Difracción de N rendijas

- Entonces, la irradiancia queda:

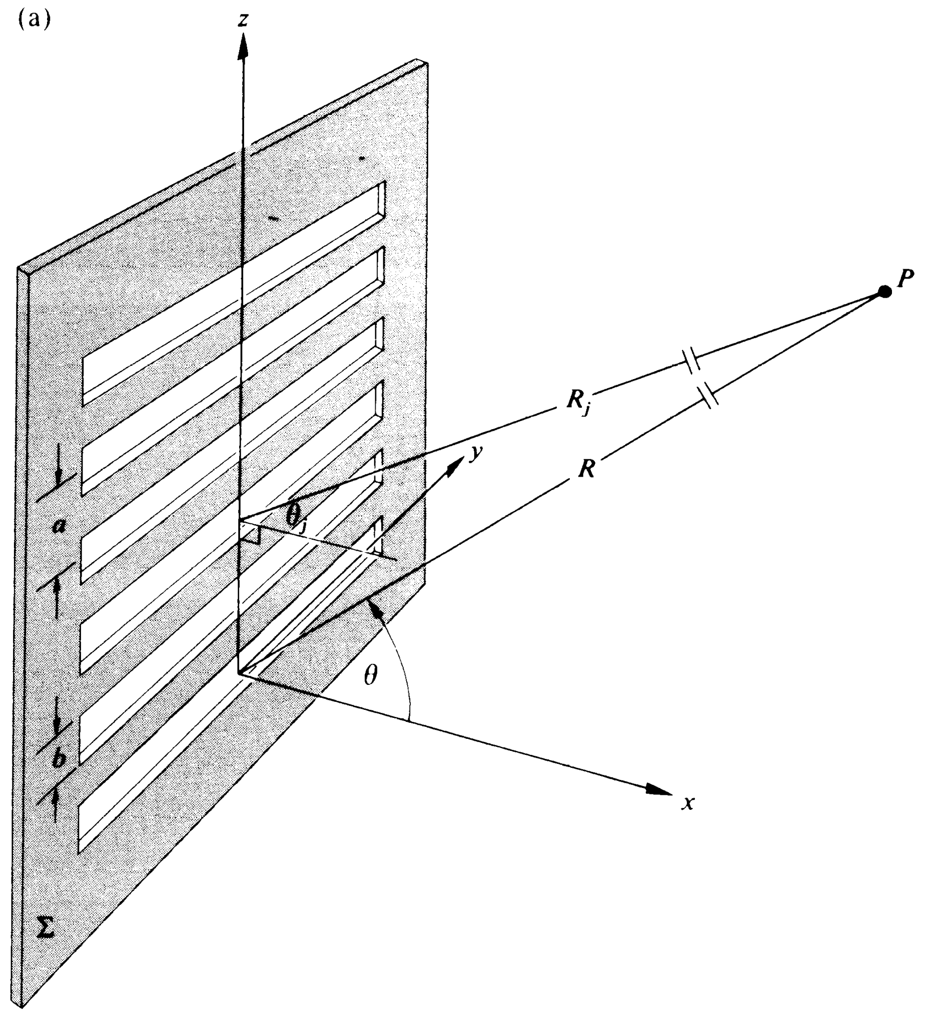
$$I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

Difracción de cada rendija

Interferencia entre rendijas

- donde

$$\alpha = \frac{ka}{2}\sin\theta\,;\ \beta = \frac{kb}{2}\sin\theta$$

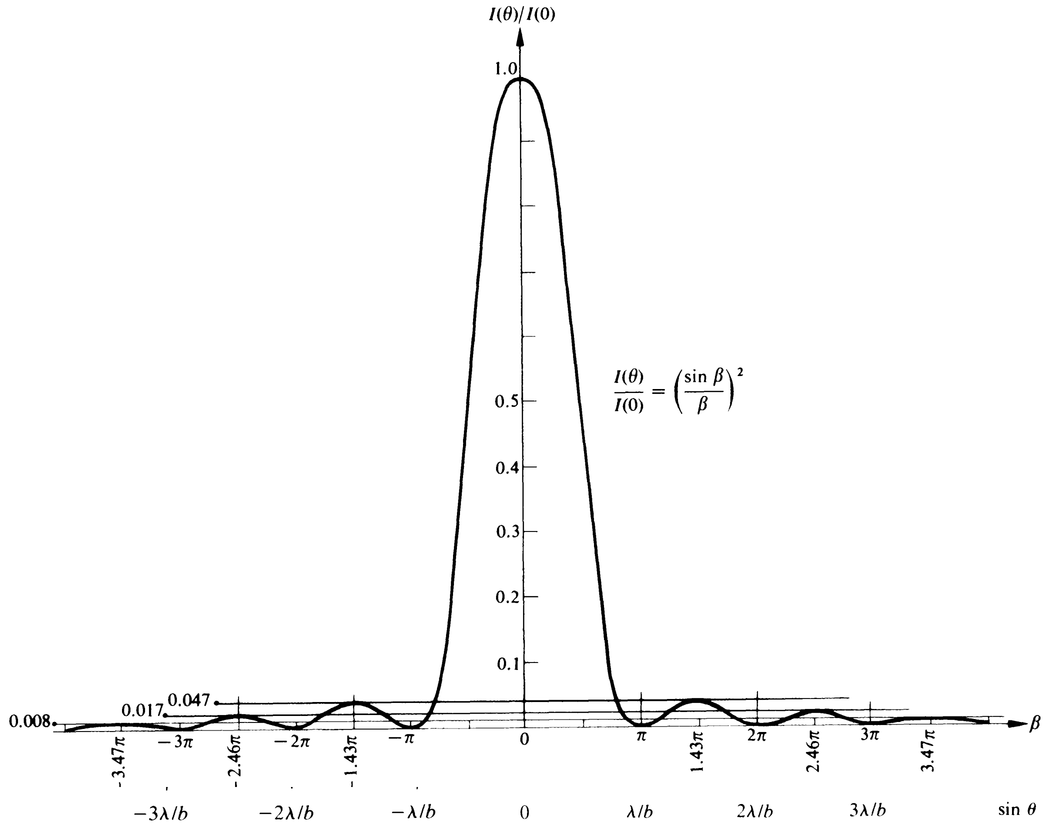


Máximos y mínimos del factor de difracción

- El factor

$$\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)$$

- Da la envolvente del patrón de irradiancia.
- Es igual al de una rendija
- Máximo en $\theta = 0$ donde vale 1
- Mínimos (vale 0) en $\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b}$



