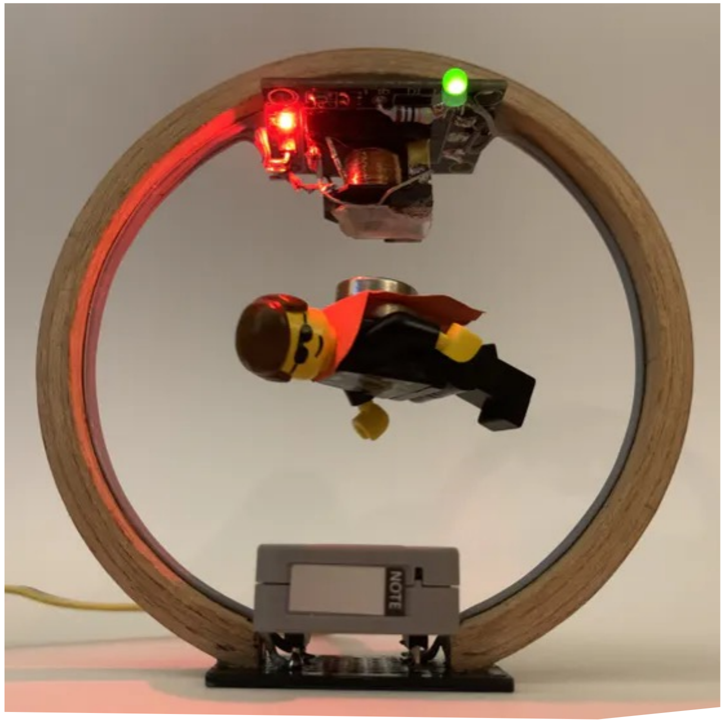
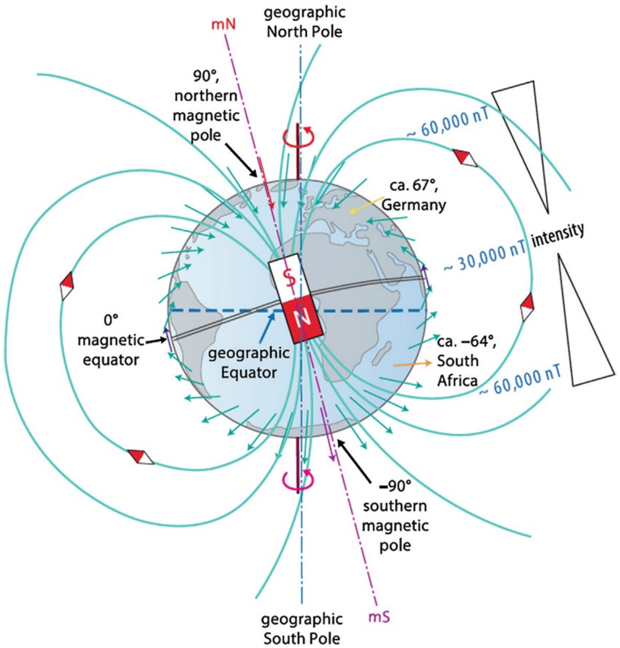
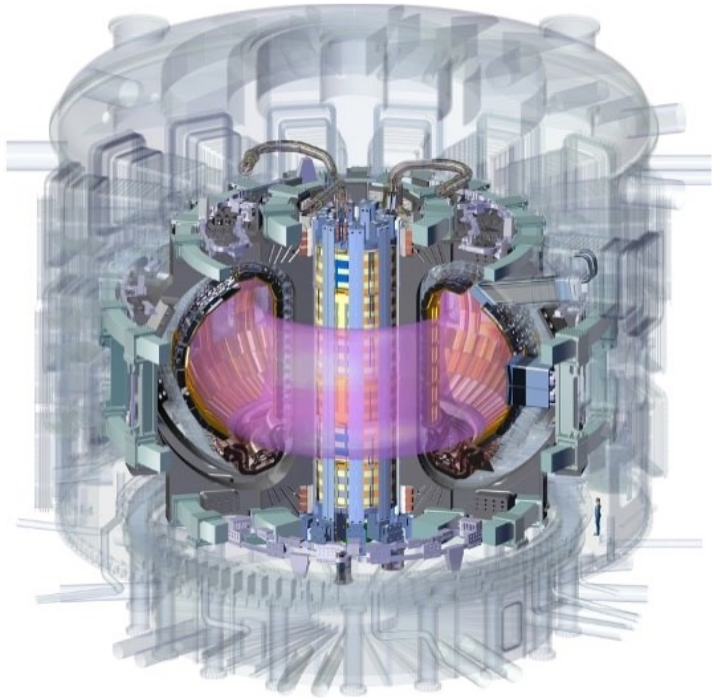

NOTE


mN
geographic
North Pole
90°,
northern
magnetic
pole
~ 60,000 nT
ca. 67°,
Germany
~ 30,000 nT
intensity
S
N
0°
magnetic
equator
geographic
Equator
ca. −64°,
South
Africa
~ 60,000 nT
−90°
southern
magnetic
pole
geographic
South Pole
mS



Magnetismo

Breve historia del magnetismo

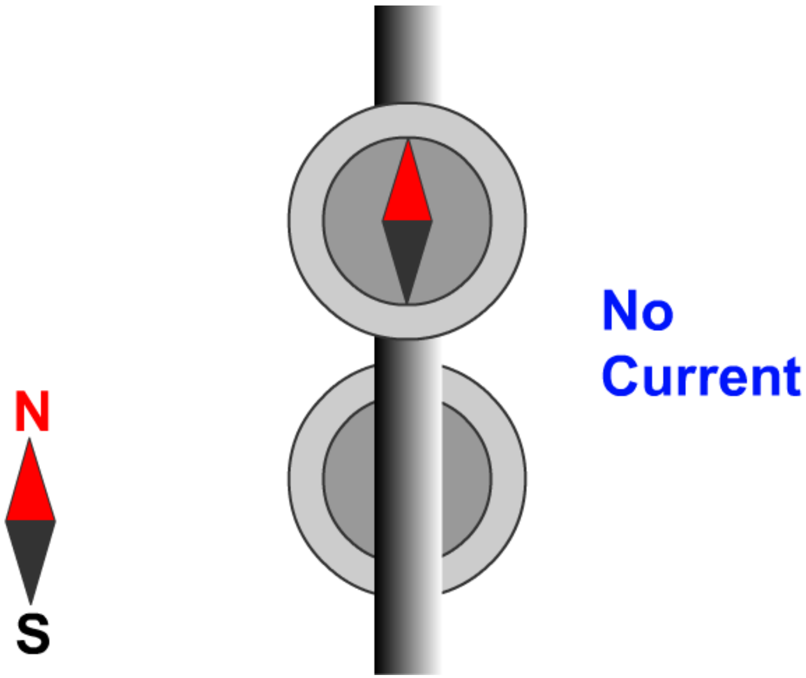
- Desde 600 AC: registros sobre existencia de imanes (magnetita). El prefijo Magneto viene del griego y hace referencia a piedras provenientes de la región de Magnesia en Tesalia.

- William Gilbert (1540-1643) realiza experimentos sistemáticos con imanes. Descubre magnetismo terrestre.

- Los chinos inventaron la brújula en el siglo I y llegó a Europa en el siglo XII como instrumento de navegación, especialmente de día.

El campo magnético

- En 1819, Hans Christian Oersted muestra que una corriente estacionaria desvía una brújula. Establece relación entre corriente y magnetismo.



