

Resumen

- El campo magnético $\vec{B}$ es el campo vectorial a partir del cual se manifiesta la fuerza de Lorentz.
- A diferencia de $\vec{E}$, no es posible aislar monopolos magnéticos. En otras palabras:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

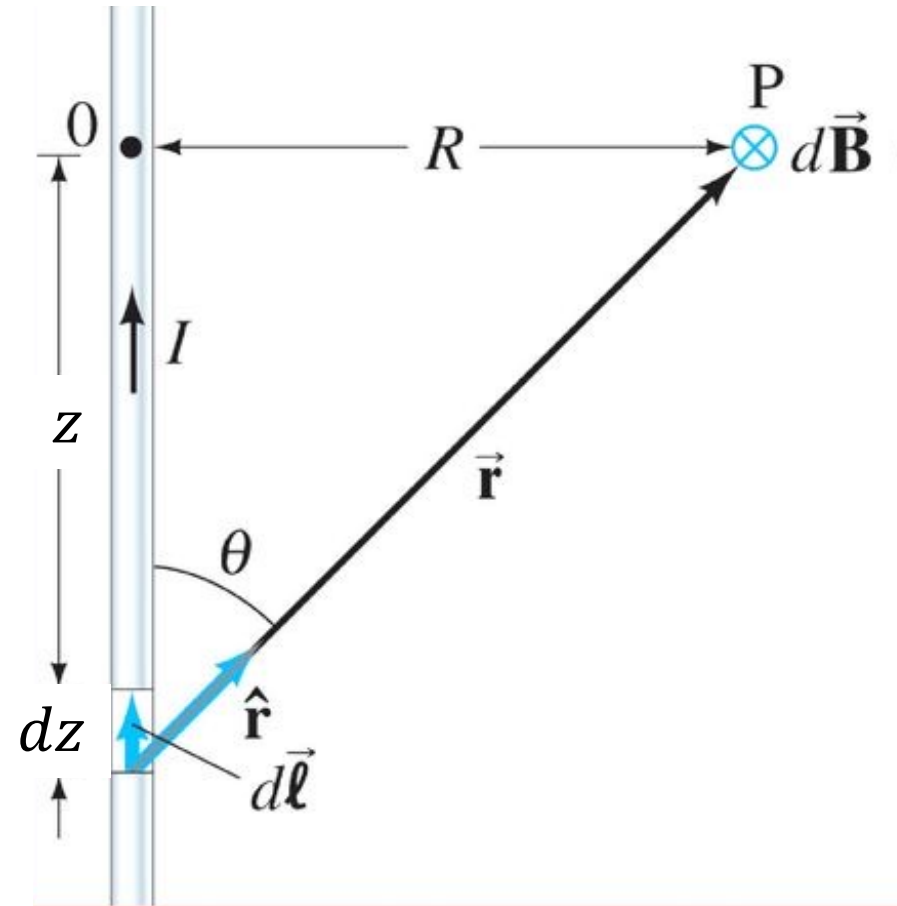
- Pese a esta restricción, Biot y Savart plantearon una herramienta para calcular el campo magnético generado por la integración de 'elementos de corriente'

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \text{ o bien } \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