Máximos y mínimos del factor de interferencia

- El factor

$$\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$$

- Alcanza su valor máximo de N^2 en las posiciones

$$\sin \theta_{maxint} = \pm\frac{n\lambda}{a}\ ;\quad 0, 1, 2, 3 \ldots$$

Máximos y mínimos del factor de interferencia

- El factor

$$\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$$

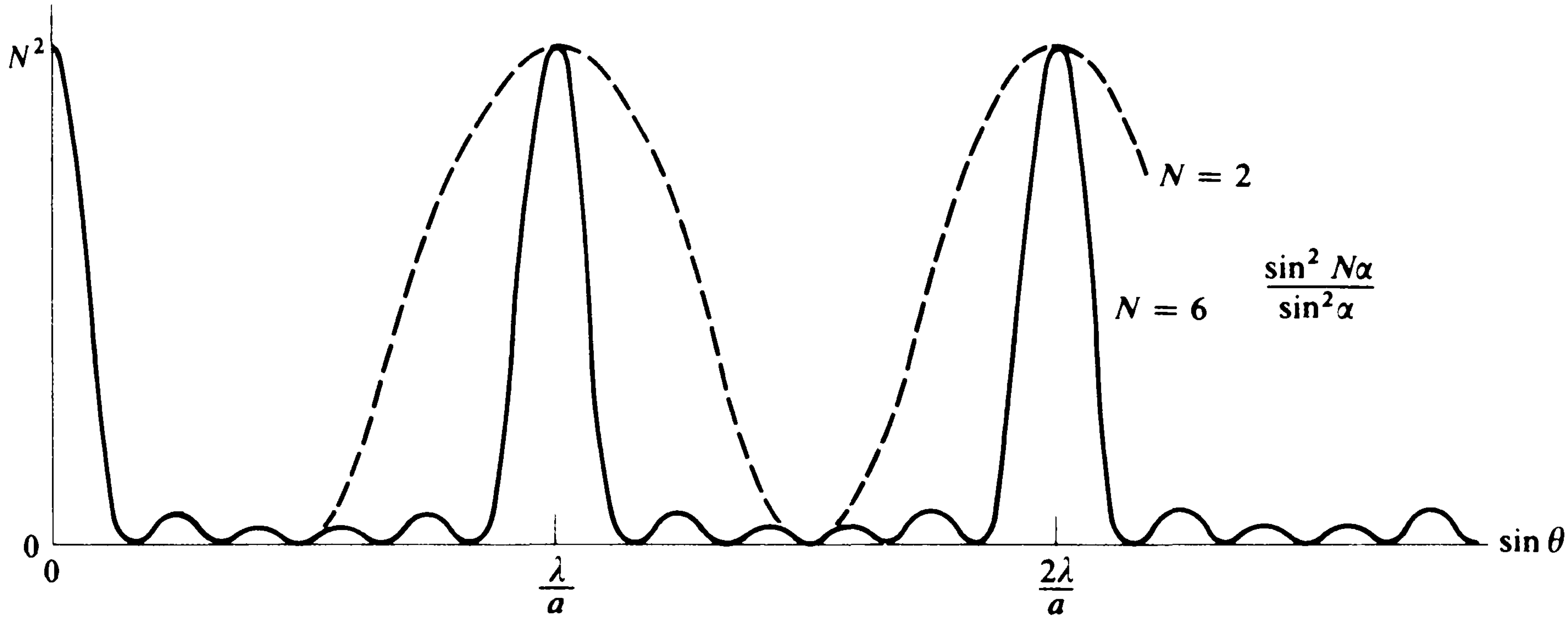
- Alcanza su valor máximo de N^2 en las posiciones:

$$\sin\theta_{maxint} = \pm\frac{n\lambda}{a} \;;\quad 0, 1, 2, 3 \ldots \qquad \text{Incluye } \theta = 0 \text{ !!!}$$

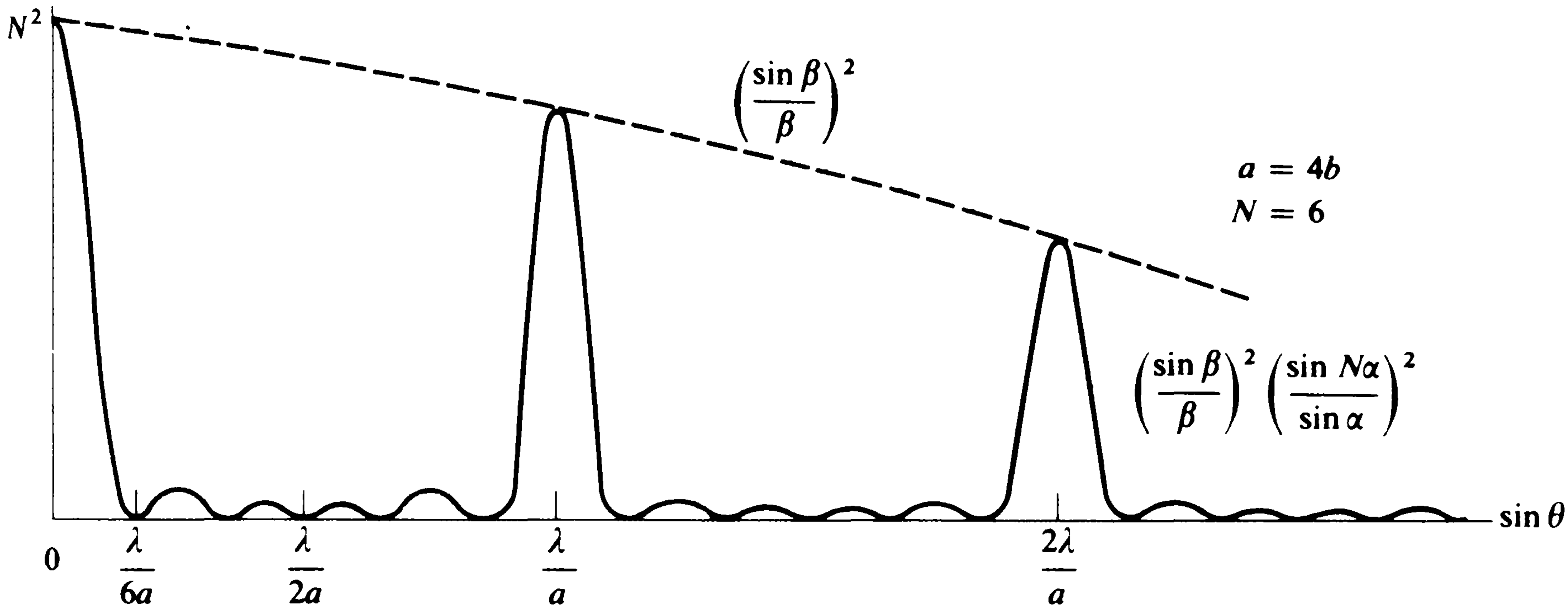
- Entre dos de estos dos máximos ‘principales’ hay $N-1$ mínimos.
- Entre el máximo central y el primer máximo principal los mínimos son:

$$\sin\theta_{minint} = \pm\frac{\lambda}{aN}, \pm\frac{2\lambda}{aN}, \pm\frac{3\lambda}{aN}, \ldots, \pm\frac{(N-1)\lambda}{aN}$$

$$\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2 \text{ para } N = 6 \text{ y } N = 2$$



$$\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 \quad \text{para } N = 6$$



Variación con N

- Al aumentar N, la intensidad de los máximos principales de interferencia va aumentar como N^2. Es decir, acumulan más energía al aumentar N.

- La posición de los máximos principales no depende de N para $N \geq 2$.

- A la vez que crecen en intensidad, se vuelven más finos ya que los mínimos que los rodean se acercan.

$\Delta\alpha$ entre minimos que rodean a maximo principal

$$\frac{(N+1)\pi}{N} - \frac{(N-1)\pi}{N} = \frac{2\pi}{N}$$

- La posición de los máximos y mínimos de difracción no cambia con N.

Variación con N

- ¿Qué pasa con los máximos secundarios?
- Como $I(\theta = 0) = I_0 N^2$ la irradiancia puede reescribirse como:

$$I(\theta) = \frac{I(0)}{N^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

- Al crecer N, los valores de α_{maxsec} correspondientes a los máximos secundarios se hacen cada vez más pequeños:

- Entonces, se puede aproximar $\sin\alpha_{maxsec} \cong \alpha_{maxsec}$

Variación con N

- Como $|\sin N\alpha_{maxsec}| = 1$ la irradiancia queda:
  - Para el primer máximo secundario

