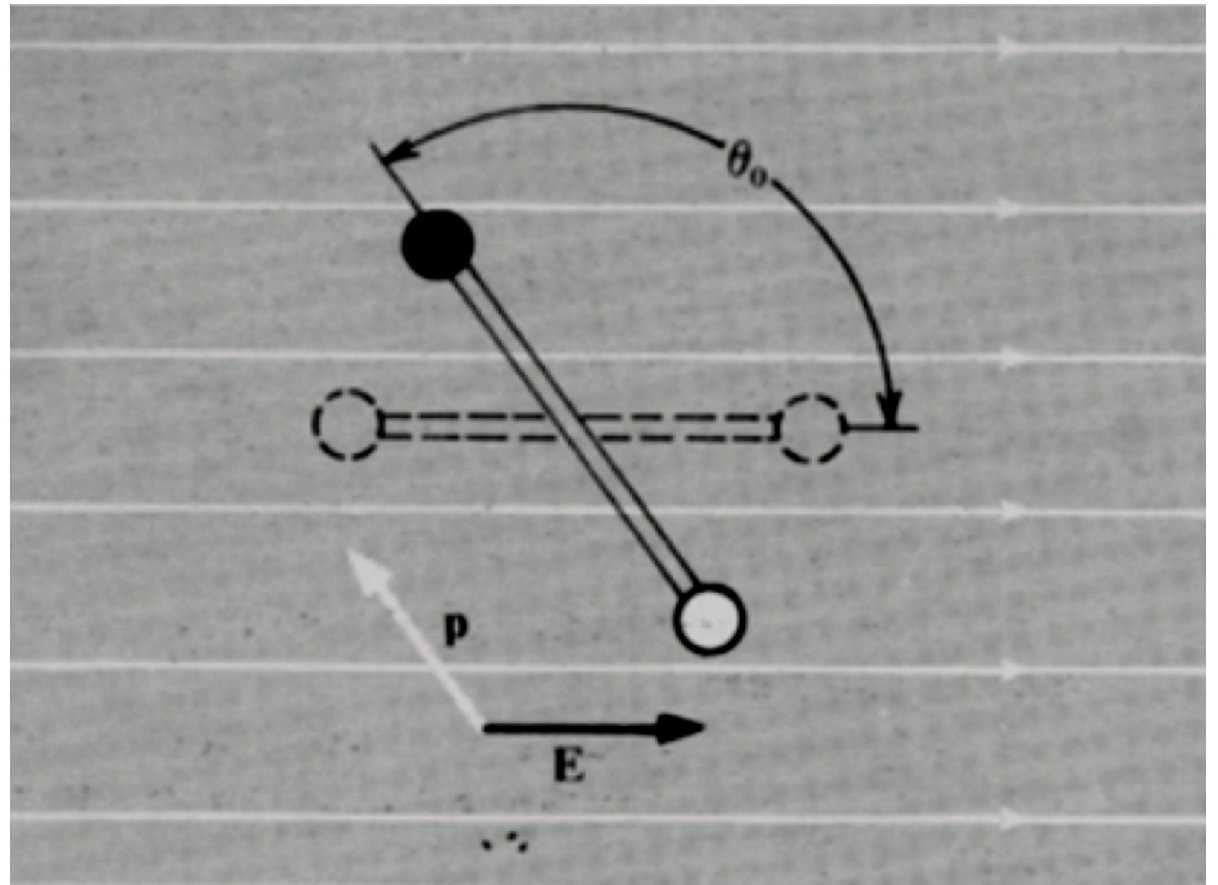
- Pero eso simplemente es

$$\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}$$



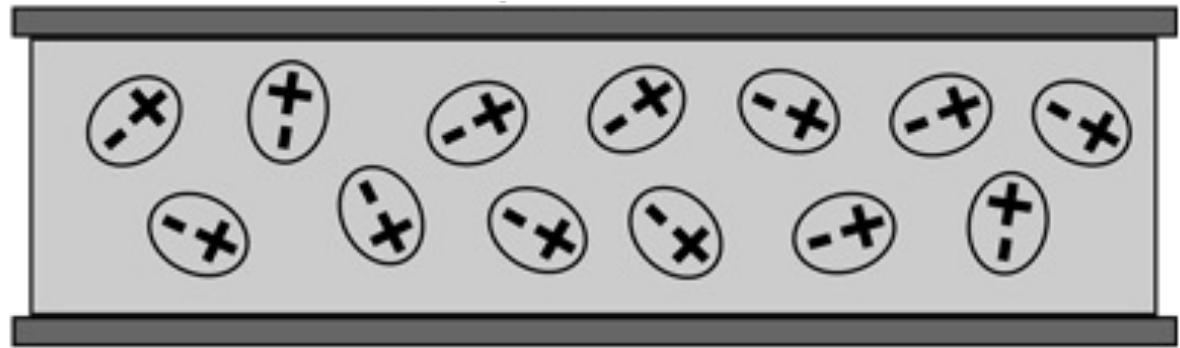
Torque sobre un dipolo en un campo externo

Esto quiere decir que un dipolo en medio de un campo eléctrico uniforme va a tender a alinearse con él a fin de adoptar la configuración de mínima energía



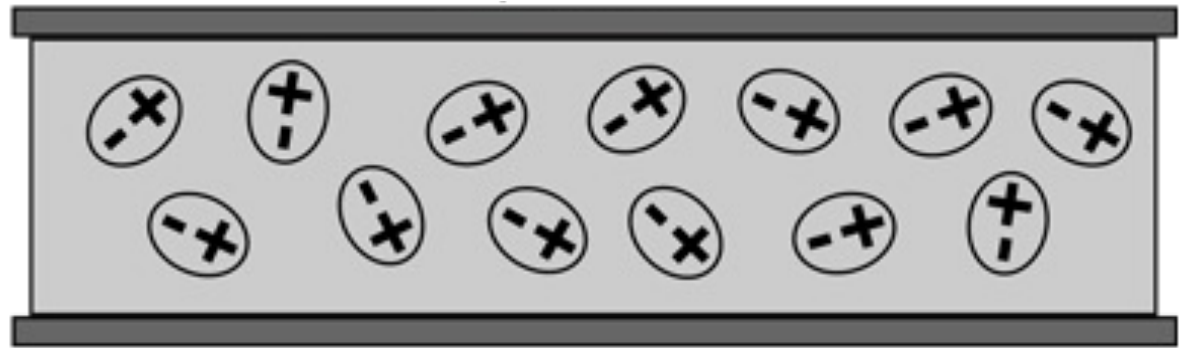
Origen de la respuesta dieléctrica

Moléculas
dipolares permanentes o
inducidas orientadas