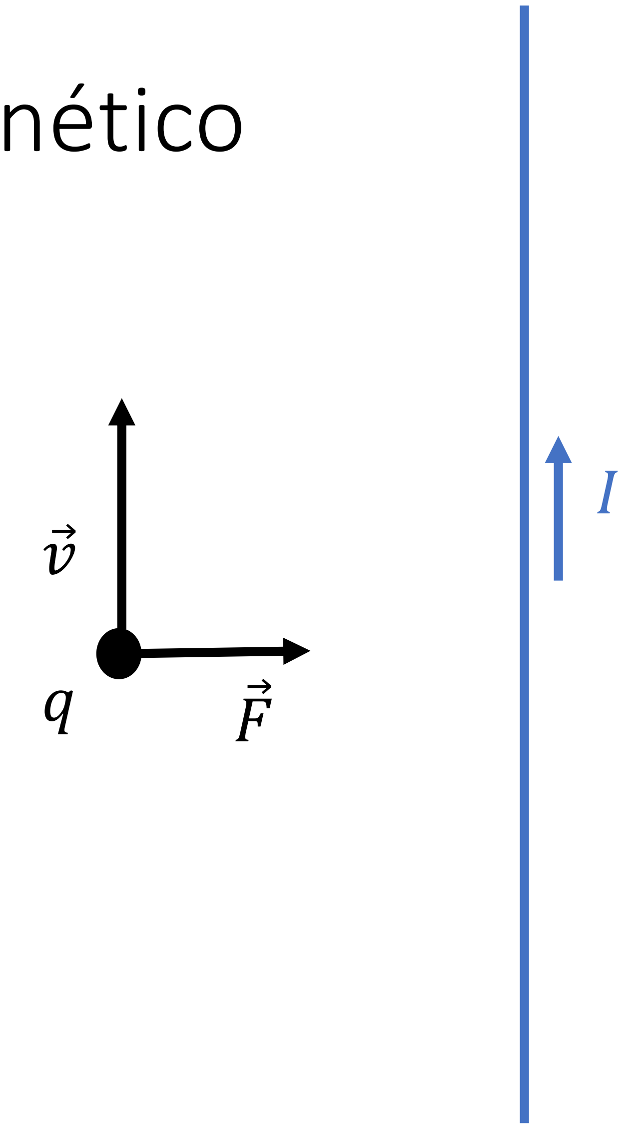
Hans Christian Oersted

Fuerza de Lorentz y Campo magnético

- Experimentalmente se observa que una carga que se mueve paralelamente a una corriente I experimenta una fuerza $\vec{F}$ perpendicular a su velocidad $\vec{v}$.

- Esta fuerza se conoció con el nombre de fuerza magnética.

- El módulo de esa fuerza $\vec{F}$ resulta ser proporcional a la cantidad de carga q, y el módulo de la velocidad $|\vec{v}|$

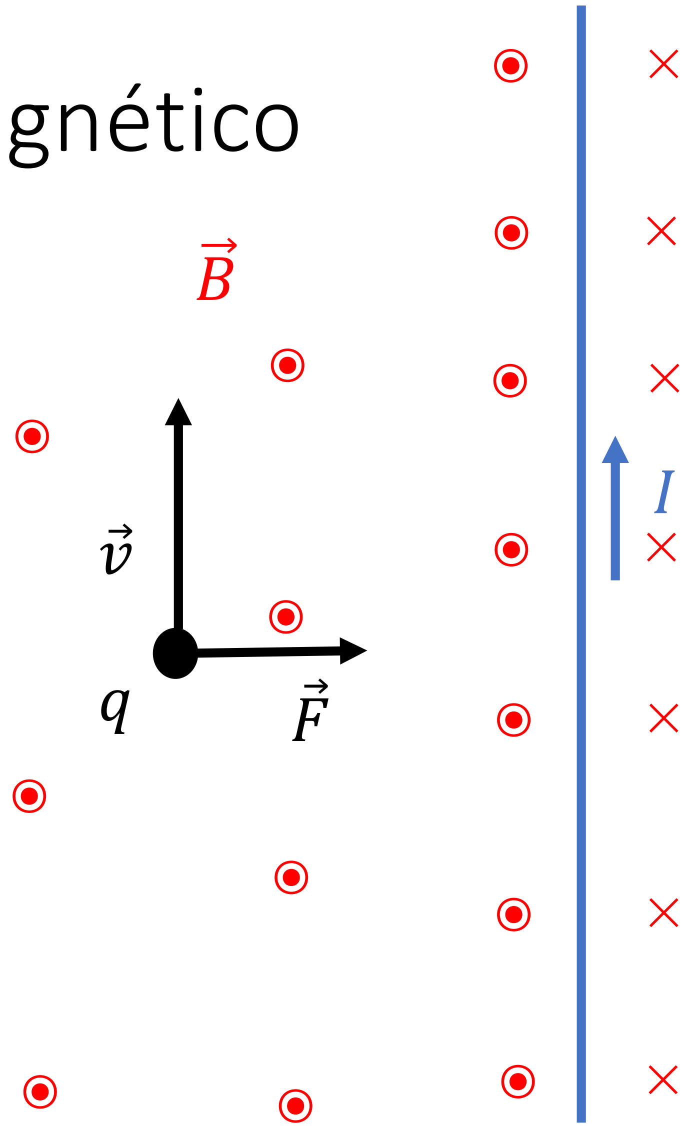


Fuerza de Lorentz y Campo magnético

- En 1895, Hendrik Lorentz formalizó la expresión para la fuerza magnética a partir de un campo magnético $\vec{B}$

- El **campo magnético $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}$ queda entonces definido a partir la expresión para la fuerza magnética $\overrightarrow{\boldsymbol{F}}$** sobre una carga q con una velocidad $\vec{v}$

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

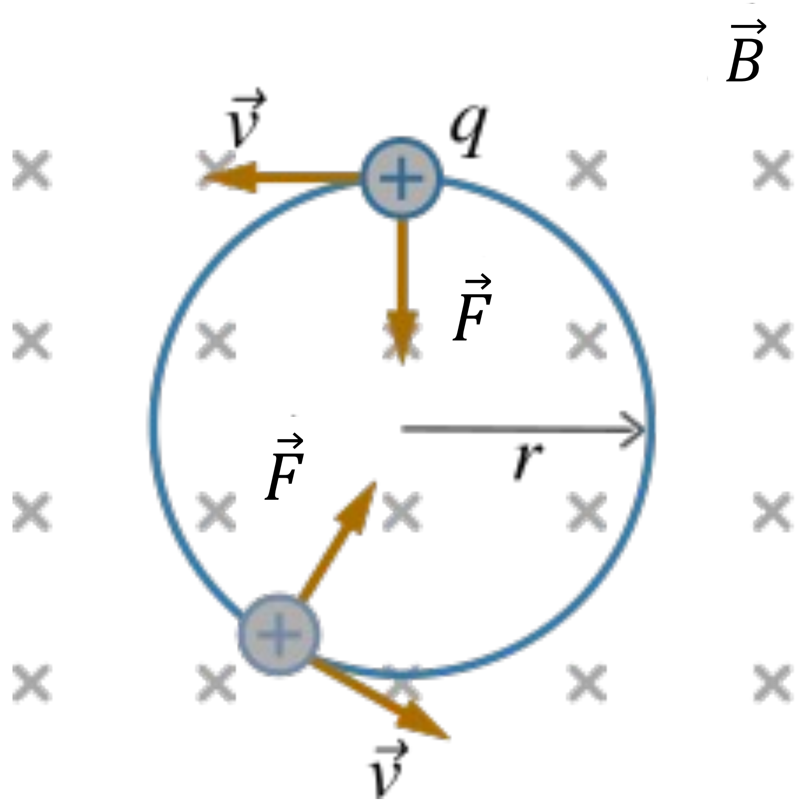


Movimiento de una carga en campo magnetico uniforme

- Supongamos un campo $\vec{B}$ uniforme
- La **ecuación de movimiento** de una carga q de masa m y velocidad $\vec{v} \perp \vec{B}$ es:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

- Es decir que la fuerza $\vec{F}$ **y la aceleración son siempre perpendiculares a** $\vec{v}$.
- Por lo tanto la carga describirá un **MCU (la energía cinética no cambia)**.



Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Es muy útil separar la velocidad en componentes paralela y perpendicular al campo magnético

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$$

- La ecuación para $\vec{v}_{\parallel}$ se obtiene multiplicando escalarmente por el versor $\hat{b}$ paralelo a $\vec{B}$

$$m\frac{dv_{\parallel}}{dt} = 0$$

$$\vec{v}_{\parallel} = v_{\parallel}\hat{b}$$

donde

$$v_{\parallel} = cte$$

Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Como $\vec{v}_{\perp}\times\vec{B} = 0 \; y \; \frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = 0$ ecuación para $\vec{v}_{\perp}$resulta entonces:

$$m\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}$$

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q\vec{v}_{\perp}\times\vec{\Omega}$$

donde

$$\vec{\Omega} = \frac{qB}{m}\,\hat{b}$$

- Ω se denomina **frecuencia ciclotrón o frecuencia de Larmor**

Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Si tomamos $\hat{b} = \hat{z}$ entonces podemos escribir $\vec{v}_\perp = v_x \hat{x} + v_y \hat{y}$ y la ecuación de movimiento llega a:

$$\frac{dv_x}{dt} = \Omega v_y; \; \frac{dv_y}{dt} = -\Omega v_x$$

- Y llegamos a

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\Omega^2 v_x$$

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} = -\Omega^2 v_y$$

MCU
En un plano

Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Las soluciones son:

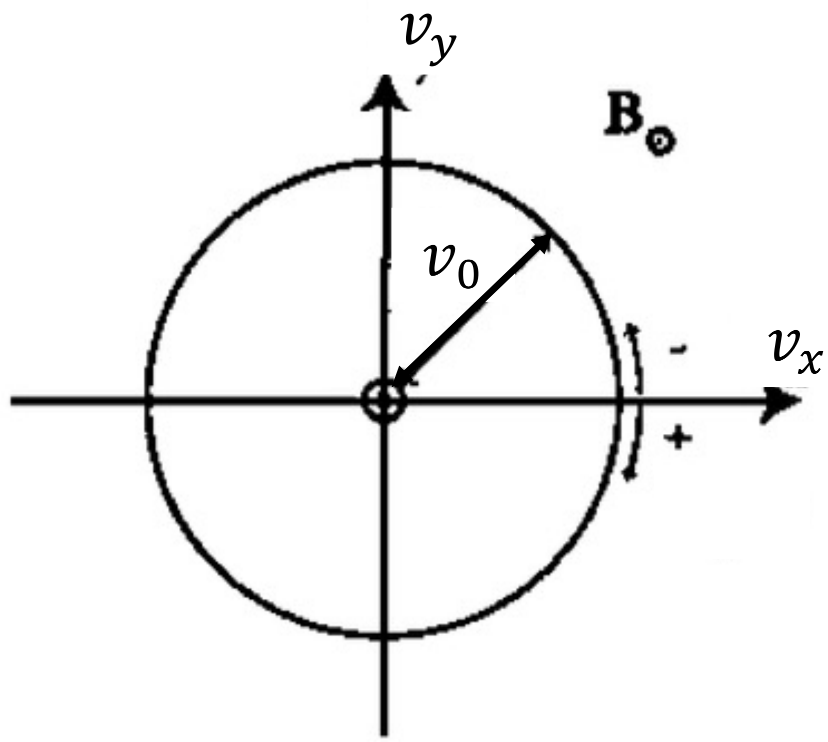
$$v_x = v_0 \cos(|\Omega|t + \delta)$$

$$v_y = \mp v_0 \sin(|\Omega|t + \delta)$$

Donde se usa – si $q > 0$ y + si $q < 0$

- Además, la velocidad perpendicular

$$v_\perp{}^2 = v_0{}^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2$$



Movimiento de una carga en campo magnético uniforme

- Las soluciones son:

$$x = \frac{v_0}{|\Omega|} \sin(|\Omega| t + \delta)$$

$$y = \pm \frac{v_0}{|\Omega|} \cos(|\Omega| t + \delta)$$

Movimiento antihorario si $q > 0$ y horario si $q < 0$

- El radio del movimiento se denomina radio de Larmor o giroradio

$$r_L = \frac{v_0 m}{|q| B}$$

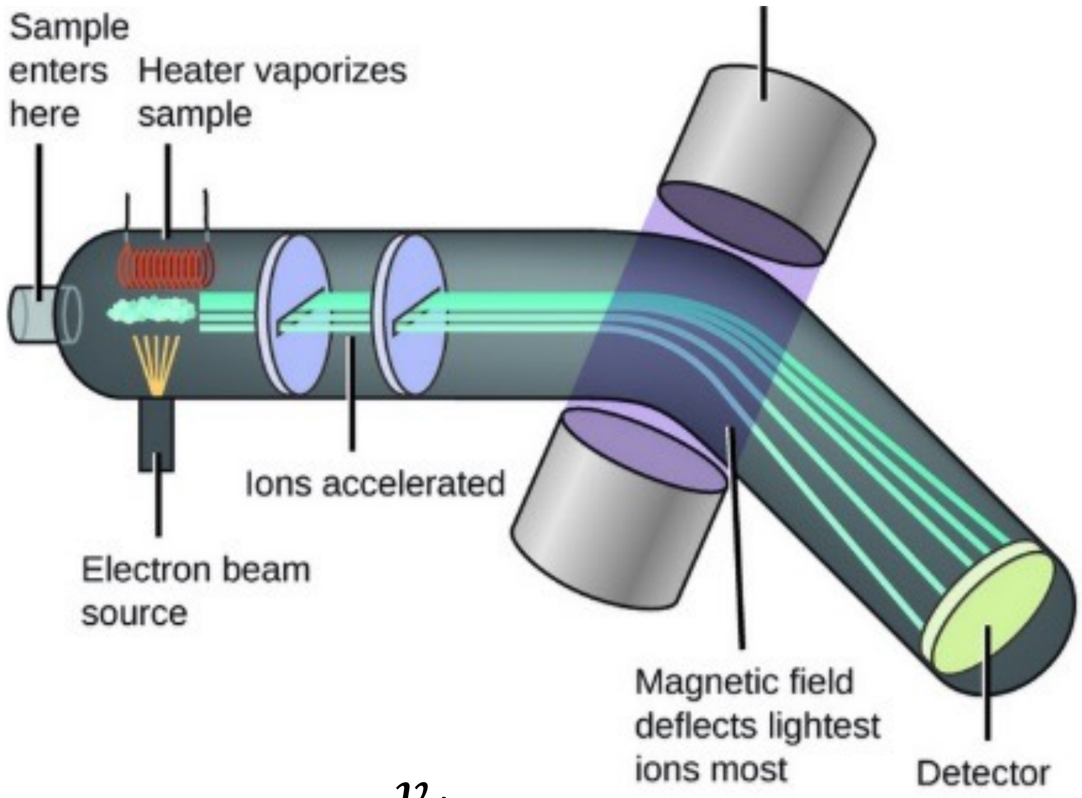
Pregunta

- ¿Cuánto vale el período del movimiento ciclotrón?

Aplicaciones:

Espectrómetro de masa

(separa iones de acuerdo a su masa)

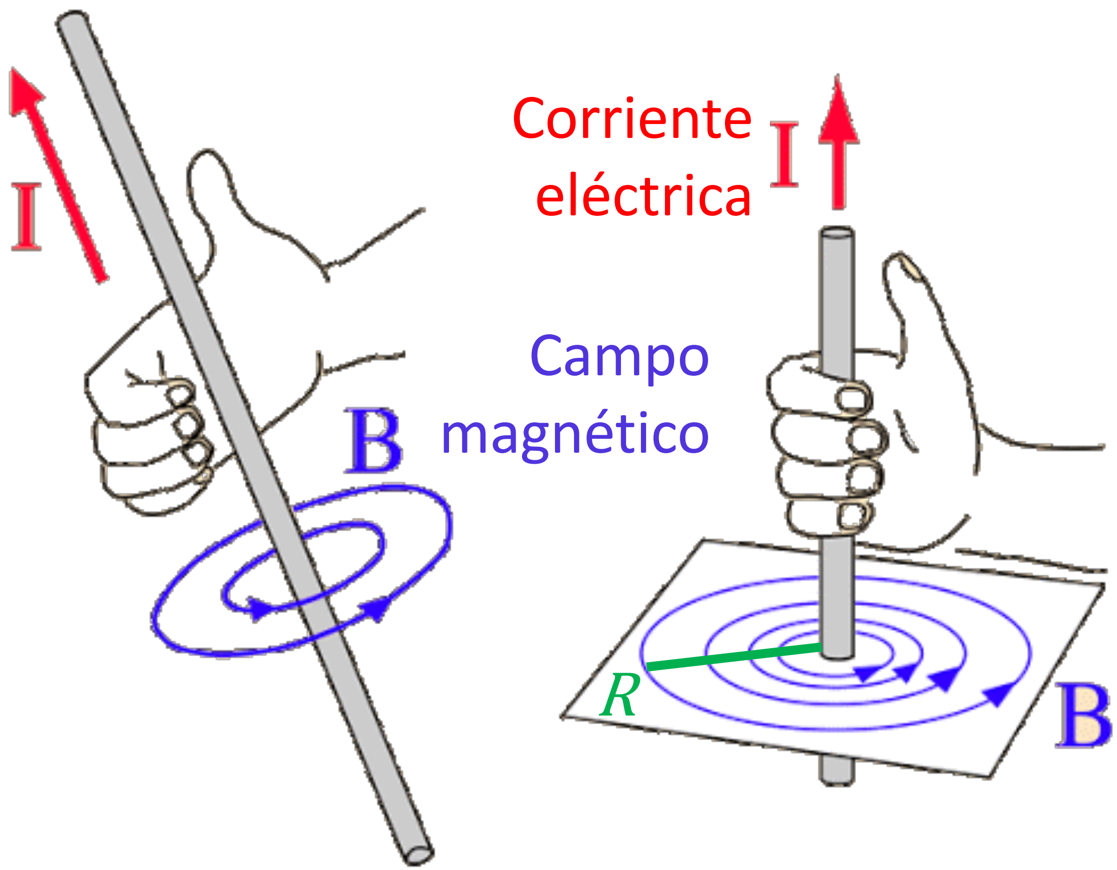


$$r_g = \frac{v_\perp}{|q|B} m$$

Campo magnético de un hilo recto de corriente

- **Experimentalmente**, se sabe que el campo magnético de un hilo recto de corriente I genera un campo en el sentido de las líneas azules.
- También **experimentalmente** se obtiene que B es proporcional a la corriente I e inversamente proporcional a la distancia al hilo R.

$$B \propto \frac{I}{R}$$



Monopolos eléctricos y magnéticos

- El campo eléctrico de un hilo de carga decae como $E \propto \frac{1}{R}$ ya que sumabamos monopolos eléctricos cuyos campos decaían como $\frac{1}{R^2}$.