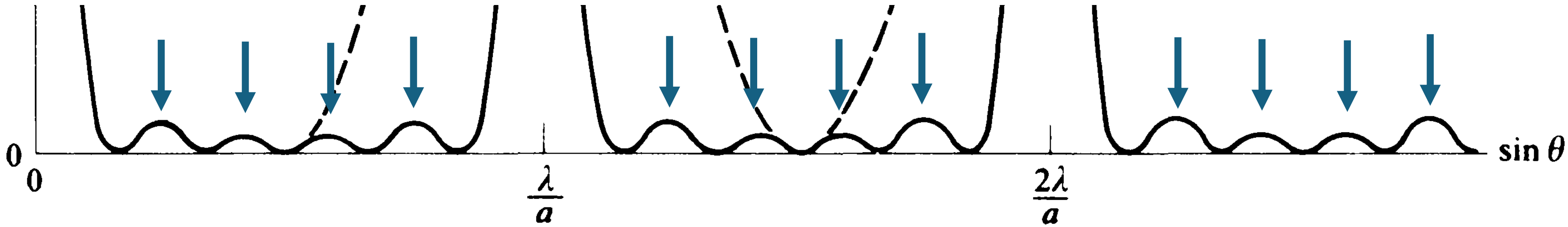
$$I(\theta_{maxsec1}) = \frac{I(0)}{N^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \frac{4N^2}{9\pi^2} = I(0)\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \frac{4}{9\pi^2} \cong \frac{1}{22}\ I(0)\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

  - Para el segundo

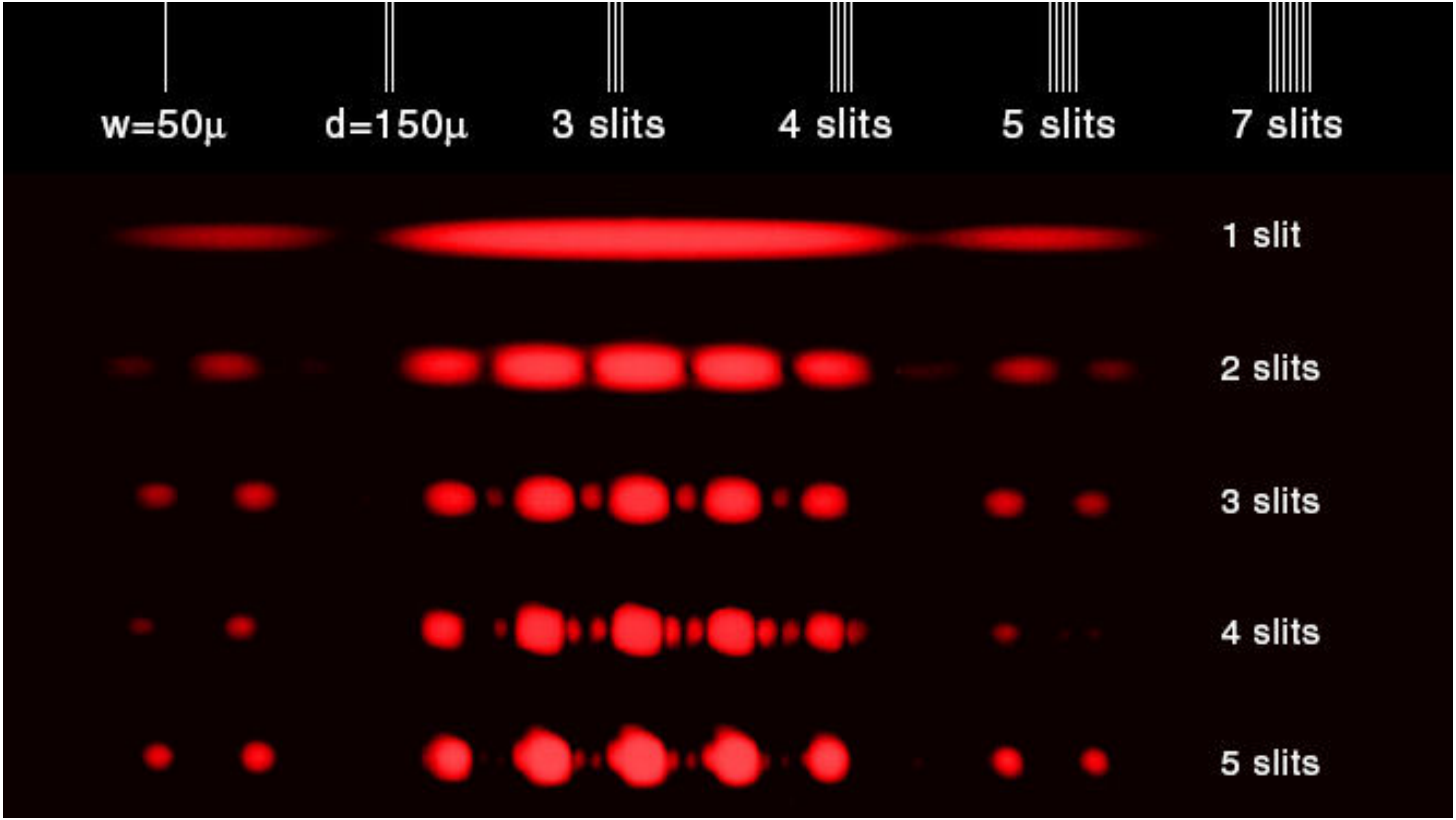
$$I(\theta_{maxsec2}) \cong \frac{1}{64}\ I(0)\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

Variación con N

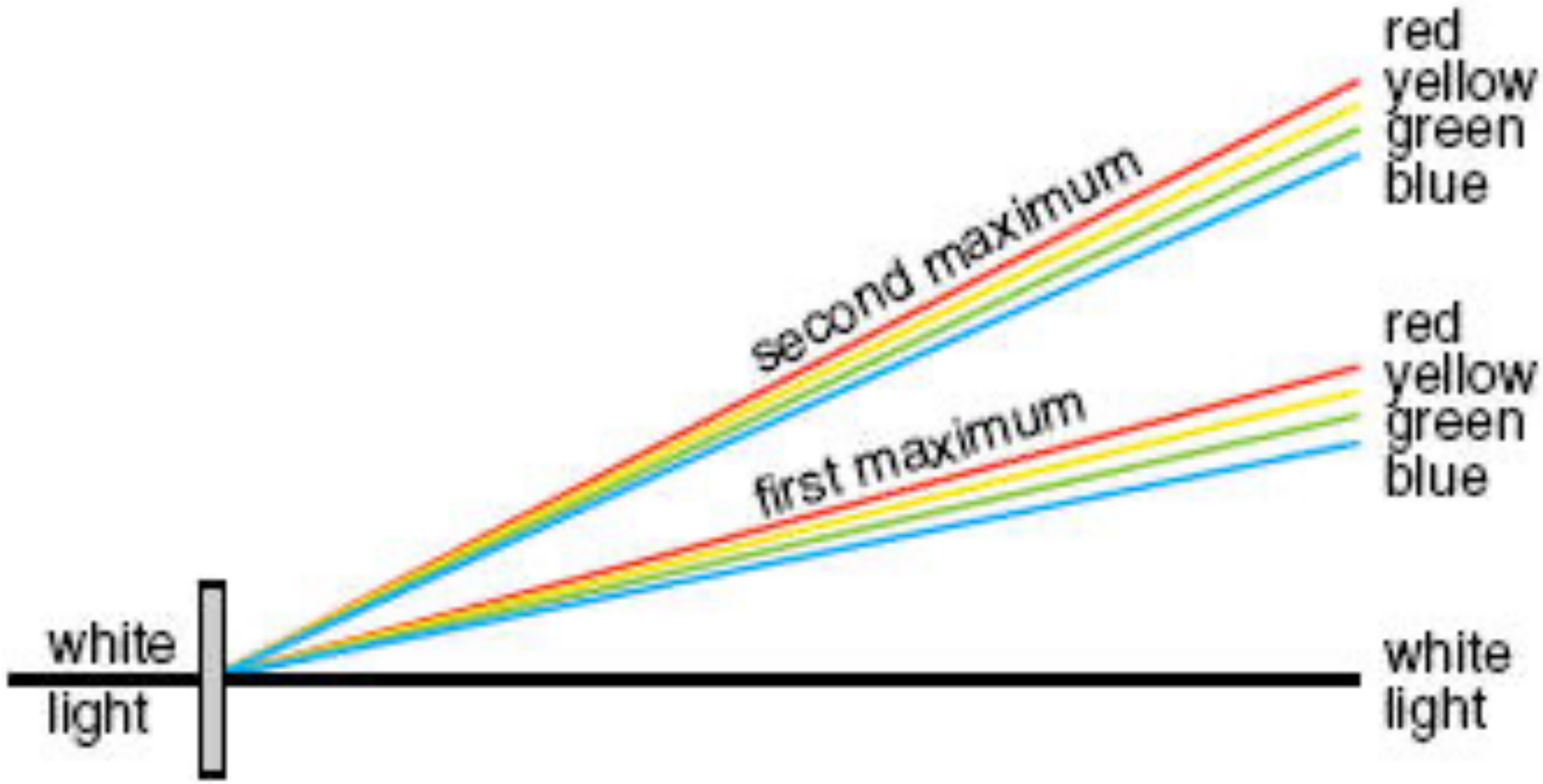
- A mitad de camino del siguiente máximo principal, la intensidad de los máximos secundarios vuelve a subir de manera simétrica.



