

Polarización

# Repaso: ondas EM

- La onda electromagnética es entonces una onda **vectorial transversal**
- Una solución sinusoidal plana para  $\vec{E}$  que oscila a lo largo del eje  $x$  que se propaga a lo largo del eje  $z$  es:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x}$$

Amplitud

fase

polarización

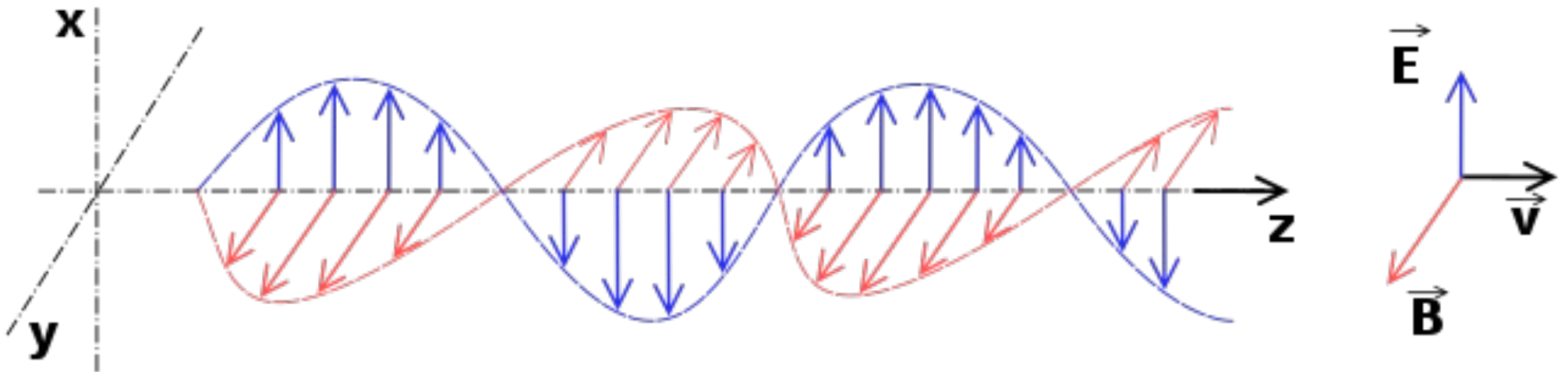
nro de onda

frecuencia angular

- El campo magnético viene dado por:

$$\vec{B}(z, t) = \frac{E_0}{c} \cos(kz - \omega t) \hat{y}$$

# Ondas electromagnéticas



# Ecuaciones de Maxwell y las ondas EM

- Hasta ahora nos hemos concentrado en ondas linealmente polarizadas, es decir, donde los campos oscilan a lo largo de una **única dirección, es decir una polarización lineal**.
- Interferencia y difracción requerían la suma de campos, también suponían polarización lineal en la misma dirección.
- Ahora, si tenemos dos ondas de igual frecuencia polarizadas en direcciones perpendiculares y las sumamos, es posible que no obtengamos una polarización lineal como resultado.

# Suma de dos ondas linealmente polarizadas

- Supongamos dos ondas de igual frecuencia **linealmente polarizadas, ortogonales (en los ejes x e y)**, propagándose en el eje z.

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i} E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad E_{0x} \text{ y } E_{0y} > 0$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon)$$

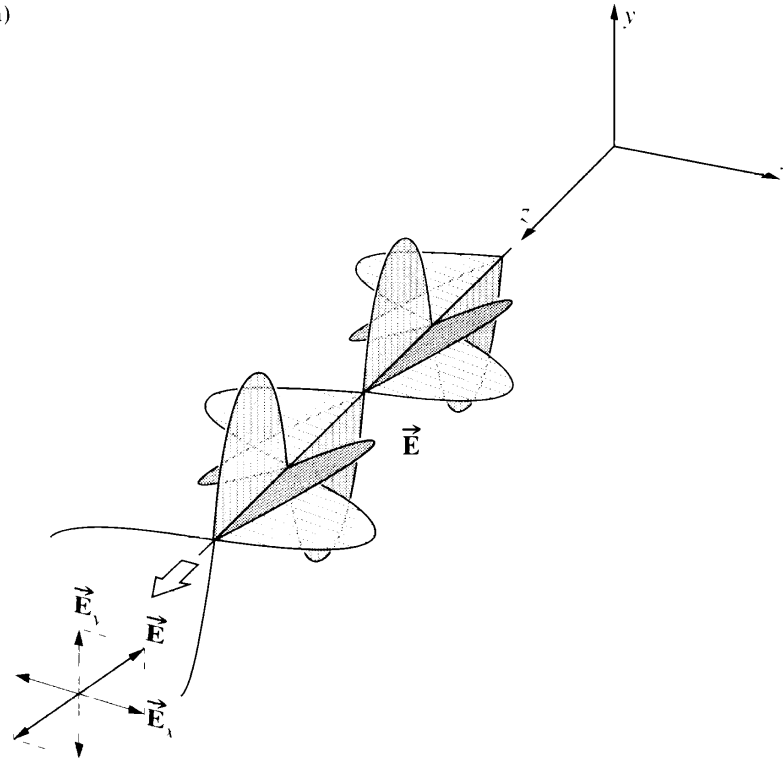
- La cantidad  $\varepsilon$  es la **diferencia de fase relativa** entre ellas.
- La suma de  $\varepsilon > 0$  nos dice que el coseno en la segunda onda no va alcanzar al valor de la primera hasta  $\frac{\varepsilon}{\omega}$  segundos más tarde.