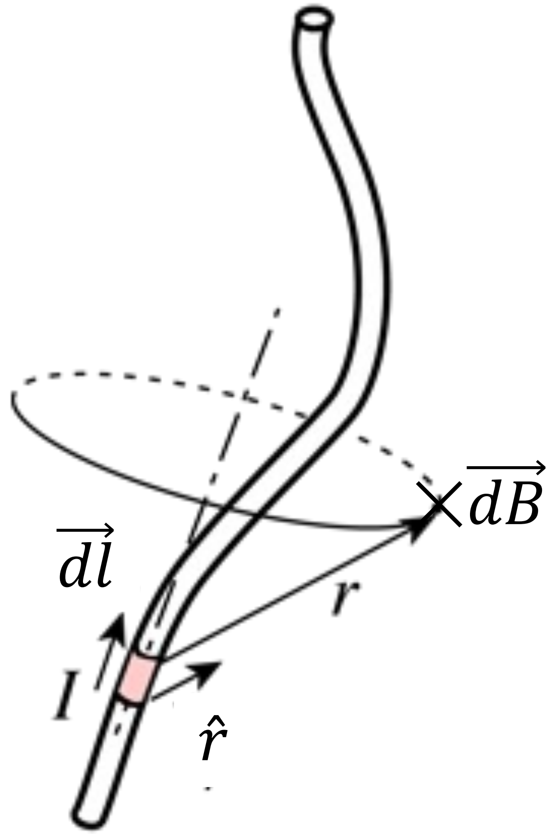
- Hasta ahora, no hay evidencia de la existencia de monopolos magnéticos, pero si existieran, el campo magnético generado por uno de ellos vararía como $\frac{1}{R^2}$.

- Sin embargo, este pensamiento indica que si dividiéramos el hilo de corriente en tramos infinitesimales, el campo magnético generado por cada uno de ellos debería variar como $\frac{1}{R^2}$.

Ley de Biot-Savart

- Biot y Savart plantearon un formalismo para obtener el campo a partir de contribuciones de elementos de corriente $I\overrightarrow{dl}$.
- El diferencial de campo magnético $\overrightarrow{dB}$ a partir de un elemento de corriente $I\overrightarrow{dl}$ en el punto $\vec{r} = r\hat{r}$ se puede escribir como:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{C}{r^2} I\overrightarrow{dl} \times \hat{r}$$



Ley de Biot-Savart

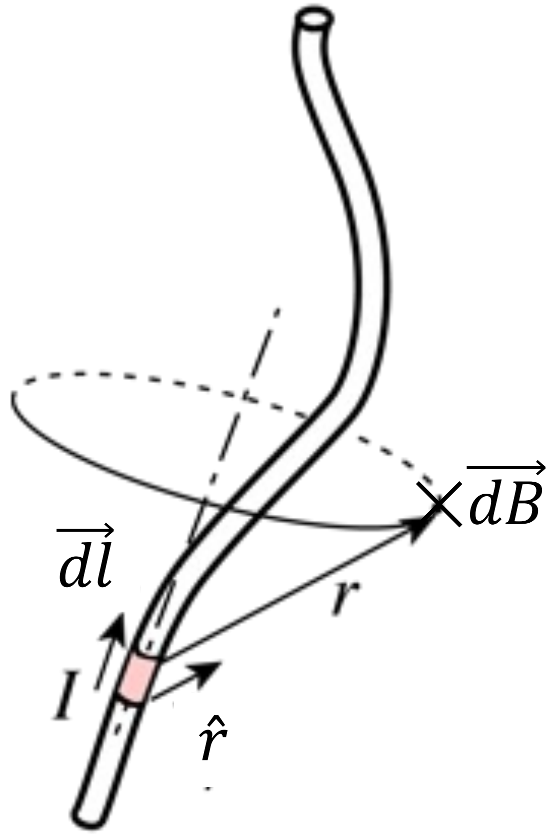
- Mediante experimentos se comprueba que en el sistema SI.

$$C = 10^{-7}\frac{N}{A^2}$$

- Entonces, por similitud con la electrostática se define la permeabilidad magnética del vacío μ_0 tal que: $C = \frac{\mu_0}{4\pi}$

- Entonces

$$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\frac{N}{A^2} = 1{,}25\ \ 10^{-6}\frac{N}{A^2}$$



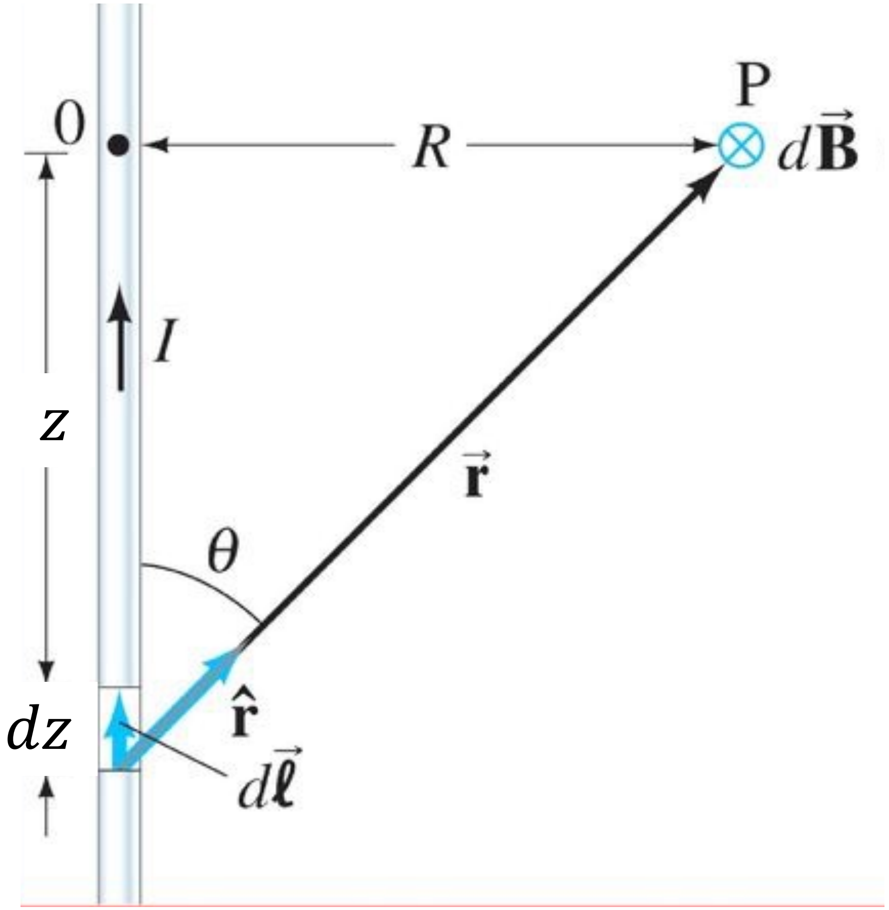
Campo magnético de un hilo infinito

- Consideremos una corriente I a lo largo de un hilo paralelo al eje z.

- El elemento de corriente es
$$I\,\overrightarrow{dl} = I\,dz\,\hat{z}$$

- Desde el elemento de corriente, el punto P donde evalúo $\overrightarrow{dB}$ se indica con el vector $\vec{r} = r\hat{r}$ que forma un ángulo θ con el eje z.

- R es la distancia desde el eje a P.