- La irradiancia de un máximo secundario no varía con N, pero su ancho se achica con lo cual al aumentar N se perciben cada vez menos.


w=50μ
d=150μ
3 slits
4 slits
5 slits
7 slits
1 slit
2 slits
3 slits
4 slits
5 slits

Variación con λ

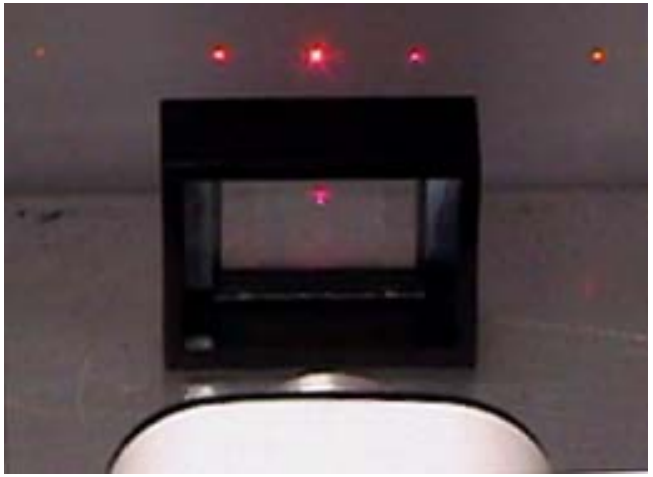


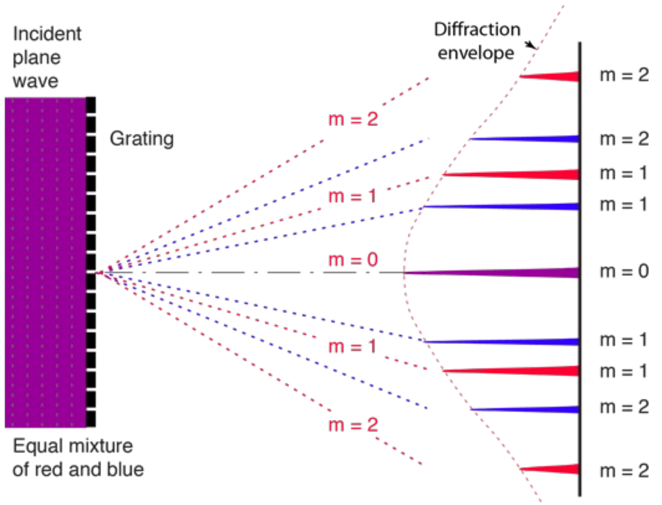
Redes de difracción

- Las redes de difracción son herramientas que permiten para separar los colores de un haz de luz con una alta resolución gracias a la dispersión entre diferentes λ.

- Aplicaciones: medición de espectros atómicos (transiciones electrónicas).

- La alta resolución se logra mediante un gran número de rendijas que vuelve a los máximos principales muy finos e intensos.





Redes de transmisión

- Redes de transmisión: arreglos de rendijas múltiples.
- Piezas de material transparente (vidrio) con canaletas

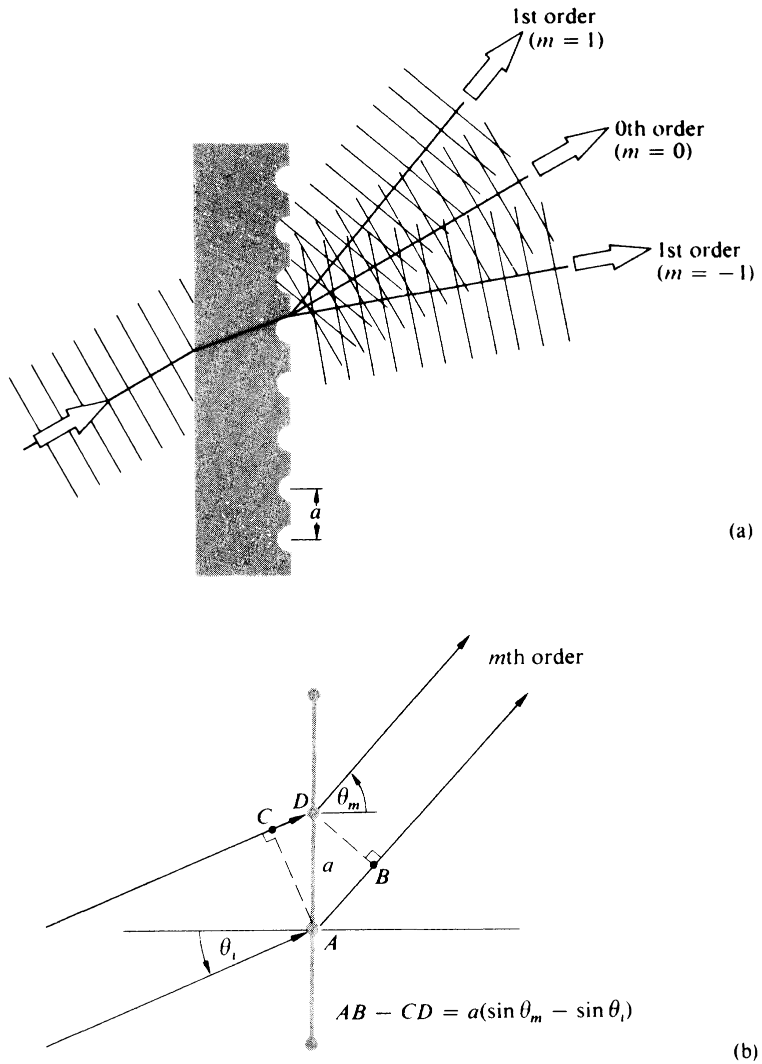


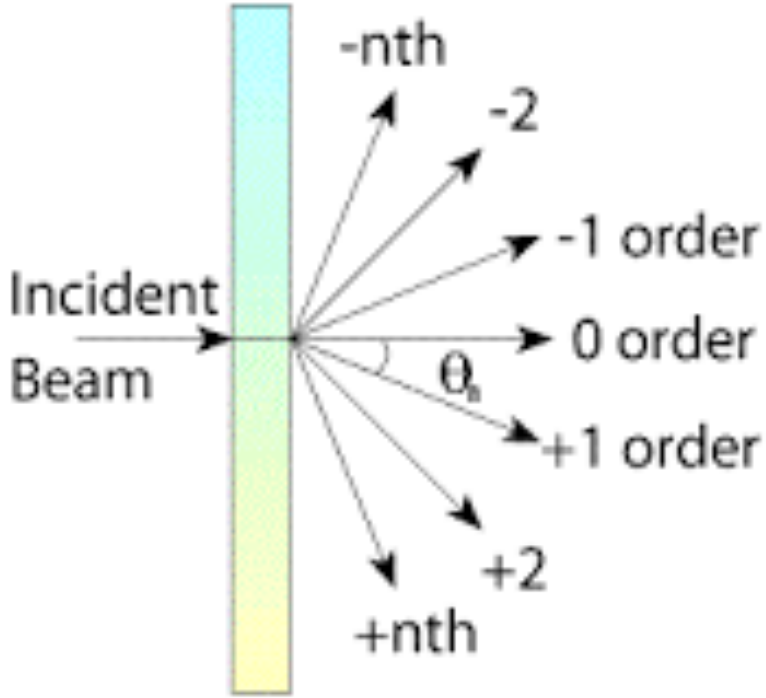
Figure 10.28 A transmission grating.