# Polarización lineal

- Si  $\varepsilon = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi..$  las dos oscilaciones están **en fase** y por lo tanto la onda resultante es linealmente polarizada en el primer y tercer cuadrantes

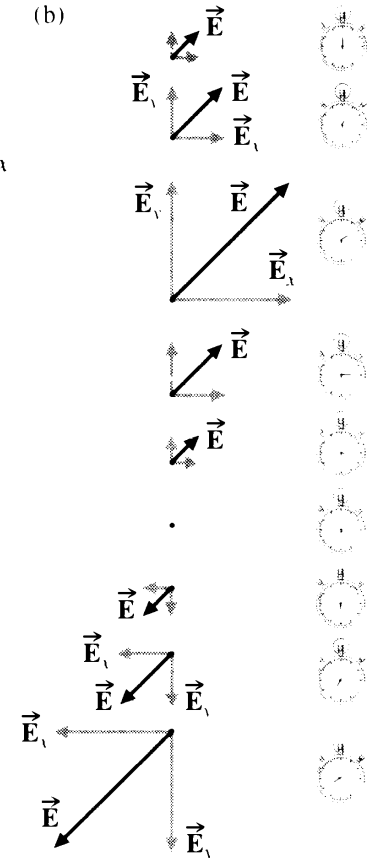
$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t)$$

(a)



Vista de frente

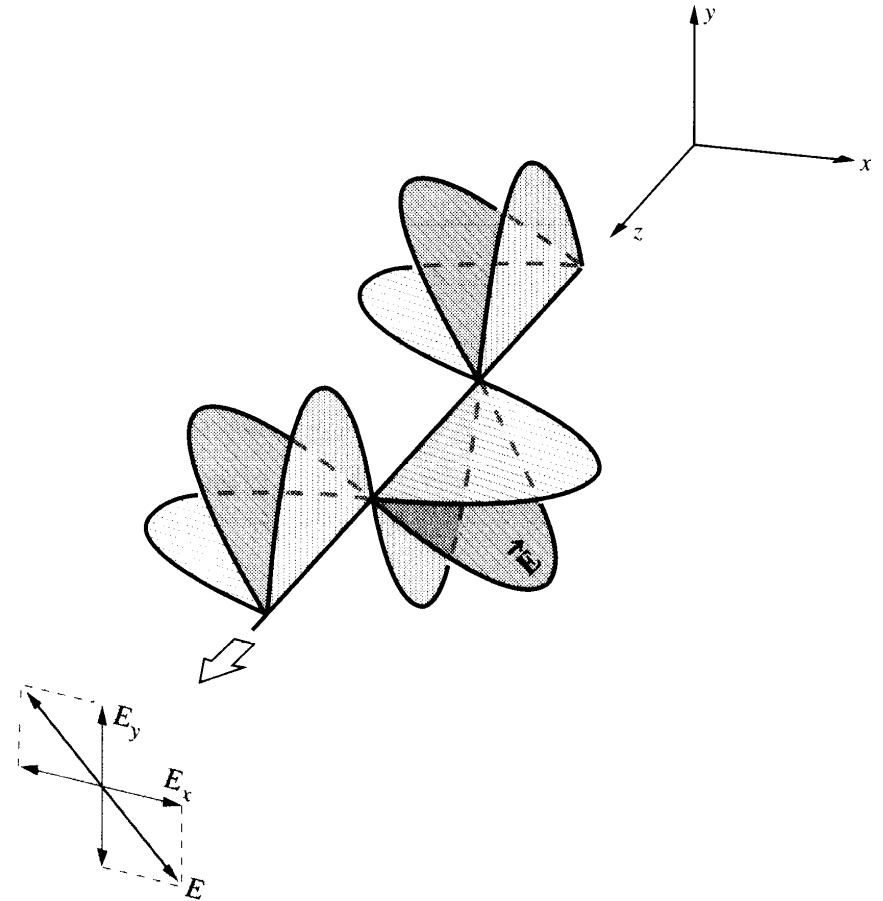
(b)



# Polarización lineal

- Si  $\varepsilon = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi \dots$  las oscilaciones están **en contra-fase** y la onda resultante también está linealmente polarizada pero en el segundo y cuarto cuadrantes