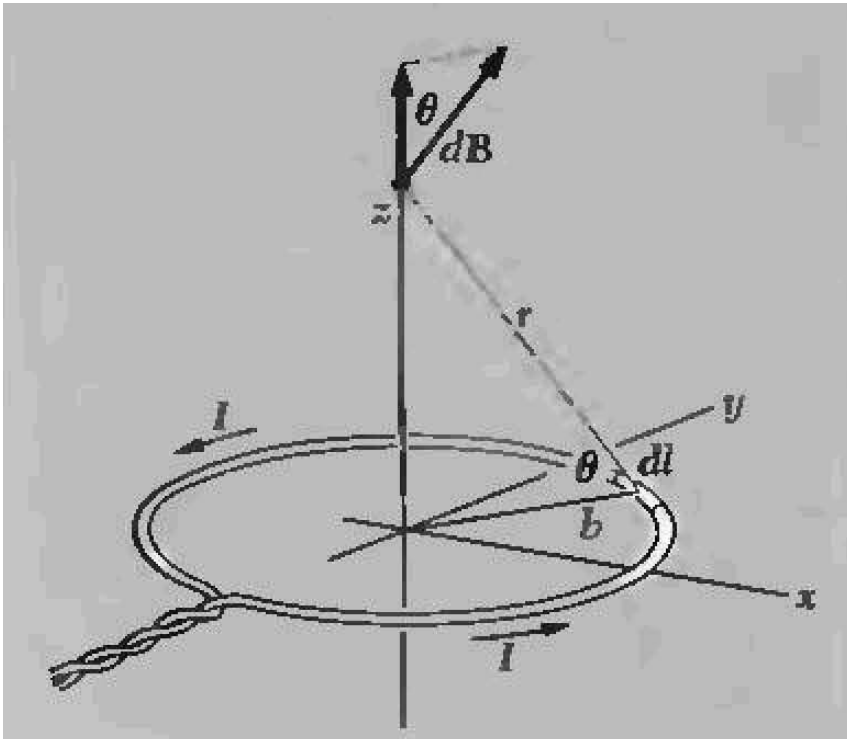
- Donde $\vec{r}$ se toma desde el elemento de corriente hasta el punto de evaluación del del campo.

Campo magnético de un hilo infinito

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{\phi}$$



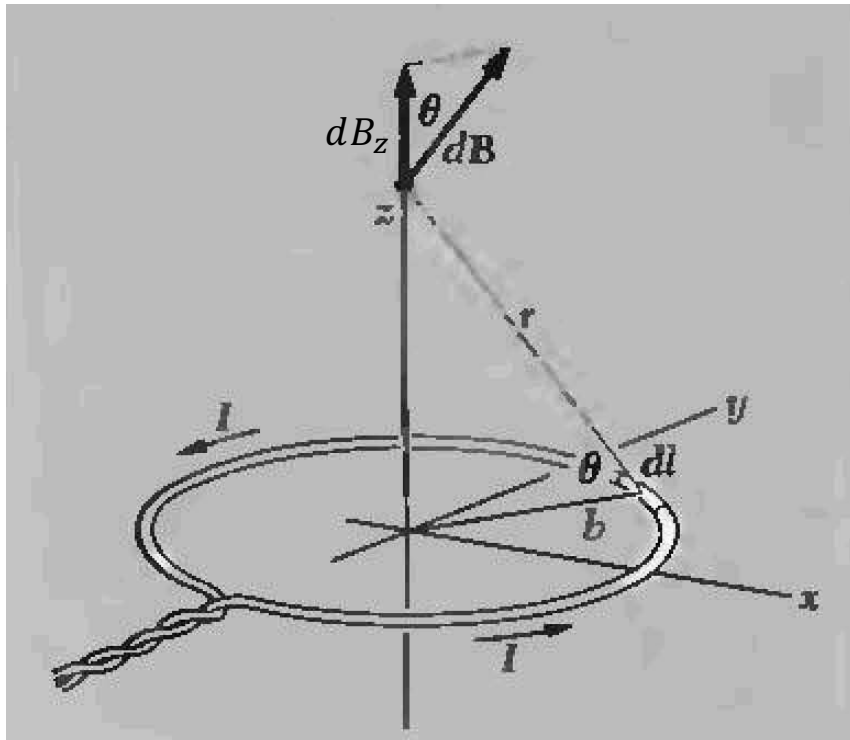
Espira circular



- Espira plana circular de radio b por la que circula una corriente I .
- Vamos a calcular el campo en el eje de simetría z .
- Podemos esperar que el campo en el eje z será a lo largo del eje z .

$$\vec{B}(0,0,z) = B(z)\hat{z}$$

Espira circular

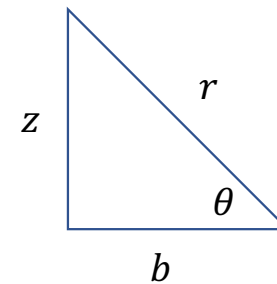


- Usando Biot-Savart calculemos el diferencial de la componente z del campo:

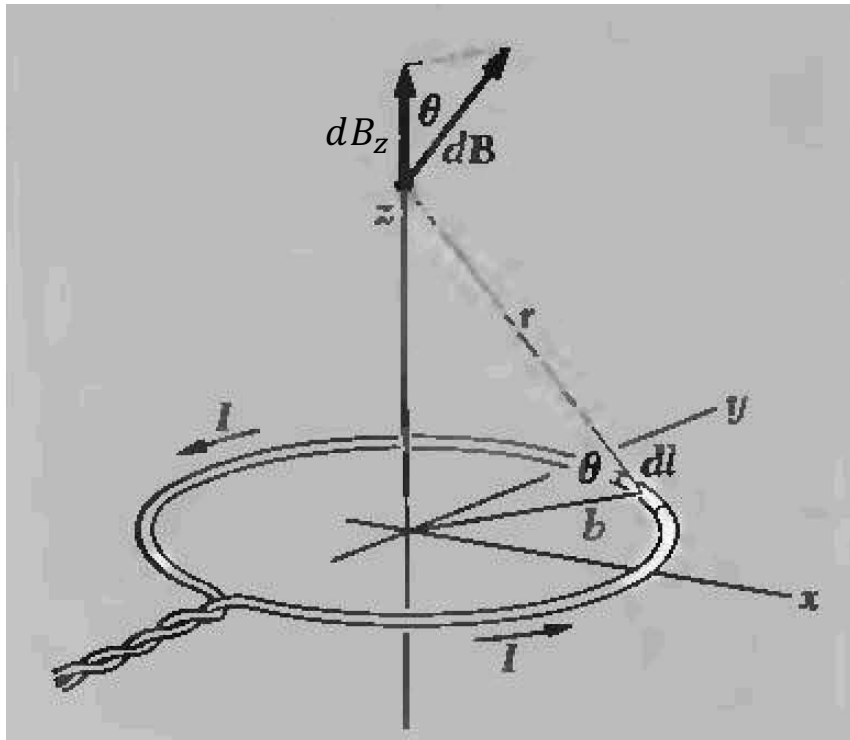
$$dB_z = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \theta$$

- Donde r es la distancia del elemento de corriente al punto de evaluación y θ es el ángulo entre r y el radio de la espira b .

Atentxs al triángulo



Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{r^3}$$

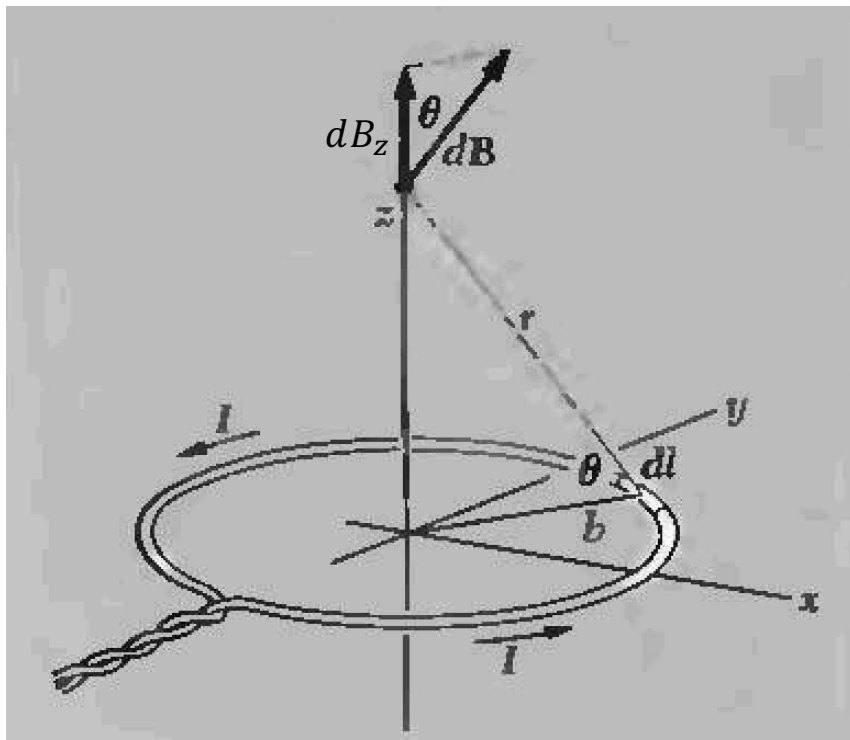
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{r^3}$$