Ecuación de una red (incidencia normal)

- La ecuación de una red de difracción de transmisión para un haz proveniente de una fuente lejana que incide sobre ella de manera perpendicular nos da la posición de los máximos principales θ_m.

$$a \sin \theta_m = m\lambda$$

Donde el parámetro a es la distancia inter-rendija y m es el orden.

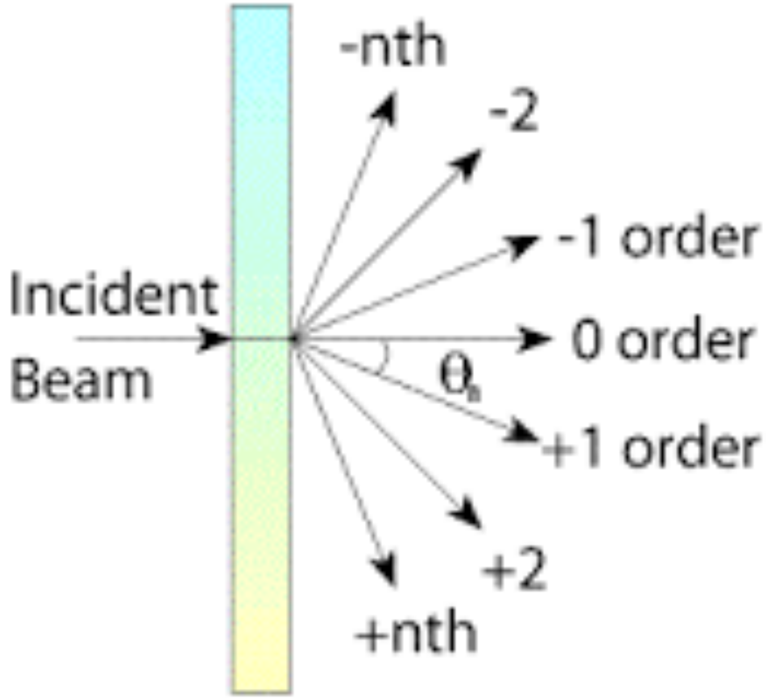


Ecuación de una red (incidencia normal)

- Para cada red y una determinada longitud de onda, existe un máximo orden que se puede ver con incidencia normal.

- Este corresponde al mayor orden M tal que: $$|\sin\theta_M| \leq 1$$

- En otras palabras
$$\frac{M\lambda}{a} \leq 1$$

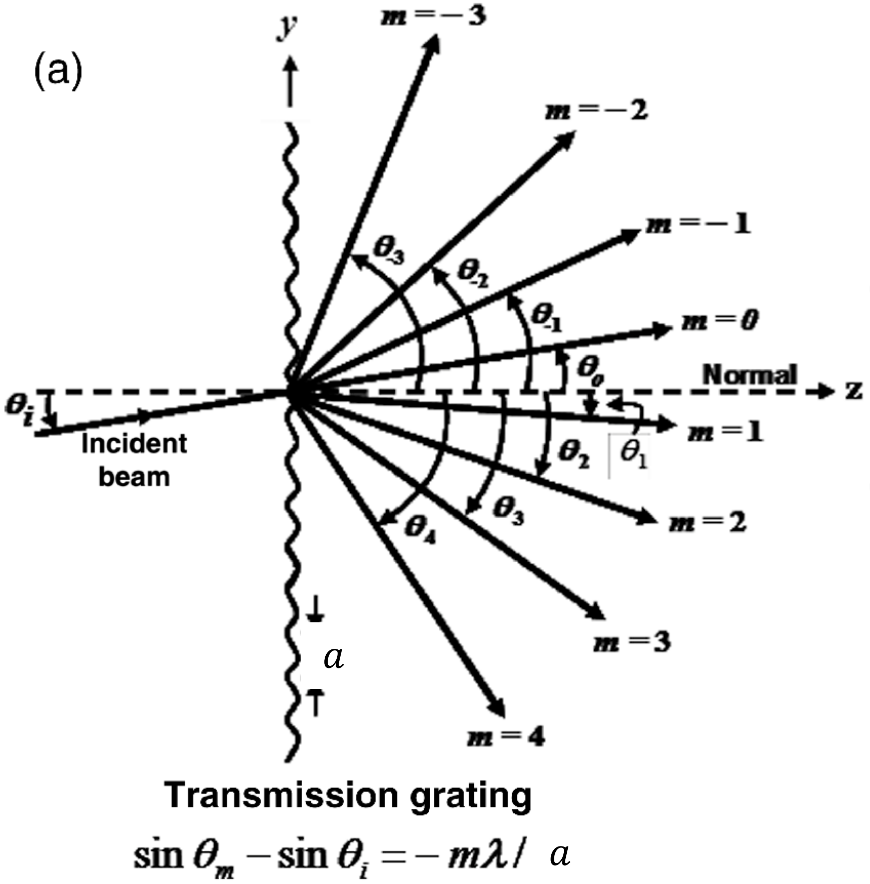


Ecuación de una red (general)

- Para acceder a ordenes mayores al máximo en condiciones de incidencia normal, se hace incidir el haz de manera inclinada.

- La ecuación para incidencia no normal es:

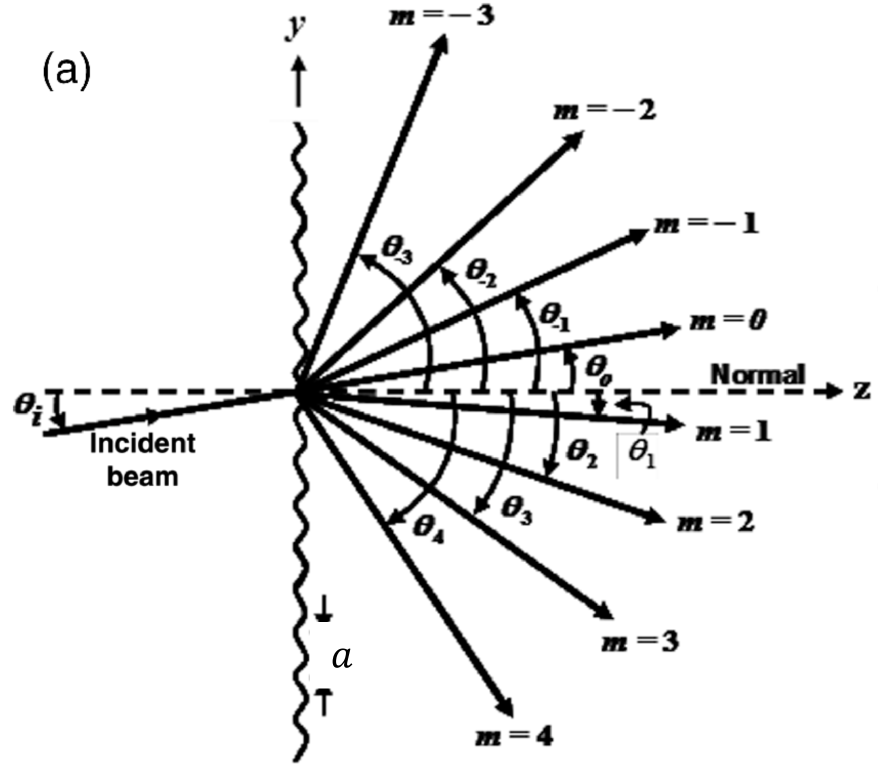
$$a(\sin\,\theta_m - \sin\,\theta_i) = m\lambda$$