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t)$$



# Polarización circular

- Cuando las amplitudes en las direcciones perpendiculares son iguales

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$

- Y además  $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi$ .. donde  $n = 0,1,2...$  tenemos

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i}E_0 \cos (kz - \omega t)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j}E_0 \sin (kz - \omega t)$$

# Polarización circular

- Entonces la onda resultante es

$$\vec{E} = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)]$$

- La amplitud es siempre  $E_0$  ya que  $\cos^2(kz - \omega t) + \sin^2(kz - \omega t) = 1$ .
- Para ver la polarización veo como se mueve el vector  $\vec{E}(0, t)$  de frente:

$$\vec{E}(0, t) = E_0[\hat{i} \cos \omega t - \hat{j} \sin \omega t]$$

# Polarización circular

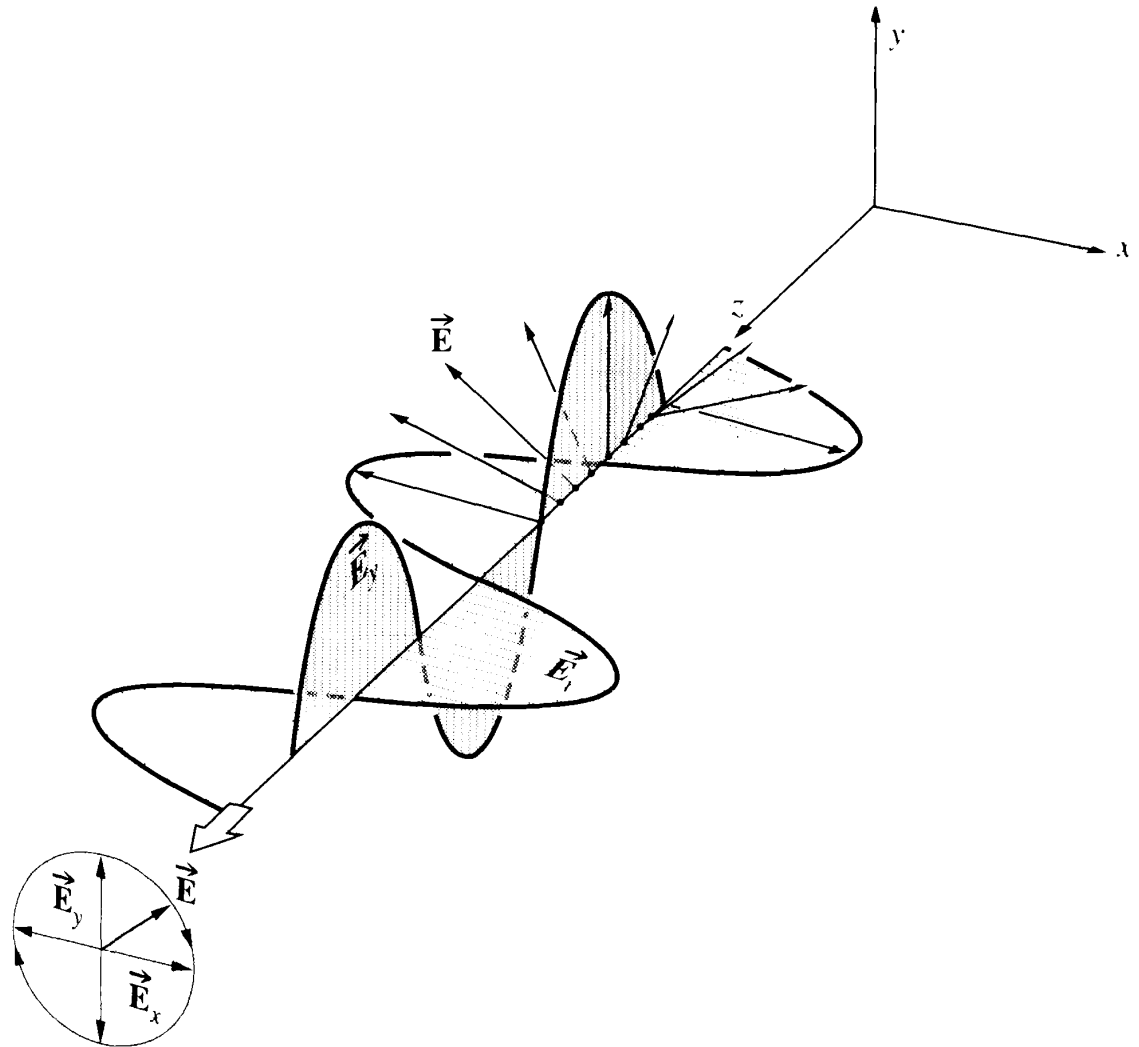
- Esto da una rotación en sentido horario del vector

$$\vec{E}(0, t)$$

con frecuencia angular  $\omega$

- Esta polarización se denomina **circular derecha**

- $\vec{E}(z, t)$  termina una vuelta completa cuando la onda ha avanzado una longitud de onda.