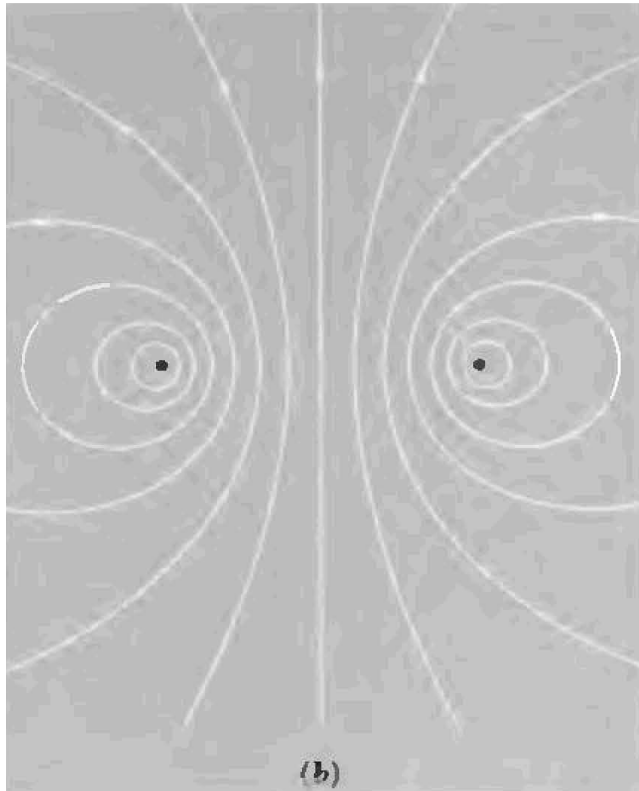
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

Espira circular



Campo magnético de una espira circular en el plano que contiene al eje de simetría

Ley de Biot Savart para densidad de corrientes

- Si la posición de cada elemento de corriente y la posición en donde se evalúa $\vec{B}$ desde un punto fijo es $\vec{r}'$ y $\vec{r}$ respectivamente, la Ley de Biot-Savart puede reescribirse como:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

Ley de Biot Savart para densidad de corrientes

- Si consideramos un diferencial de volumen cilíndrico dv' de área transversal da' y largo dl' en el que se tiene una densidad de corriente $\vec{j}$ paralela a $\vec{dl}$ y a $\vec{da}$ entonces $I = \int j da'$
- Con lo cual, si la corriente está distribuida en un volumen, podemos escribir Biot Savart en función de la densidad de $\vec{j}$ como:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\text{Volumen donde hay corrientes}} \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'$$

Esto vale en el caso de corrientes acotadas

Ley de Biot Savart y potencial vector

- Recordemos la ley de Gauss para el campo magnético:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- Un campo vectorial de divergencia nula puede escribirse como el rotor de otro campo.

- En el caso de $\vec{B}$, **definimos el potencial vector** $\vec{A}$ tal que:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \text{con} \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

- $\vec{A}$ está definido a menos de un gradiente de una función (pues el rotor de un gradiente es cero)

El potencial vector a partir de Biot-Savart

- El campo potencial vector $\vec{A}$ puede obtenerse de la Ley de Biot Savart.
 - Por ejemplo, para una espira con corriente estacionaria I resulta:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{espira}} \frac{I \vec{dl}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- Y para el caso de una densidad de corriente $\vec{J}$ en un volumen:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\text{Volumen donde hay corrientes}} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

Expansión multipolar de $\vec{A}$ y $\vec{B}$

- Como vimos en electrostática, si, hacemos

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

- A grandes distancias podemos aproximar $1/R$ por

$$= \frac{1}{r} \left[1 + \frac{r'}{r} \cos \theta + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 (3 \cos^2 \theta - 1) + \left(\begin{array}{c} \text{términos de} \\ \text{grado superior} \end{array} \right) \right]$$