Repaso: Ecuación de una red (general)

La ecuación de una red de difracción para incidencia general es:

$$a(\sin\,\theta_m - \sin\,\theta_i) = m\lambda$$



Transmission grating

$$\sin\theta_m - \sin\theta_i = -m\lambda/\ a$$

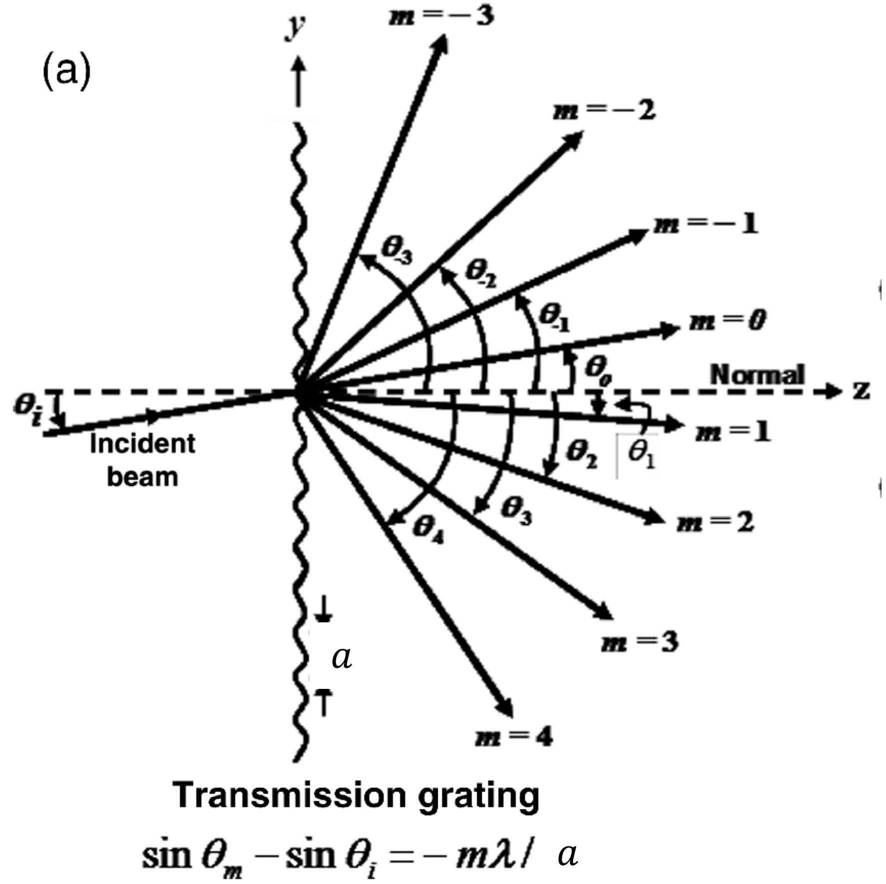
Dispersión angular de una red

- El ancho efectivo de una línea espectral es la distancia angular entre los mínimos alrededor de un máximo principal:

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{N}$$

- Para incidencia general α cambia un poco a:

$$\alpha = \frac{ka}{2}(\sin\theta - \sin\theta_i)$$



Ancho angular de una red

- Si fijamos el ángulo de incidencia, un pequeño cambio $\Delta\alpha$ se escribirá:

$$\Delta\alpha = (ka/2)\cos\theta\,(\Delta\theta)$$

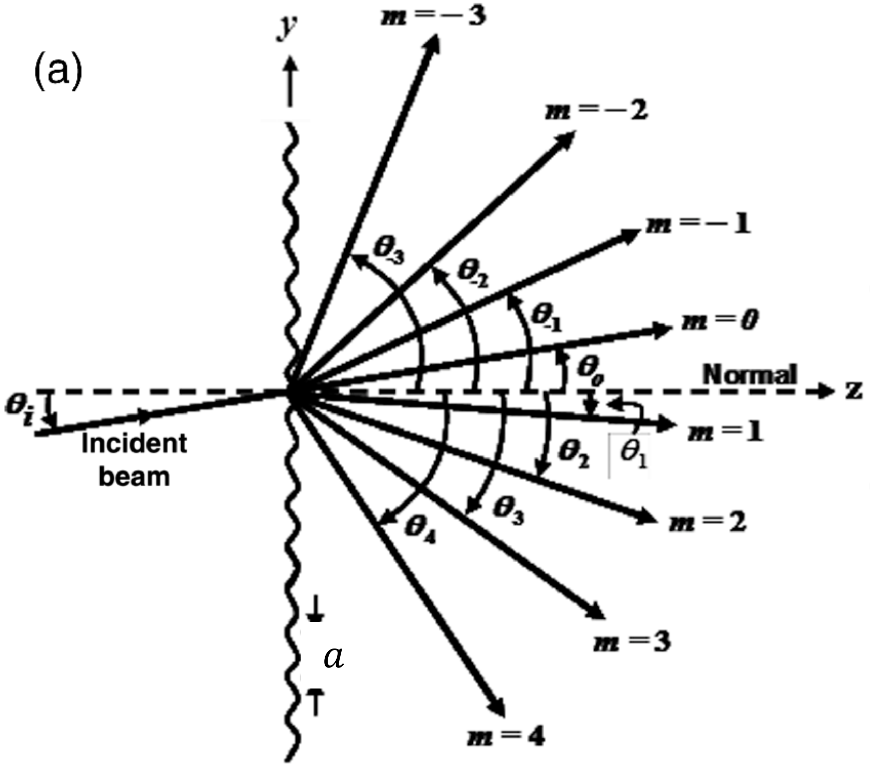
- Si igualamos esto a $\frac{2\pi}{N}$ tenemos

$$\Delta\alpha = (ka/2)\cos\theta\,(\Delta\theta) = 2\pi/N$$

- Así se obtiene el ancho angular de una línea debido al ensanchamiento instrumental:

$$\Delta\theta = 2\lambda/(Na\cos\theta_m)$$

- Notar que Na es el ancho de la red



Transmission grating

$$\sin\theta_m - \sin\theta_i = -m\lambda/a$$

Dispersión angular

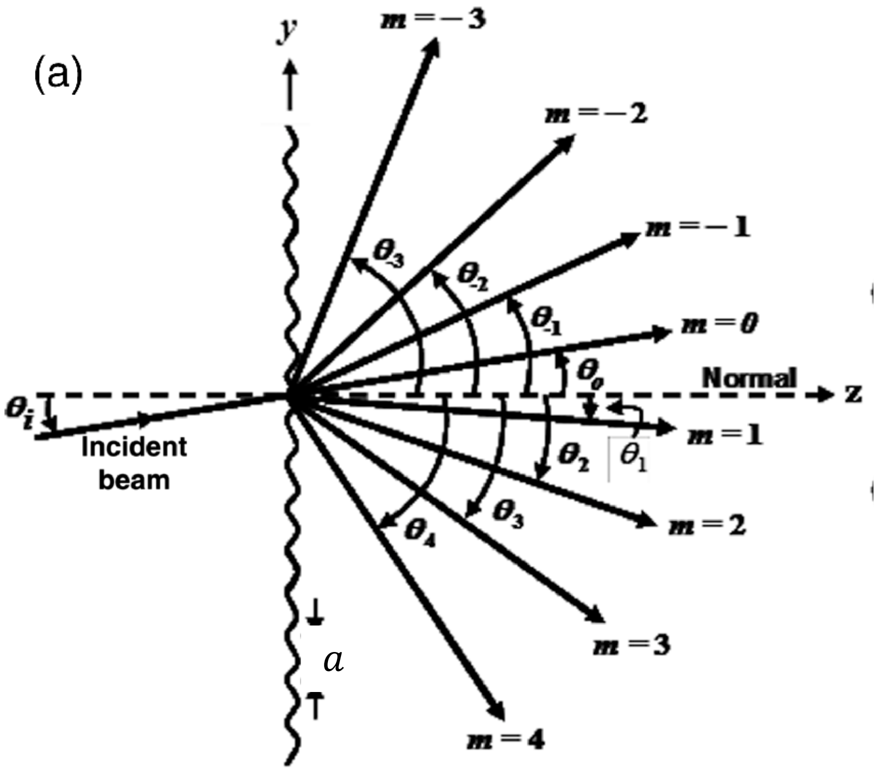
- La dispersión angular se define como:

$$\mathscr{D} \equiv d\theta/d\lambda$$

- Usando la ec. de la red, este valor qu

$$\mathscr{D} = m/(a \cos \theta_m)$$

Más dispersión con mayor orden
Más dispersión con rendijas más juntas



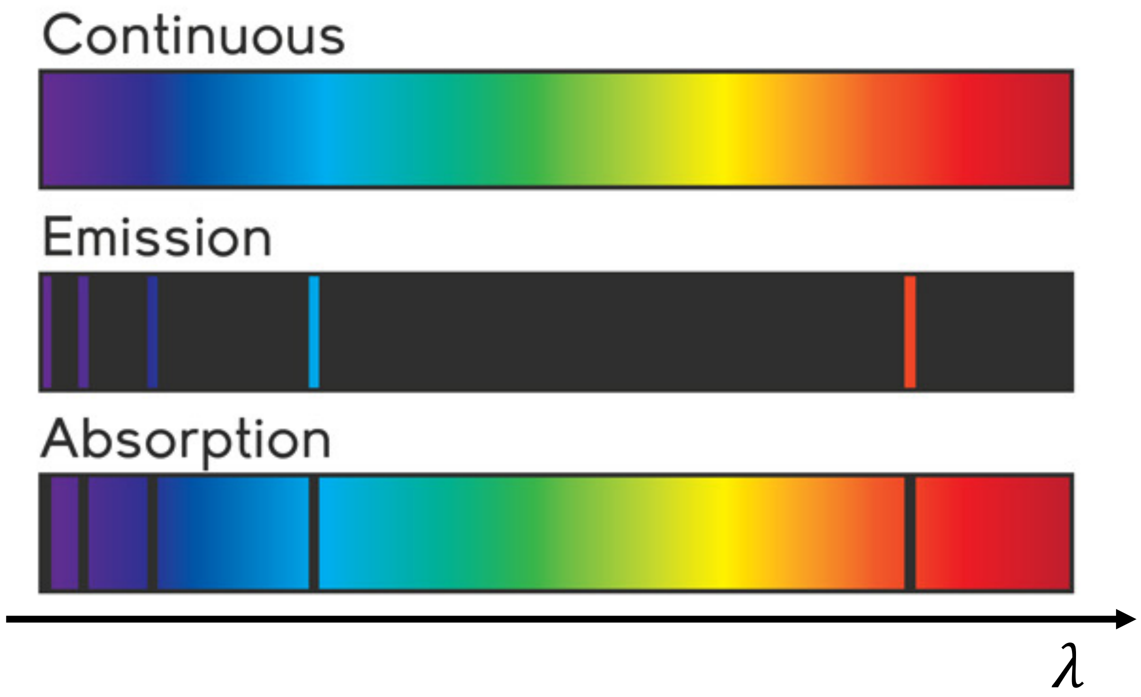
Transmission grating

$$\sin\theta_m - \sin\theta_i = -m\lambda/\ a$$

Espectroscopía

- Conjunto de métodos donde la interacción entre la radiación electromagnética y la materia es usada para obtener propiedades fundamentales.
- Tipos de espectro (Leyes de Kirchhoff):
  - Contínuo
  - Emisión
  - Absorción

Tipos de espectro en el rango visible

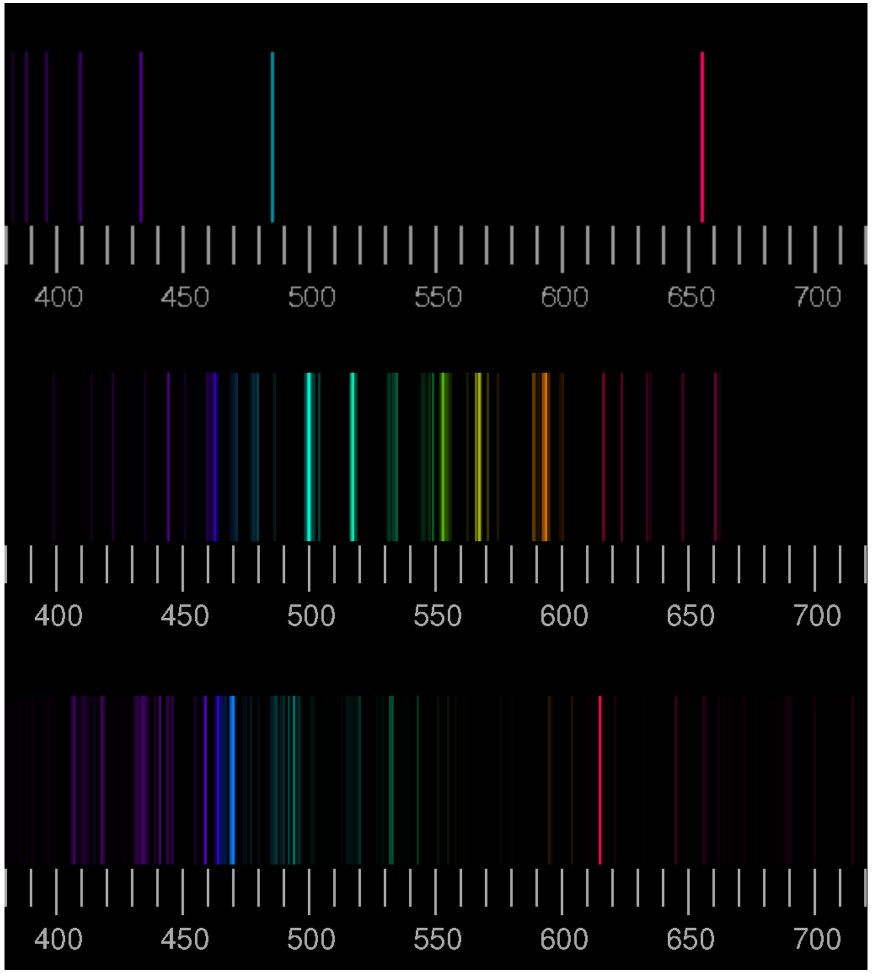


Espectros de emisión (rango visible)