# Polarización circular

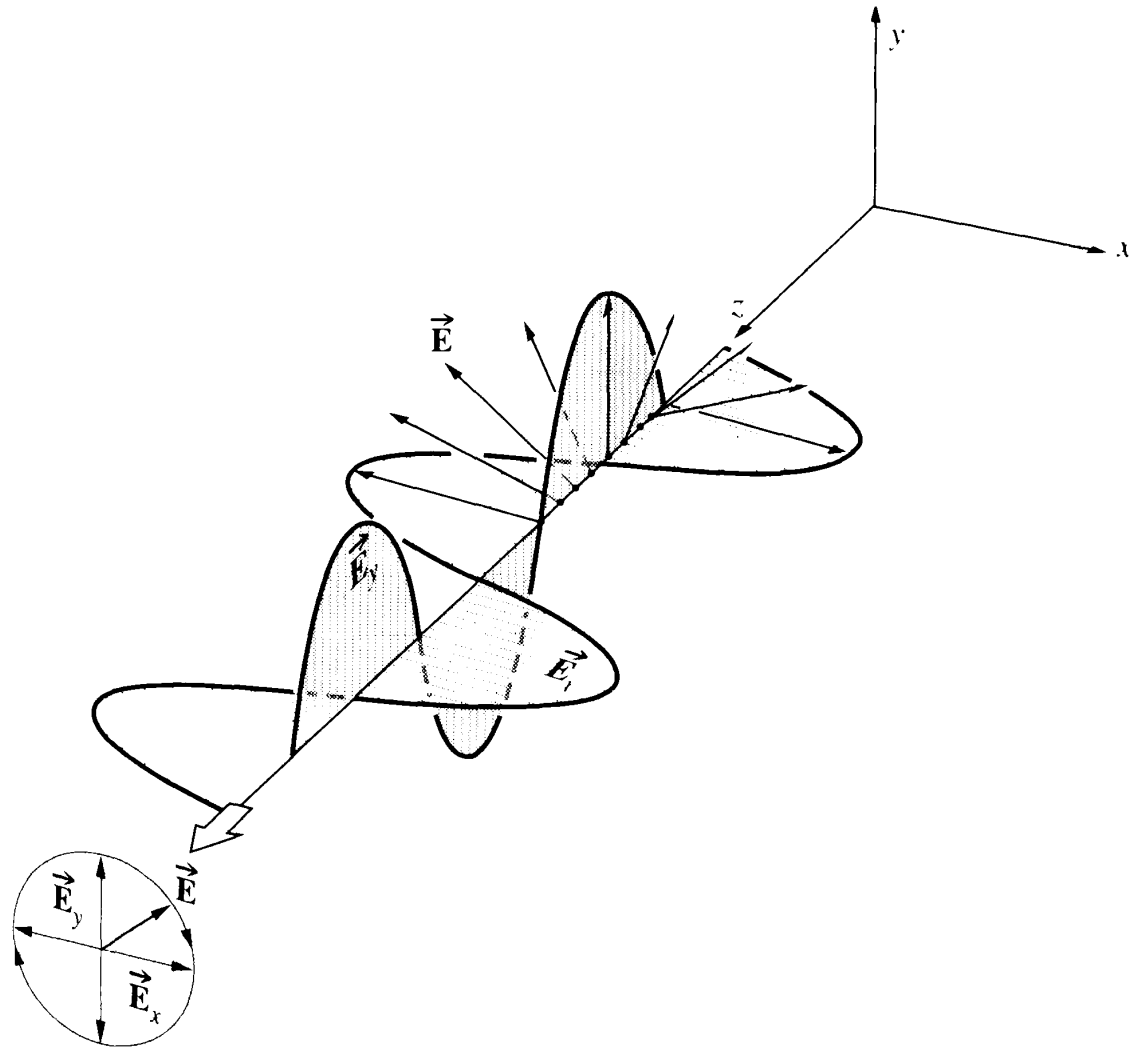
- Esto da una rotación en sentido horario del vector

$$\vec{E}(0, t)$$

con frecuencia angular  $\omega$

- Esta polarización se denomina **circular derecha**

- $\vec{E}(z, t)$  termina una vuelta completa cuando la onda ha avanzado una longitud de onda.