- Obteniendo así los momentos multipolares

Momento dipolar Magnético

- El momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ es el primero no nulo (por la no existencia de monopolos) y queda definido como:

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \iiint \vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}') dv'$$

- En el caso de una corriente unidimensional tenemos

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times I d\vec{l}$$

Momento dipolar Magnético

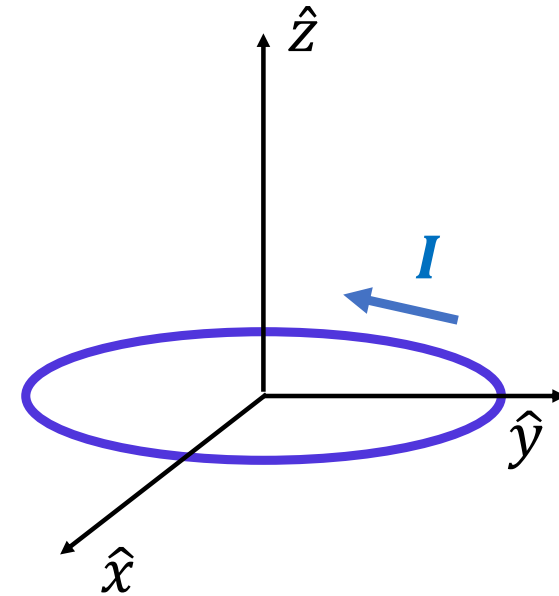
- Para una espira circular de radio a con corriente uniforme I tenemos, si ponemos un sistema de coordenadas cilíndricas (r', φ', z') centrada en el centro de la espira.

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= a\hat{r} \\ \vec{dl}' &= a d\varphi' \hat{\varphi}\end{aligned}$$

- Entonces

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int a\hat{r} \times Ia d\varphi' \hat{\varphi}$$

- Como $\hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{z}$



Momento dipolar Magnético

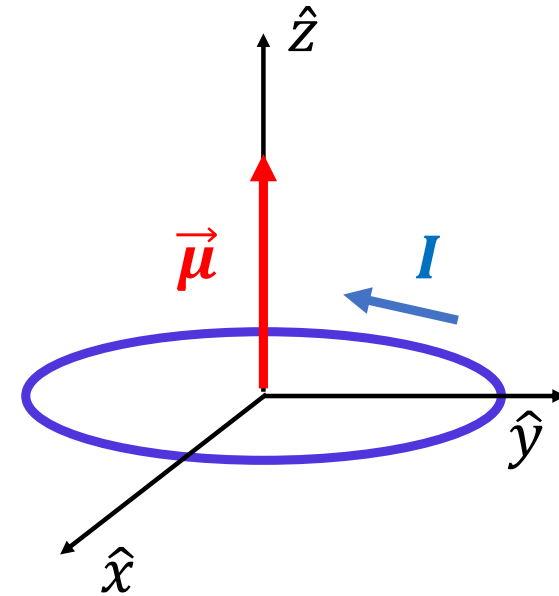
- Como $\hat{r} \times \hat{\phi} = \hat{z}$, tenemos