Hidrógeno

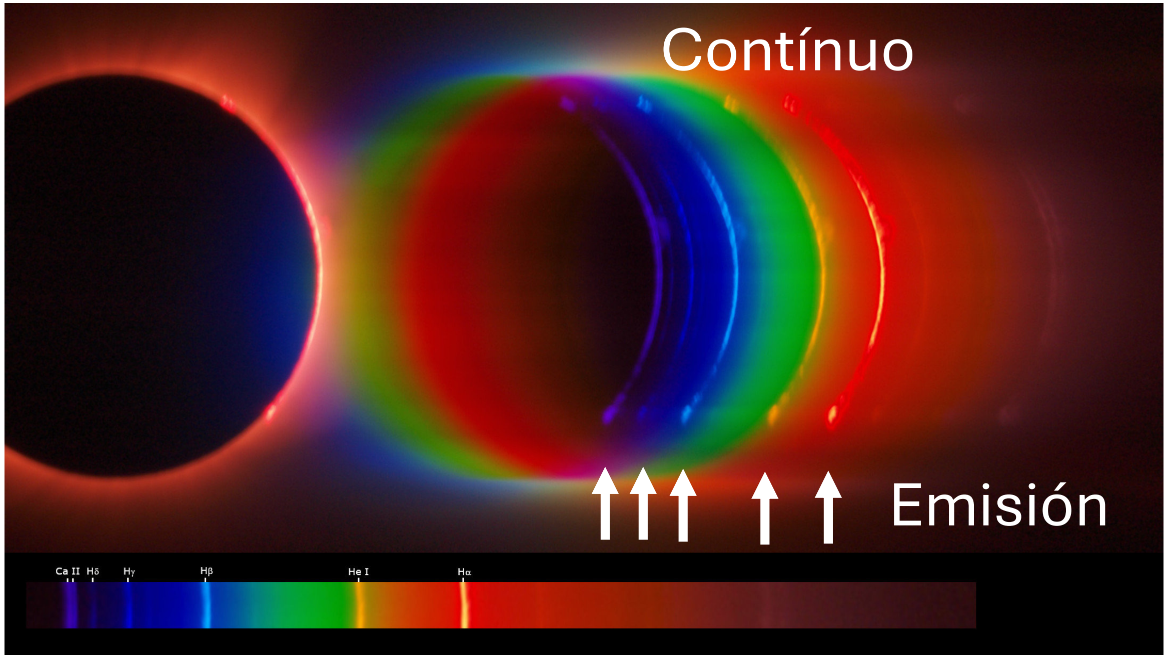
Nitrogeno

Oxígeno



Espectro cromosférico solar en eclipse (2017)

- Espectro flash de la cromósfera solar (parte externa) durante eclipse total de sol en EEUU
- El espectro fue tomado durante 33 ms luego de la totalidad
- A la izquierda es el máximo central que concentra todas las longitudes de onda.
- A la derecha está el primer máximo principal de la red, el cual consta de un contínuo más líneas de emisión
- Las líneas de emisión corresponden a:
  - Calcio (Violeta)
  - Hidrógeno (Violeta, Azul y Rojo)
  - Helio (Amarillo)



¿Cómo identificamos dos líneas espectrales vecinas?

Doblete del Sodio
589 y 589,6 nm

Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- Cuando la diferencia entre las λs de dos líneas espectrales es tan pequeña que se superponen en parte, el pico resultante de cada una se vuelve ambíguo.
- El ***poder resolvente cromático*** de un espectrómetro se define como:

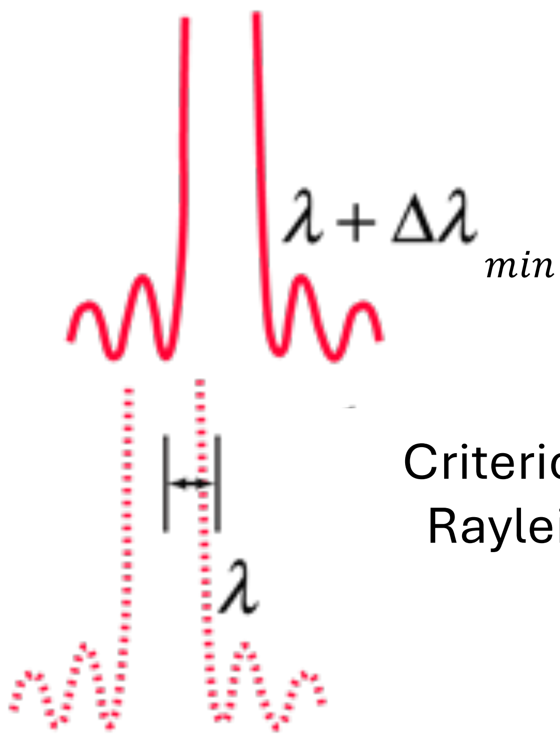
$$\mathcal{R} \equiv \lambda/(\Delta\lambda)_{\min}$$

donde $\Delta\lambda_{min}$ es la menor diferencia de longitud de onda discernible y λ la longitud media

Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- El **criterio de Lord Rayleigh** para la resolución de dos líneas de igual densidad de flujo requiere que el máximo principal de una coincida en posición con el **mínimo adyacente al máximo** de la otra.
- Siend $\Delta\theta = 2\lambda/(Na \cos \theta_m)$
- La distancia de una línea al primer mí

$$(\Delta\theta)_{\min} = \lambda/(Na \cos \theta_m)$$



Criterio de Rayleigh

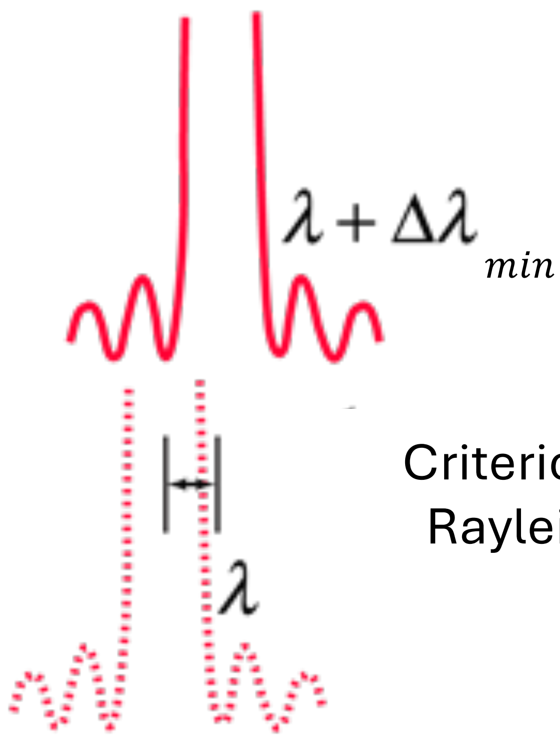
Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- Aplicando la definición anterior a la dispersión tenemos:

$$(\Delta\theta)_{\min} = (\Delta\lambda)_{\min}\, m/(a \cos \theta_m)$$

- Dividiendo las dos ecuaciones anteriores llegamos al poder resolvente:

$$\lambda/(\Delta\lambda)_{\min} = mN$$



Criterio de Rayleigh

Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

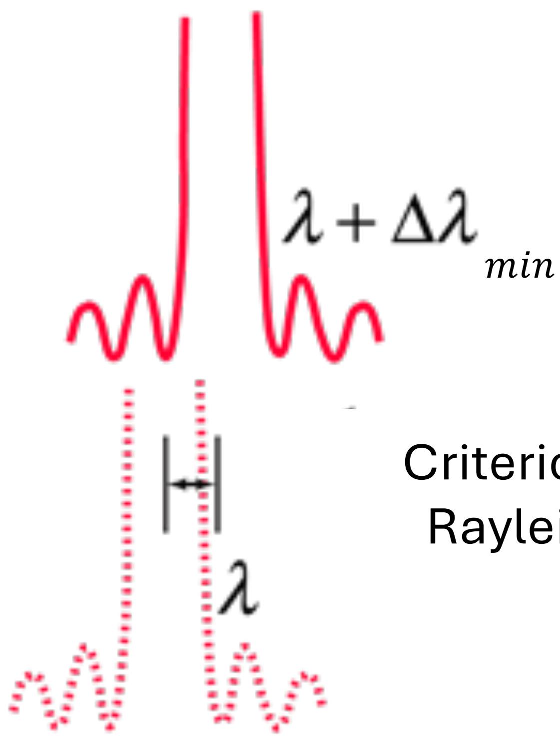
- Pero por la ecuación de red general:

$$a(\sin\theta_m - \sin\theta_i) = m\lambda$$

- Entonces, el poder resolvente en función de la posición queda:

$$\mathcal{R} = \frac{Na(\sin\theta_m - \sin\theta_i)}{\lambda}$$

- Aumenta con Na, el ancho de la red.
- Aumenta con el orden
- Disminuye con λ



Criterio de Rayleigh

Pregunta

- ¿Qué poder resolvente aproximado necesitamos para discernir las dos líneas del doblete del Sodio ?