## Polarización circular

- Cuando  $\varepsilon = \frac{\pi}{2} \pm 2n\pi$ .. donde  $n = 0,1,2...$  tenemos

$$\vec{E} = E_0[\hat{i} \cos (kz - \omega t) - \hat{j} \sin (kz - \omega t)]$$

- Y la polarización vuelve a ser circular pero ahora en sentido **antihorario, o izquierda.**

# Pregunta

- ¿Qué polarización resulta de sumar

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)]$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)] \quad ?$$

# Polarización elíptica

- La polarizaciones lineal y circular son ejemplos de polarización elíptica, la más general de todas. Para un  $\varepsilon$  arbitrario

$$E_x = E_{0x} \cos (kz - \omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos (kz - \omega t + \varepsilon)$$

- Expandimos  $E_y$ :

$$E_y/E_{0y} = \cos (kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin (kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

## Polarización elíptica

- Y combinamos la expresión anterior con  $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$  para llegar a la expresión

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

- De la expresión  $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$  podemos ver que

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}$$

# Polarización elíptica

- Reemplazando tenemos:

$$\left( \frac{E_v}{E_{0v}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon \right)^2 = \left[ 1 - \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \varepsilon$$

- O lo que es lo mismo:

$$\left( \frac{E_v}{E_{0v}} \right)^2 + \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left( \frac{E_v}{E_{0v}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

# Polarización elíptica

- Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo  $\alpha$  con el eje, x o y.

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

- El ángulo  $\alpha$  se obtiene de la expresión

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

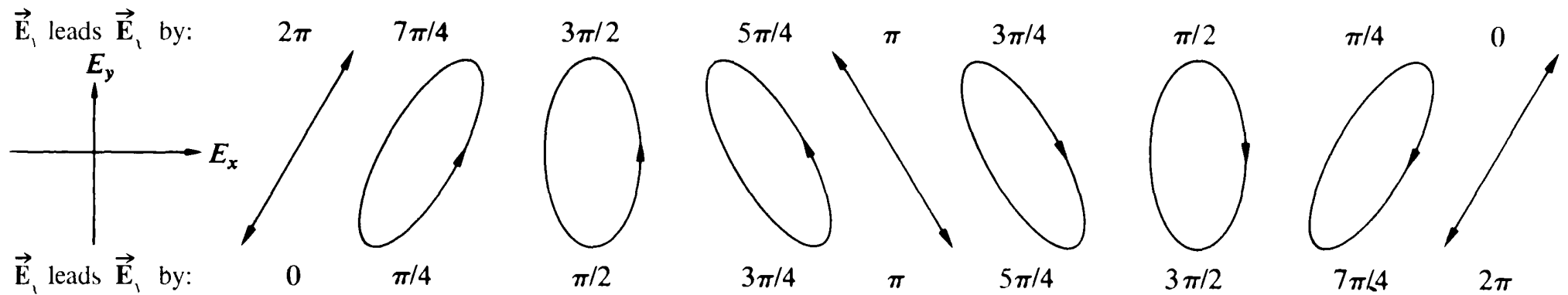
Más detalles en pdf  
sobre polarización  
elíptica en el campus  
virtual

# Polarización elíptica

- Vemos que si  $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \pm5\pi/2, \dots$ ,
- Entonces  $\alpha = 0$  y entonces tenemos la ecuación de una elipse orientada según los ejes  $x$  e  $y$ .

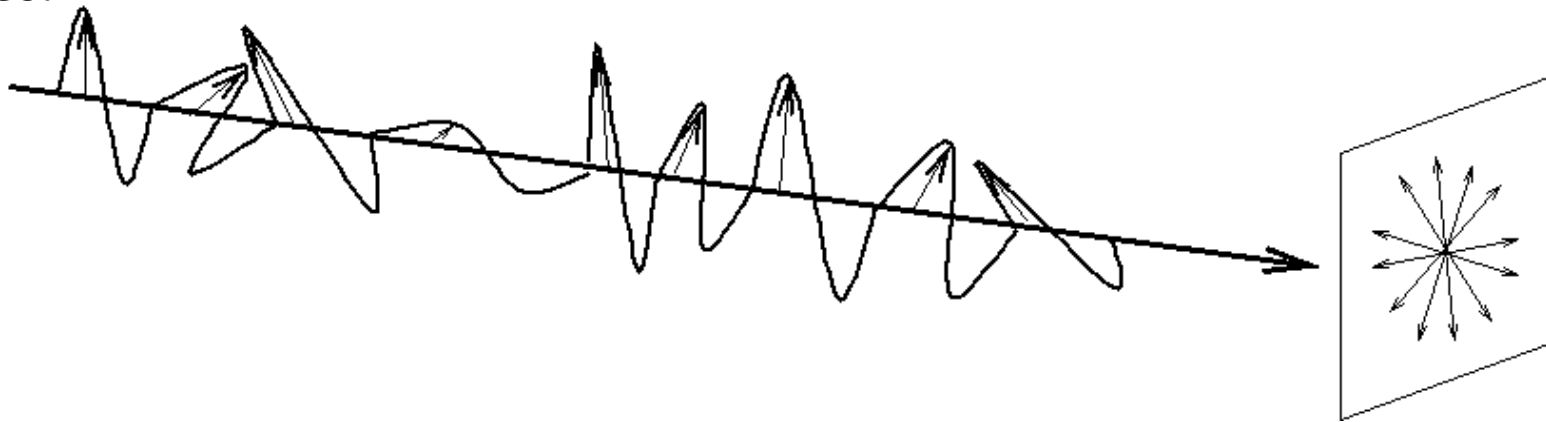
$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$$