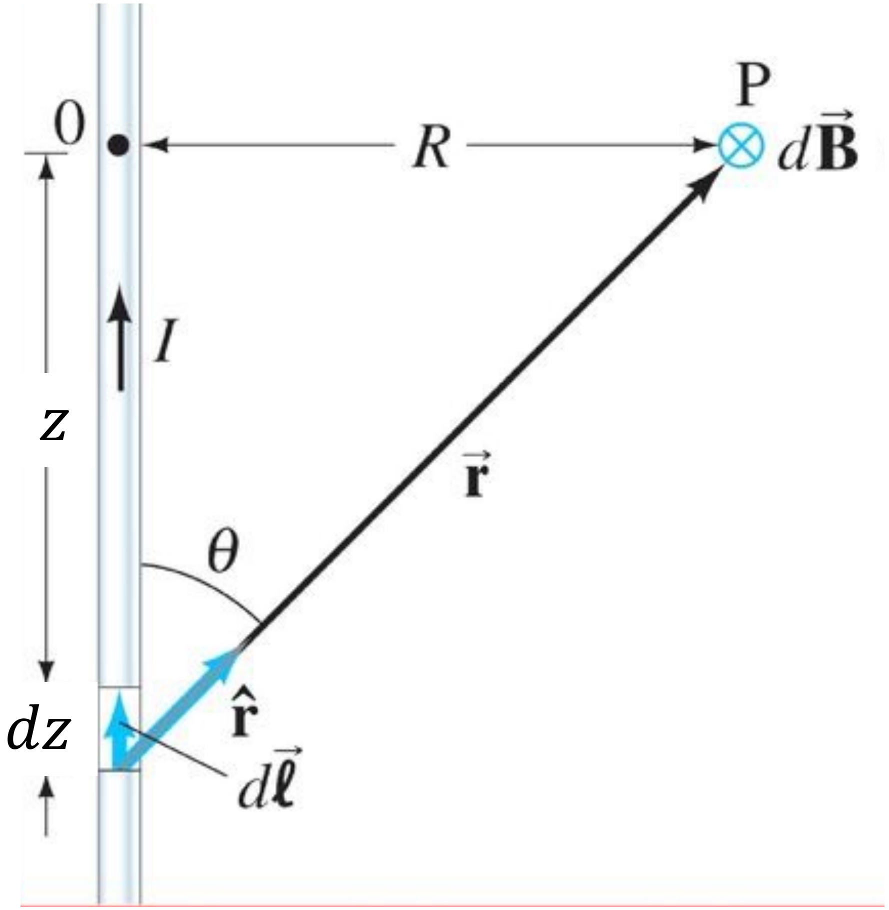


Campo magnético de un hilo infinito

- Por la ley de la mano derecha $\overrightarrow{dB}$ se dirige hacia adentro de la pantalla ($\hat{\phi}$ en coordenadas cilíndricas). Integrando a lo largo del hilo tengo $\vec{B}$.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{Idz\ \sin\theta}{r^2}\,\hat{\phi}$$

- Donde $r^2 = \frac{R^2}{(\sin\theta)^2}$ y $-z = \frac{R}{\tan\theta}$



Campo magnético de un hilo infinito

- Lo anterior indica que

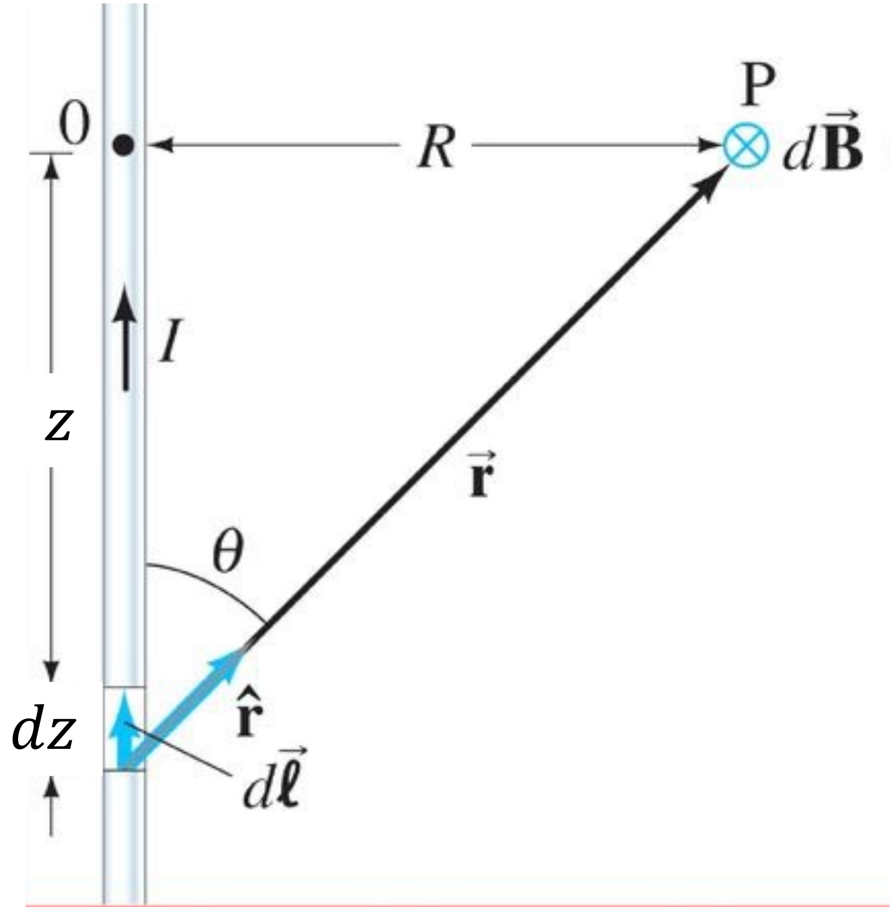
$$dz = \frac{R}{(\sin\theta)^2}\,d\theta$$

- Poniendo todo en función de R y θ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin\theta\;d\theta}{R}\,\hat{\phi}$$

- Entonces

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\,\hat{\phi}$$

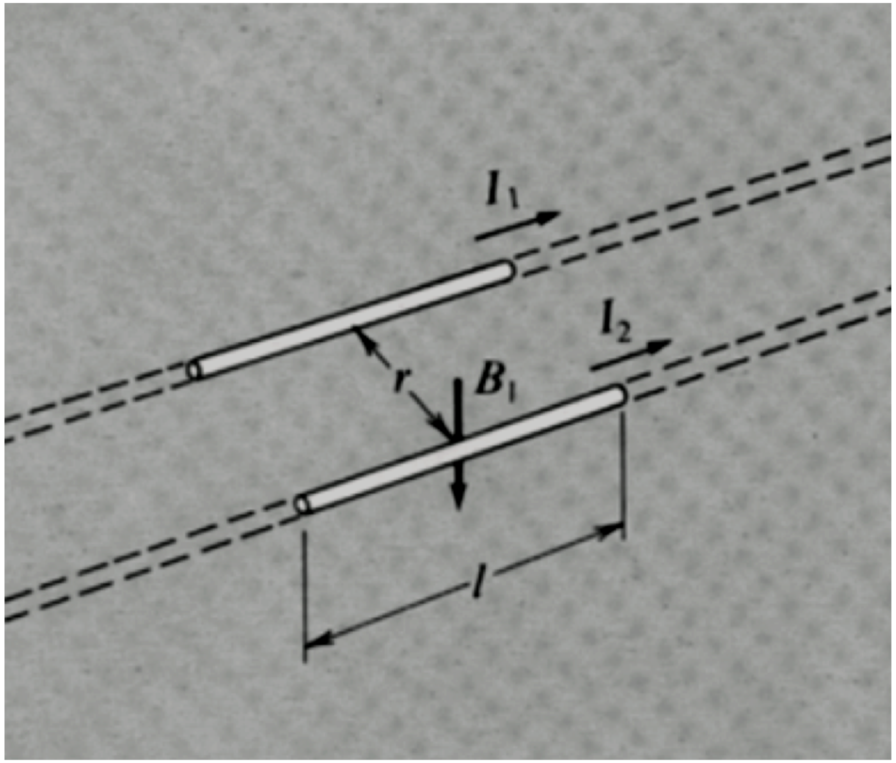


Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos dos hilos rectilíneos largos paralelos con corrientes I_1e I_2 separados por una distancia r.

- La corriente I_1 da lugar a un campo magnético B_1 e la altura del hilo 2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$



Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos que I_2 consta de n_2 cargas por unidad de longitud de carga q_2 a una velocidad v_2.