desordenadamente

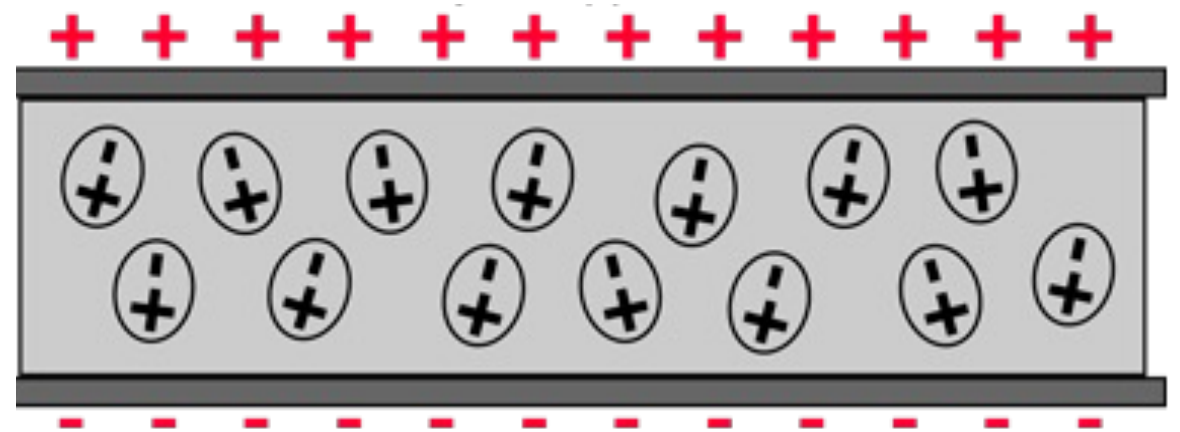


Origen de la respuesta dieléctrica

Moléculas
dipolares permanentes o
inducidas orientadas
desordenadamente



La presencia de un
campo externo
orienta los dipolos



Polarización

- Definamos la **polarización** $\vec{P}$ como la densidad volumétrica de momentos dipolares eléctricos en un dieléctrico. Si N es el número de dipolos por unidad de volumen dentro de un dieléctrico y $\vec{p}$ es el momento dipolar promedio:

$$\vec{P} = N\vec{p}$$

- Para dieléctricos lineales $\vec{P}$ es proporcional al campo externo $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

- Donde χ_e es la susceptibilidad eléctrica (cuan fácilmente un dieléctrico se polariza en presencia de un campo externo).

$$\frac{P}{\epsilon_0 E} = \chi_e$$

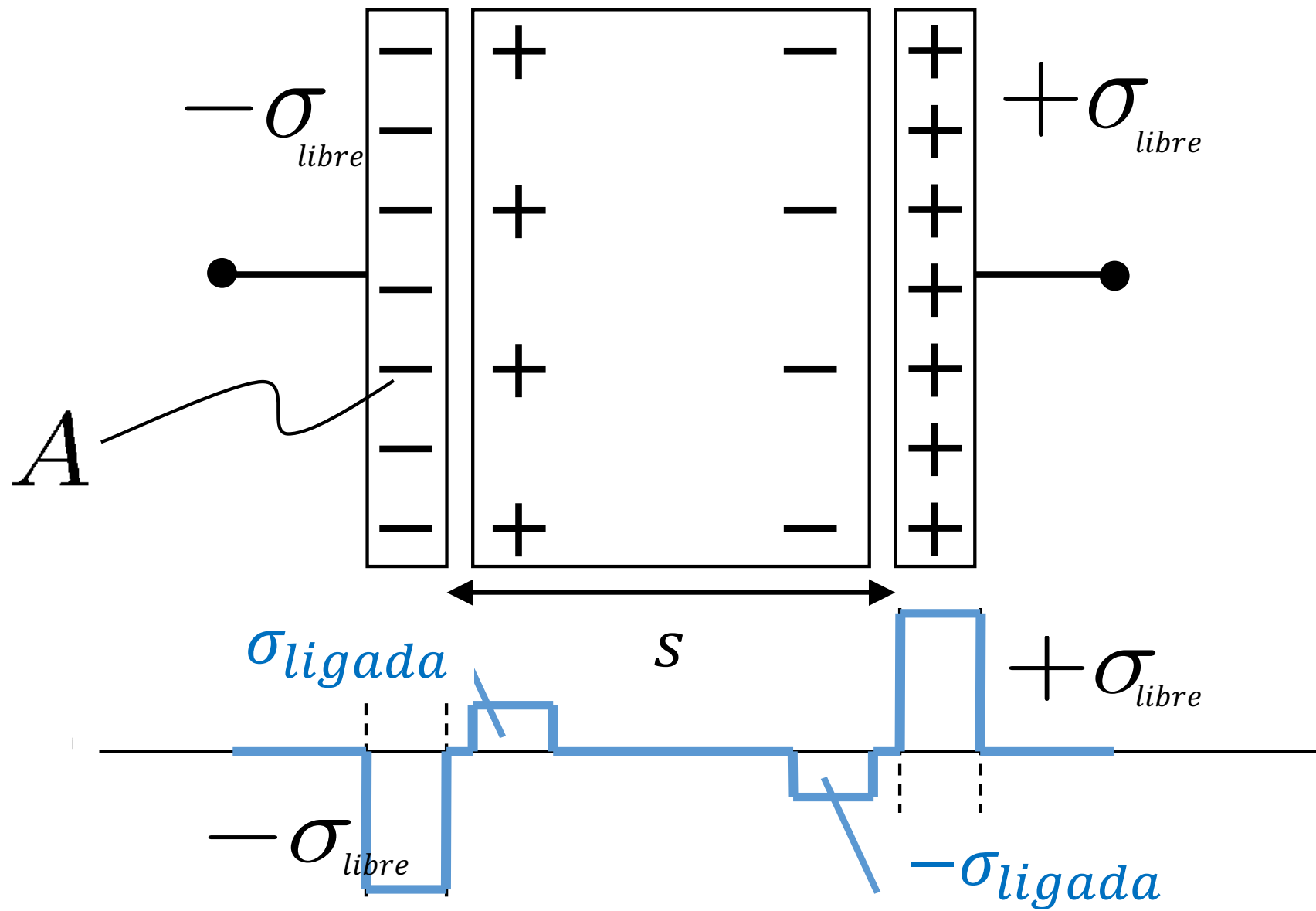
Cargas ligadas

- Por oposición a la carga libre en los conductores, se denomina carga ligada a la carga asociada a la polarización.

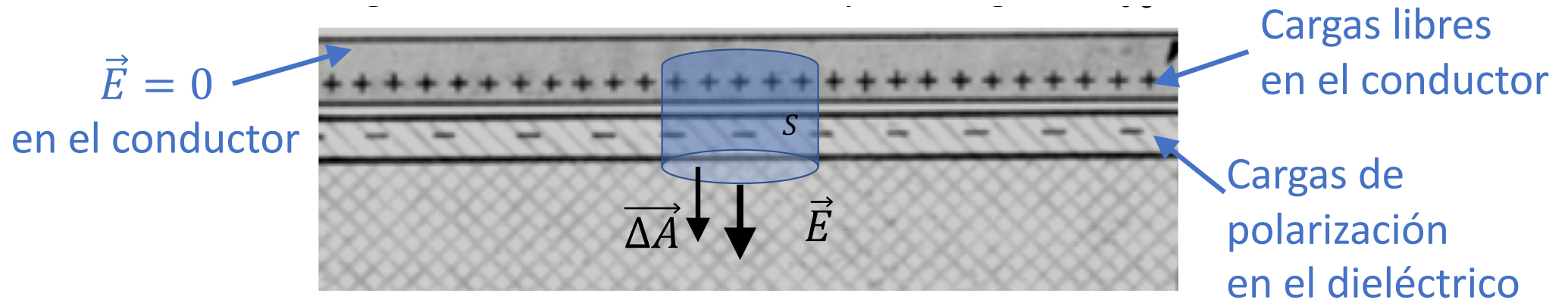
- Su distribución volumétrica ρ_{ligada} se define como:

$$\rho_{ligada} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

- Definida así, en el caso del capacitor plano tenemos, σ_{ligada} es un exceso de carga superficial negativa de polarización frente a la placa conductora cargada positivamente y viceversa.



Ley de Gauss para Dieléctricos



- Volviendo a nuestra superficie cerrada de Gauss:

$$\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{a} = \iiint (\rho_{libre} + \rho_{ligada}) dV$$

- Como $\rho_{ligada} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

$$\oint_s \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{a} = \iiint (\rho_{libre} - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}) dV$$

Ley de Gauss para Dieléctricos

- Por teorema de Gauss:

$$\oiint_S \vec{P} \cdot \vec{da} = \iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{P} dV$$

- Entonces

$$\oiint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{da} = \iiint \rho_{libre} dV$$

- El campo $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ se llama corriente de desplazamiento.
Entonces:

$$\oiint \vec{D} \cdot \vec{da} = \iiint \rho_{libre} dV$$

Ley de Gauss
para Dieléctricos

Ley de Gauss para Dieléctricos

- Para dieléctricos lineales $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \varepsilon_0 \kappa \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

- Donde $\varepsilon = \varepsilon_0 \kappa \geq \varepsilon_0$
- Entonces la **Ley de Gauss para dieléctricos lineales** dada una superficie cerrada S que encierra un volumen V :

$$\oiint_S \varepsilon \vec{E} \cdot \vec{da} = \iiint_V \rho_{libre} dV$$

Ley de Gauss para Dieléctricos

- Recordando el teorema de la divergencia, otra forma de escribir la ley de Gauss es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{libre}$$

Esta es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo, nos dice que las cargas son manantiales o sumideros de campo eléctrico