# Cuadro general de polarizaciones



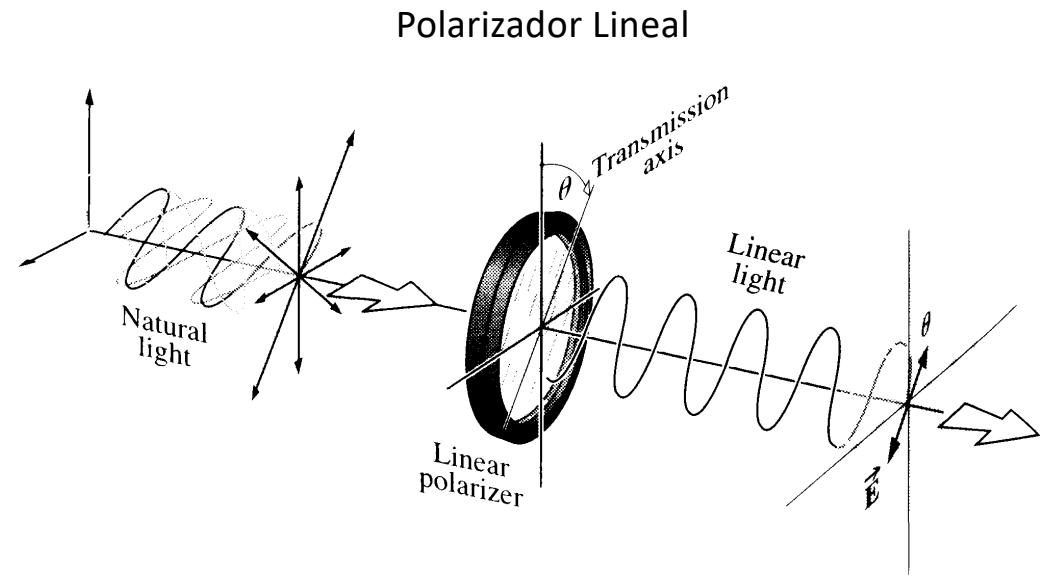
# Luz Natural o no polarizada

- Una fuente de luz natural consiste de un número muy grande de emisores atómicos orientados aleatoriamente.
- Cada átomo emite luz polarizada durante aproximadamente  $10^{-8}$  s.
- Todas las fuentes que emiten a la misma frecuencia se combinan para dar una resultante que mantiene su polarización por no más de  $10^{-8}$  s.
- Luego seguirán trenes con una polarización diferente e impredecible.
- En escalas temporales mayores se habrán observados todas las polarizaciones posibles.



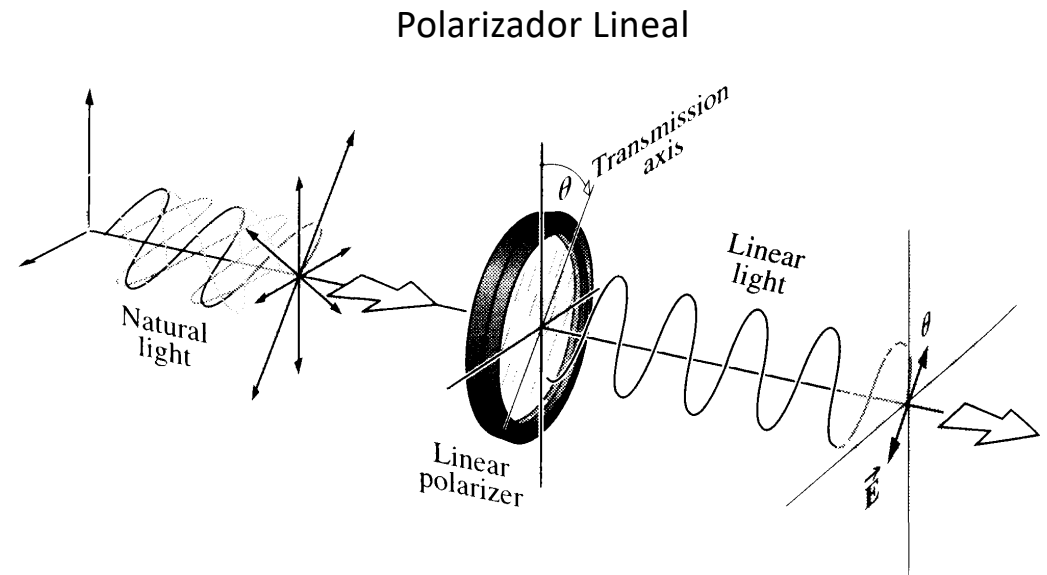
# Polarizadores

- Instrumento por el que ingresa luz no polarizada y del que sale luz polarizada.
- Se basan en efectos tales como
  - Dicroísmo
  - Reflexión
  - Dispersión
  - Birrefringencia