$$\vec{\mu} = \frac{Ia^2}{2} \hat{z} \int d\phi'$$

- Entonces, como $\int d\phi' = 2\pi$

$$\vec{\mu} = I\pi a^2 \hat{z}$$

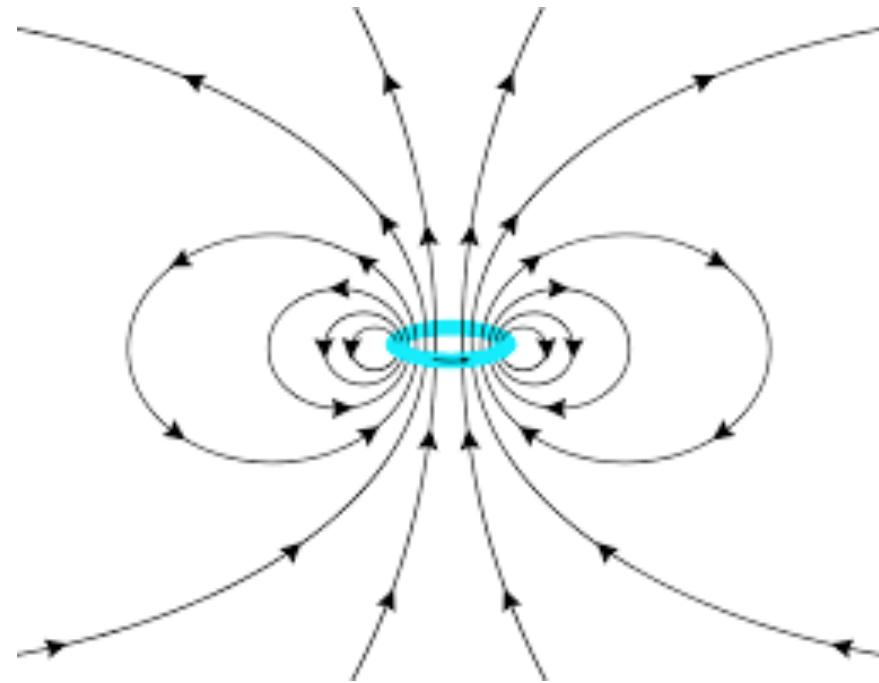
- El momento dipolar magnético de una espira es la corriente por el área de la espira con la dirección proveniente de la regla de la mano derecha



Momento dipolar Magnético

- El campo resultante en esféricas será

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{\mu}) - \vec{\mu}}{r^3}$$

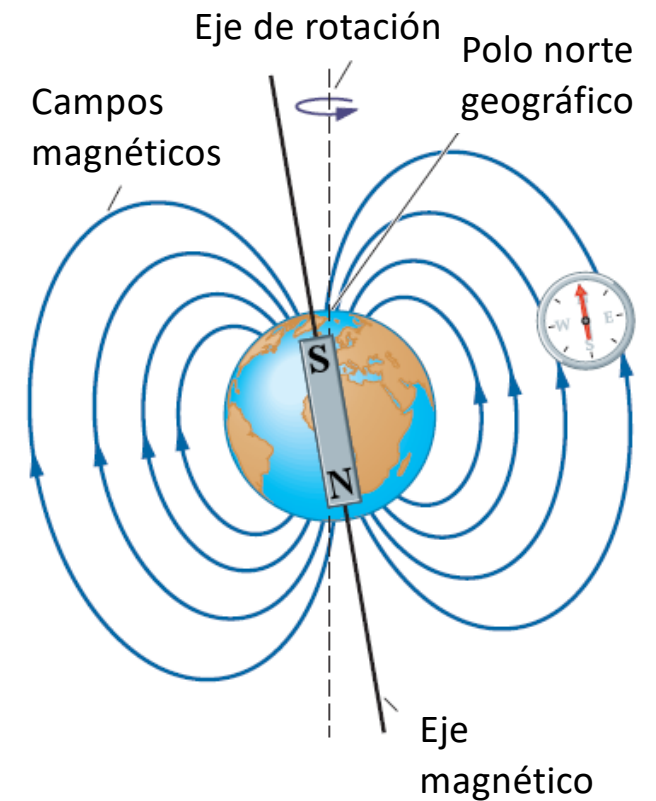


El campo magnético terrestre

<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml#igrfwmm>

Model Used:	WMM-2020						
Latitude:	34° 36' 32" S						
Longitude:	58° 22' 23" W						
Elevation:	0.0 km Mean Sea Level						
Date	Declination (+ E - W)	Inclination (+ D - U)	Horizontal Intensity	North Comp (+ N - S)	East Comp (+ E - W)	Vertical Comp (+ D - U)	Total Field
2024-10-07	-10° 4' 15"	-41° 10' 56"	17,021.9 nT	16,759.7 nT	-2,976.5 nT	-14,892.2 nT	22,616.9 nT
Change/year	-0° 9' 55"/yr	-0° 13' 41"/yr	-81.9 nT/yr	-89.2 nT/yr	-34.0 nT/yr	-48.1 nT/yr	-30.0 nT/yr
Uncertainty	0° 25'	0° 13'	128 nT	131 nT	94 nT	157 nT	145 nT