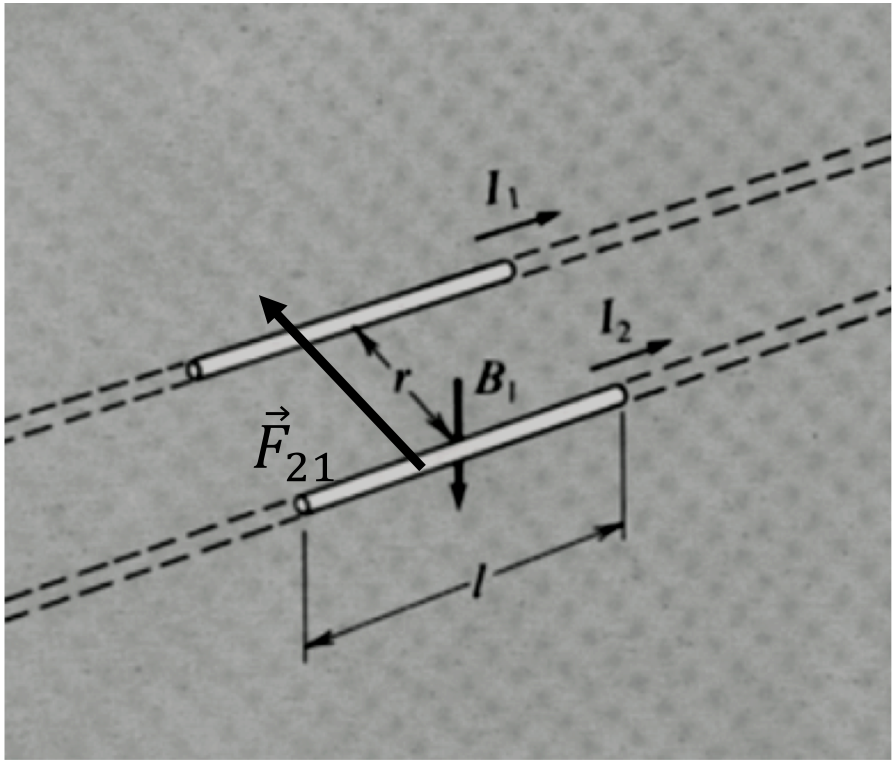
$$I_2 = n_2 q_2 v_2$$

- La fuerza de Lorentz sobre cada carga es:

$$q_2 v_2 B_1$$

- Por lo tanto, la fuerza por unidad de distancia es

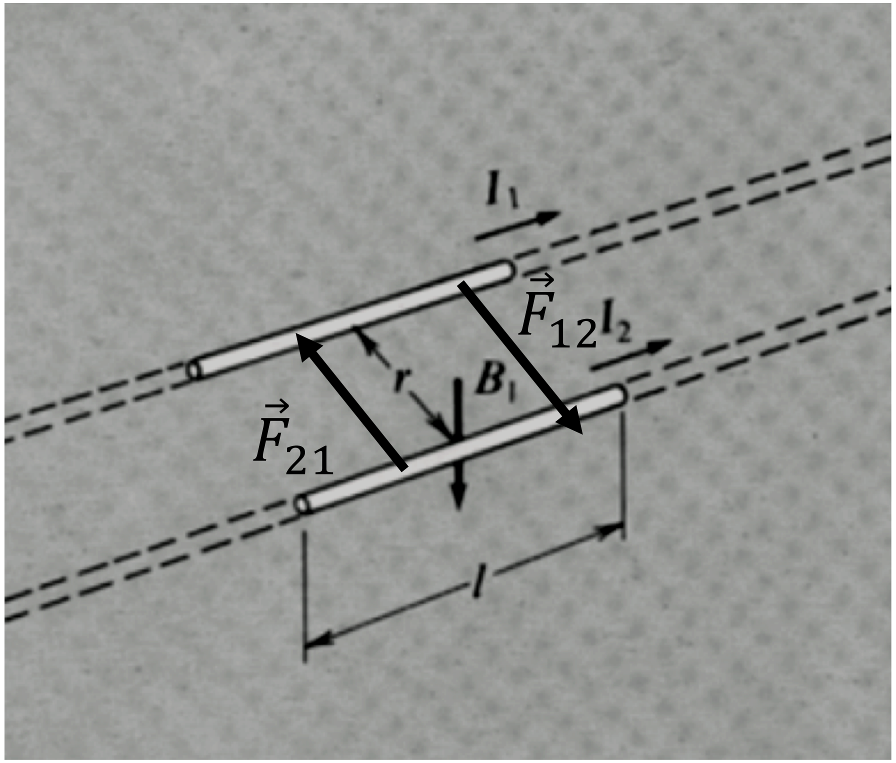
$$F_{21} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



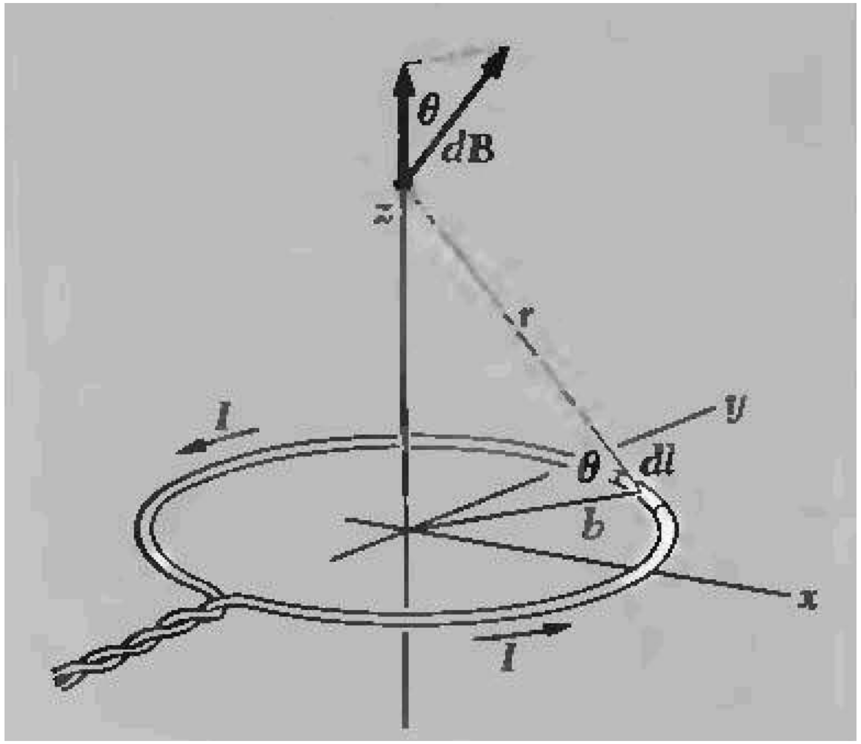
Fuerza entre hilos de corriente

- La dirección de $\vec{F}_{21}$ por la regla de la mano derecha da una atracción entre los cables, ya que la fuerza que el hilo 2 le hace al 1 es igual y opuesta.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



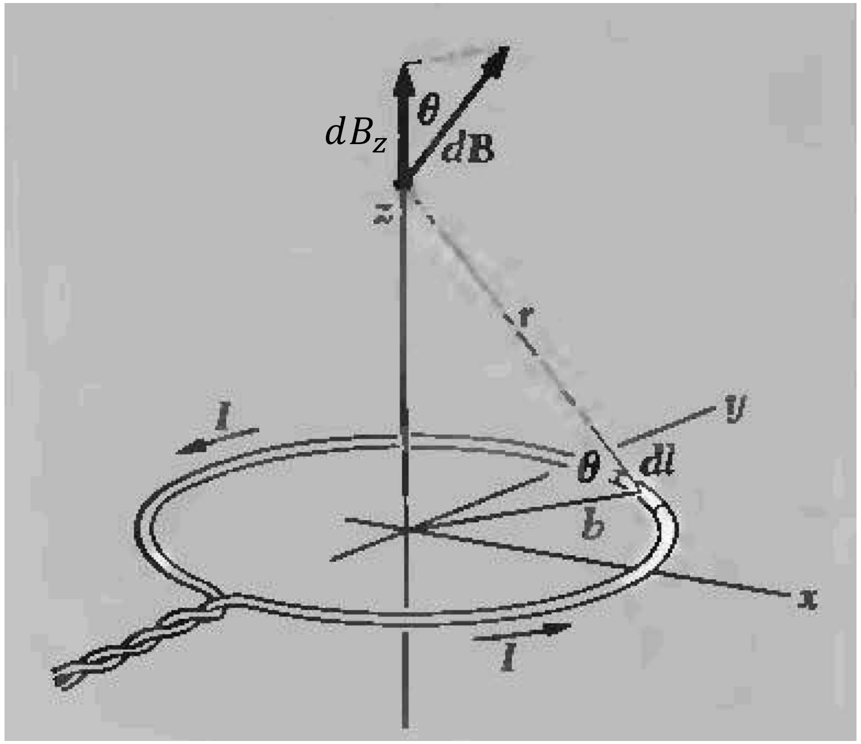
Espira circular



- Espira plana circular de radio b por la que circula una corriente I.
- Vamos a calcular el campo en el eje de simetría z.
- Podemos esperar que el campo en el eje z será a lo largo del eje z.