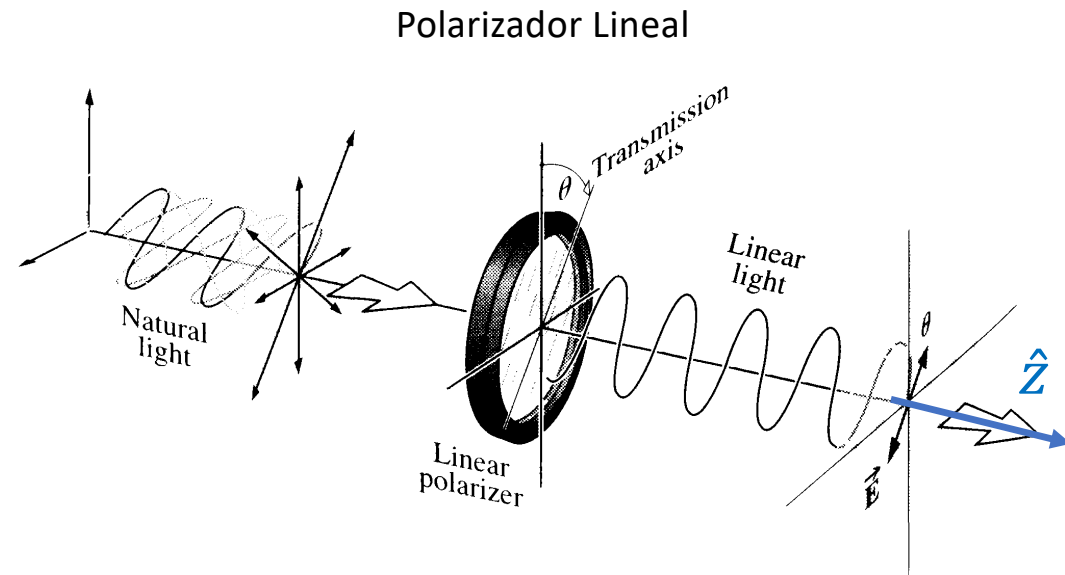
# Polarizadores

- Un **polarizador lineal** se caracteriza por **dejar pasar** sólo la componente del campo eléctrico en la dirección del **eje de transmisión**
- Esto equivale a decir que **toda componente perpendicular al eje de transmisión será bloqueada**.



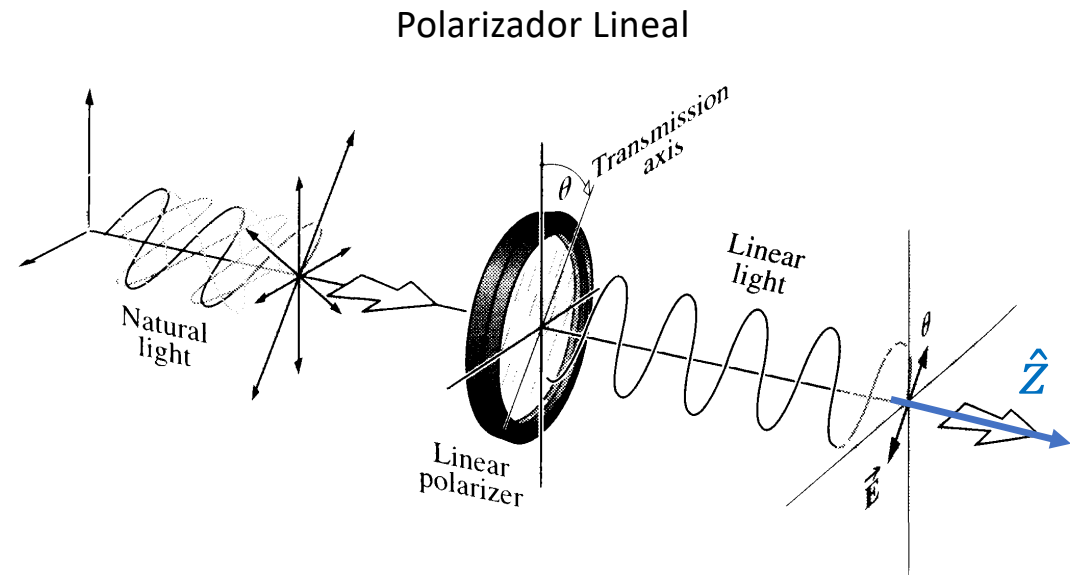
# Ley de Malus

- ¿Cómo nos damos cuenta que un haz de luz es polarizado linealmente?
- La luz natural consta de trenes polarizados mas o menos equitativamente en todas las direcciones
- Si rotamos el polarizador lineal alrededor del eje  $\hat{z}$  el detector de irradiancia no va a detectar cambios.