$$\vec{B}(0,0,z) = B(z)\hat{z}$$

Espira circular

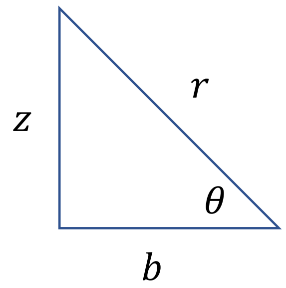


- Usando Biot-Savart calculemos el diferencial de la componente z del campo:

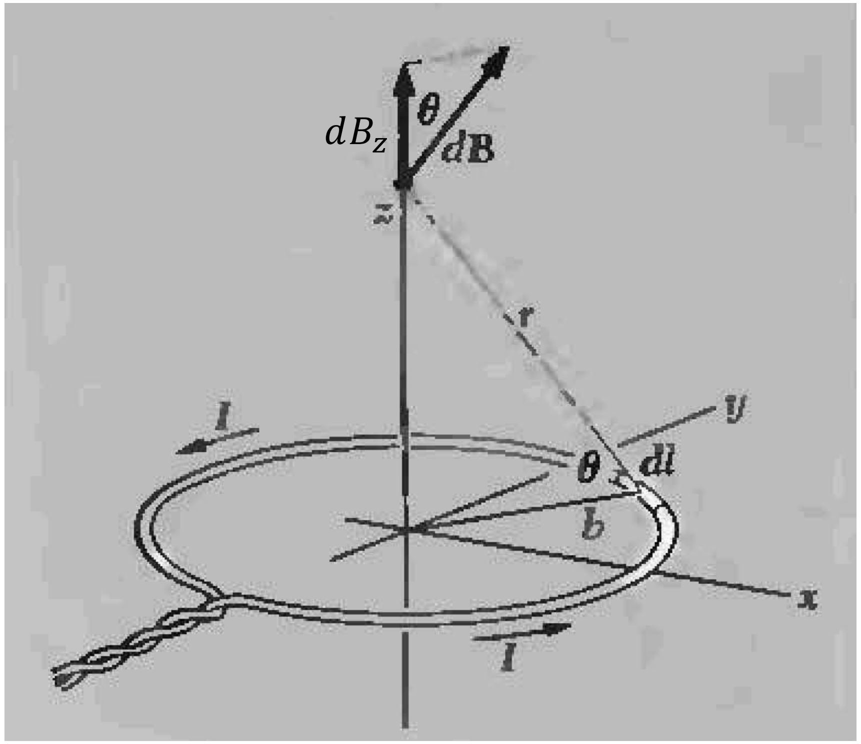
$$dB_z = dB\cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}\cos\theta$$

- Donde r es la distancia del elemento de corriente al punto de evaluación y θ es el ángulo entre r y el radio de la espira b.

Atentxs al triángulo



Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{I\, b^2}{r^3}$$

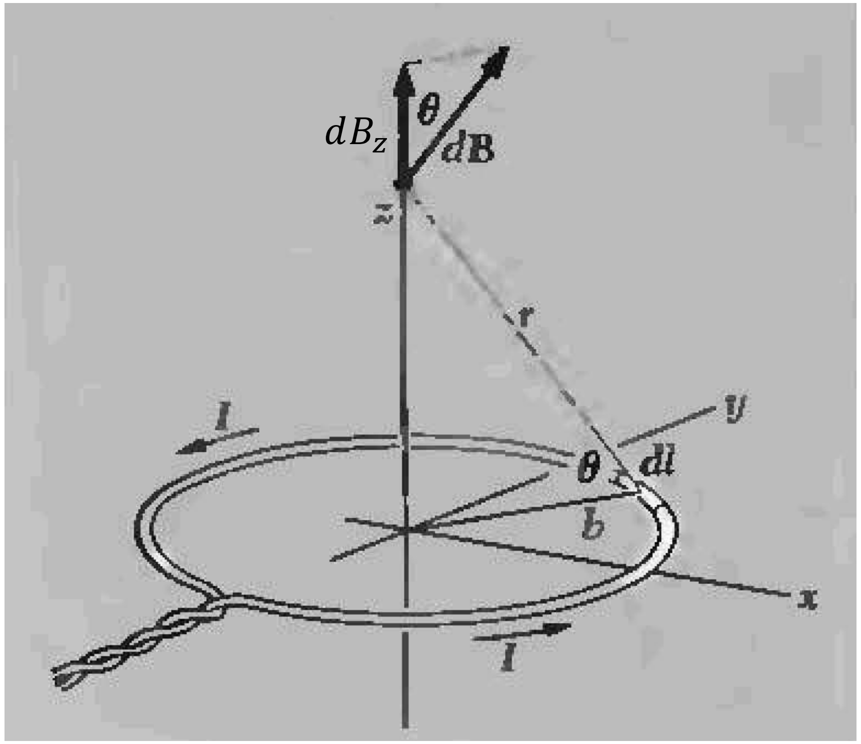
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z:

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I\, b^2}{\left[\sqrt{b^2 + z^2}\right]^3} \hat{z}$$

Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0}{2}\frac{I\, b^2}{r^3}$$

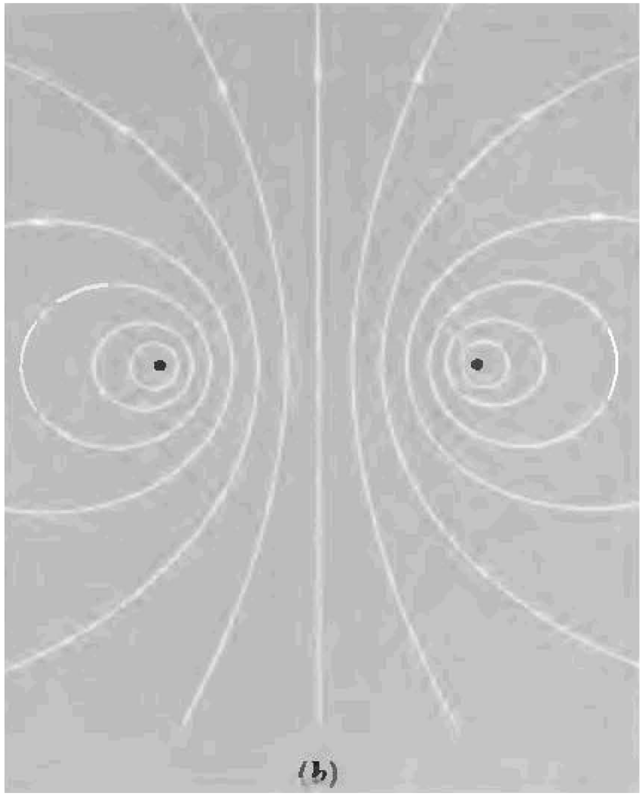
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z:

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z\hat{z} = \frac{\mu_0}{2}\frac{I\, b^2}{\left[\sqrt{b^2+z^2}\right]^3}\,\hat{z}$$

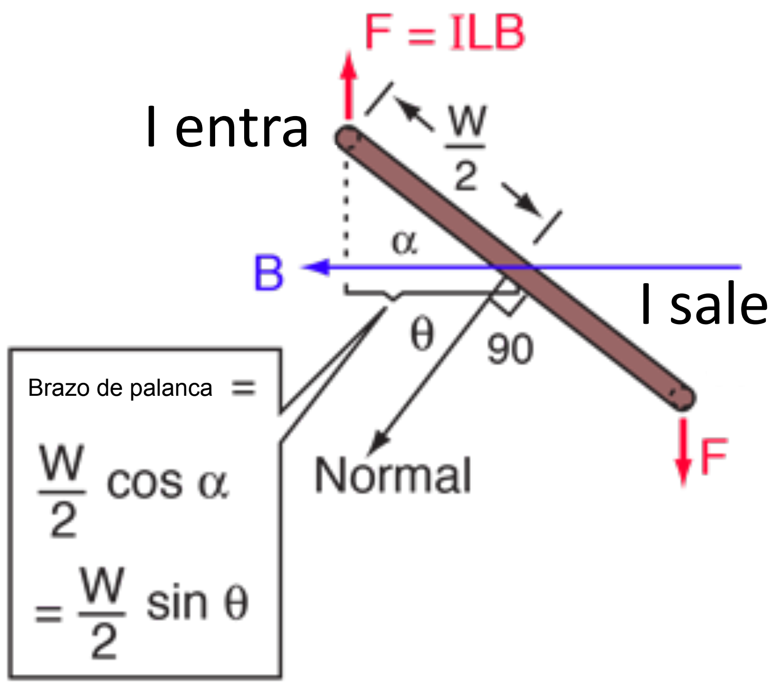
Espira circular



Campo magnético de una espira circular en el plano que contiene al eje de simetría

Torque sobre una espira de corriente

- Tomemos una espira rectangular de lados L y W por la que circula una corriente I.
- Coloquémosla en un campo uniforme $\vec{B}$ que forma un angulo α con el lado de largo W.
- Nos interesa saber qué fuerzas aparecen y cómo se va a mover la espira.