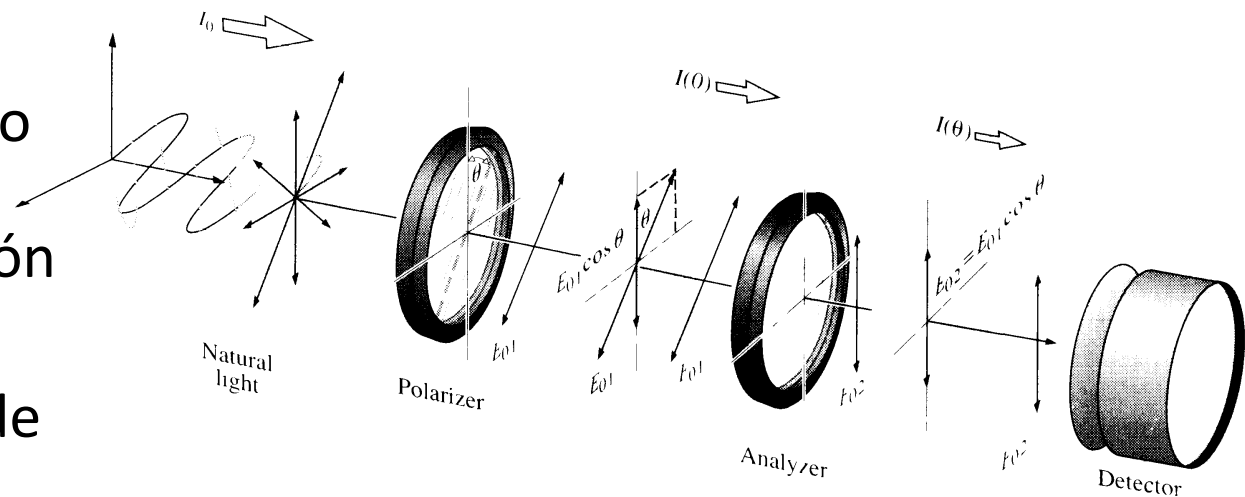
# Ley de Malus

- Experimento: La luz natural incide sobre un polarizador lineal.
- La luz natural consta de trenes polarizados mas o menos equitativamente en todas las direcciones.
- Si rotamos el polarizador lineal alrededor del eje  $\hat{z}$  el detector de irradiancia no va a detectar cambios.



# Ley de Malus

- Supongamos que ahora agregamos otro polarizador lineal llamado analizador con su eje de transmisión en la dirección vertical.
- Supongamos que el eje de transmisión del primer polarizador forma un ángulo  $\theta$  con la vertical.

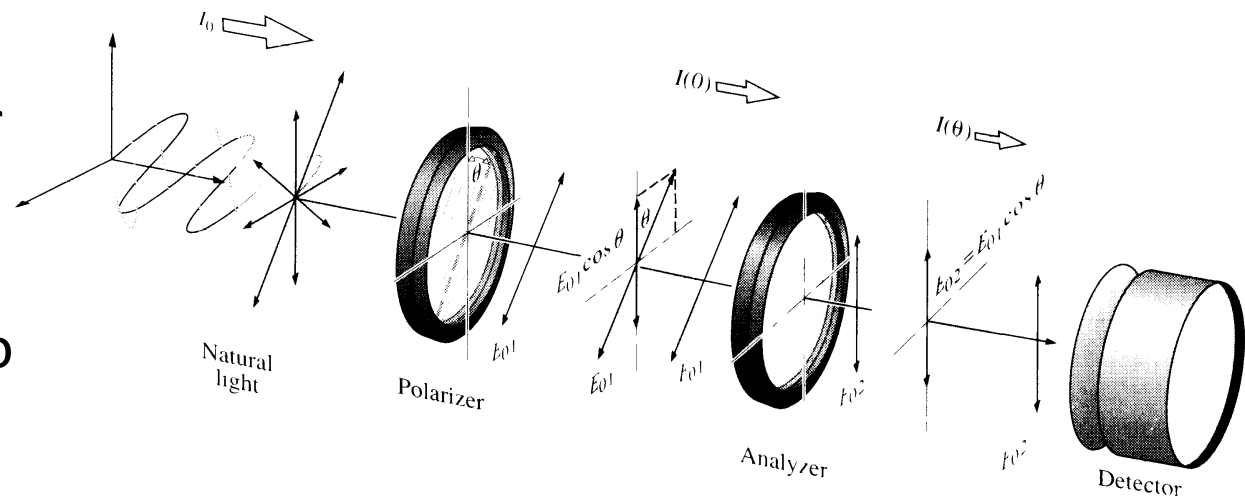


# Ley de Malus

- Supongamos que la amplitud del campo eléctrico transmitido por el primer polarizador es  $E_{01}$ ,
- La componente a lo largo del analizador será:

$$E_{01} \cos \theta$$

- La irradiancia en el detector será entonces:  $I(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} E_{01}^2 \cos^2 \theta$



## Ley de Malus

- Entonces la irradiancia luego del analizador queda

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta$$

- Donde

$$I(0) = c\epsilon_0 E_{01}^2 / 2$$