θ es el ángulo entre B y la normal a la espira

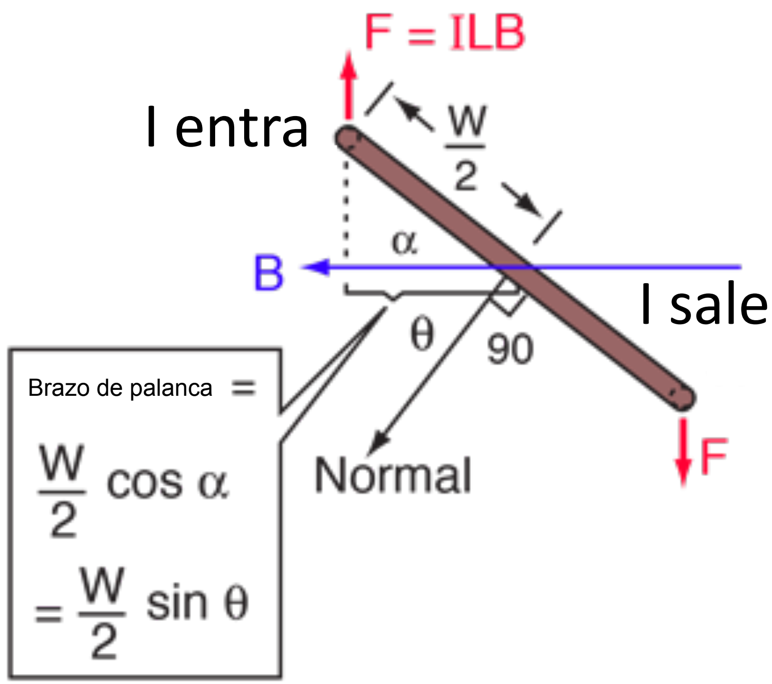
Torque sobre una espira de corriente

- Vimos en el caso de los dos hilos paralelos que la fuerza por unidad de distancia venía dada por

$$f = IB$$

- Entonces los lados de largo L experimentan fuerzas opuestas de intensidad

$$F = ILB$$

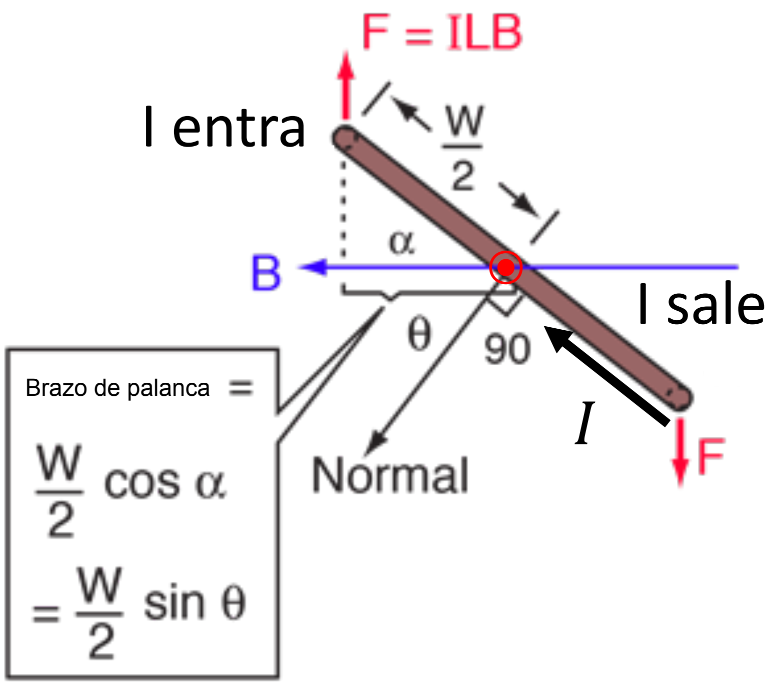


Torque sobre una espira de corriente

- Las fuerzas en los lados de largo W (salen y entran de la pantalla) también son iguales y opuestas, de valor

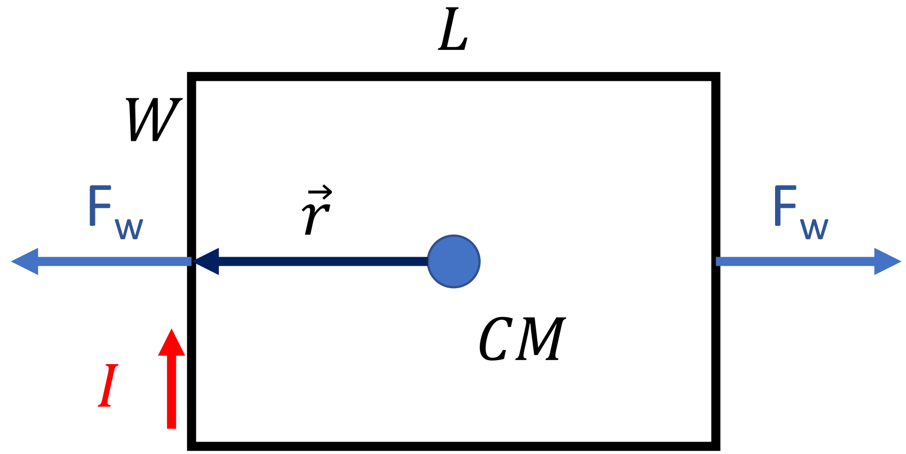
$$F_W = IWB \sin\alpha = IWB \cos\theta$$

- Entonces la suma total de fuerzas es cero y por lo tanto el centro de masa no se acelera.



Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos



Vista de arriba

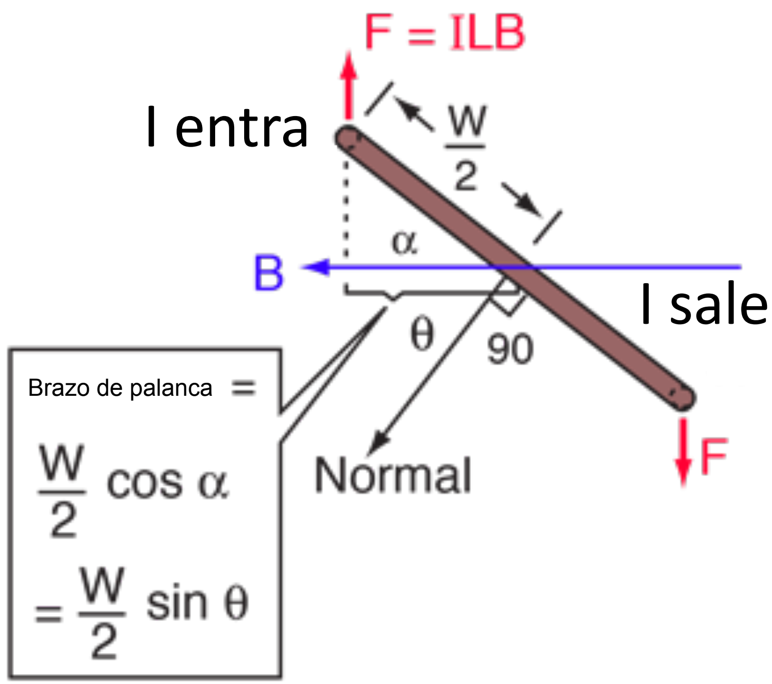
Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos

- Mientras que los lados de largo L contribuyen con torques respecto al centro de masa

$$\tau = 2F\frac{W}{2}\cos\alpha = ILBW\cos\alpha$$
$$= B\ I\ Area\sin\theta$$

- El torque apunta hacia adentro de la pantalla y tiende a alejar la 'espira' de $\vec{B}$ o acercar la normal al campo.



Torque sobre una espira de corriente

- Entonces el torque $\vec{\tau}$ se define como el producto vectorial del campo magnético y un vector $\vec{\mu}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Llamaremos a $\vec{\mu}$ momento magnético y definido como

$$\vec{\mu} = IA\hat{n}$$

donde $\hat{n}$ es la normal a la espira obtenida mediante la regla de la mano derecha.