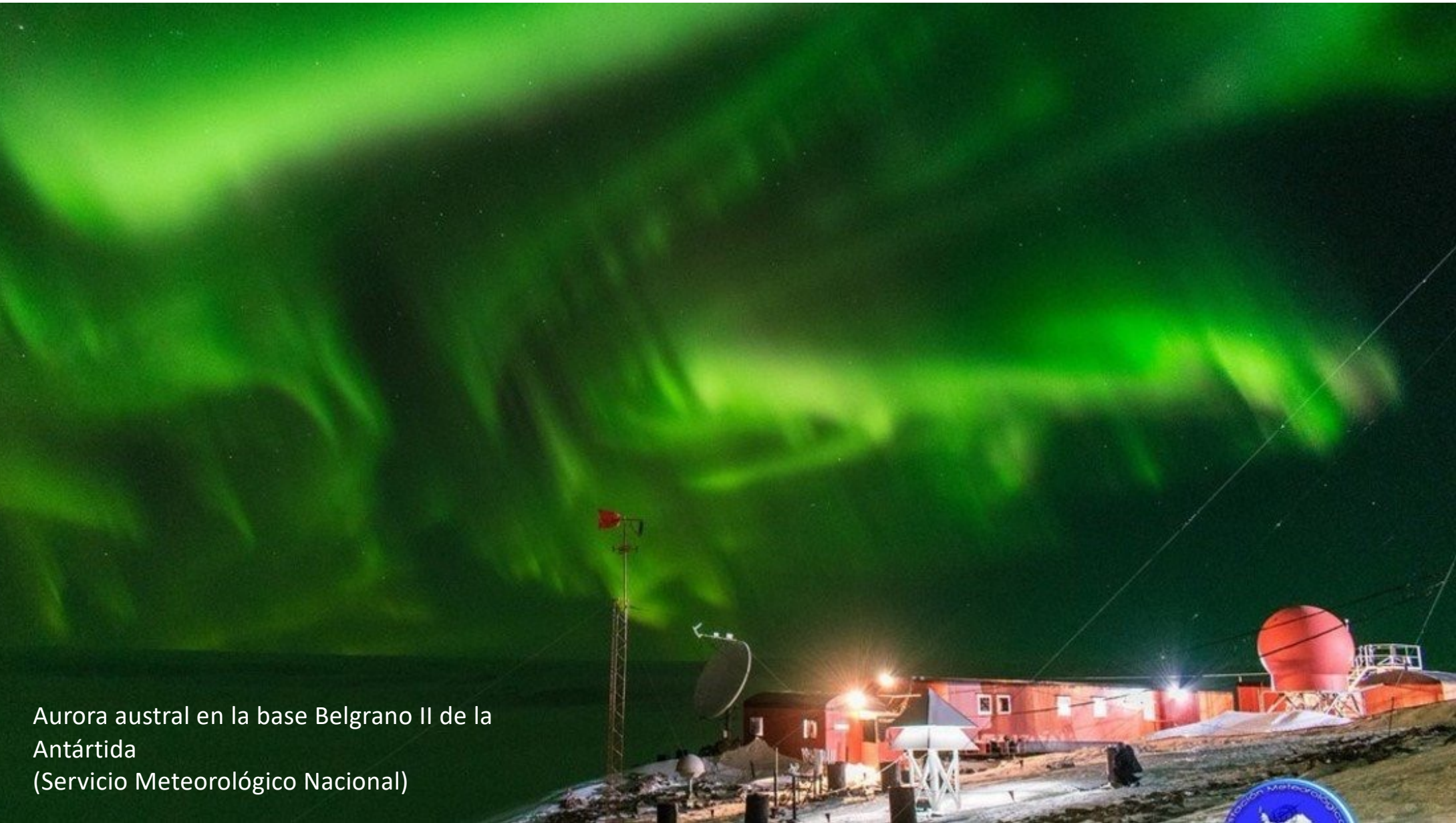
$$1\mu\text{T} = 10^{-2} \text{ Gauss}$$



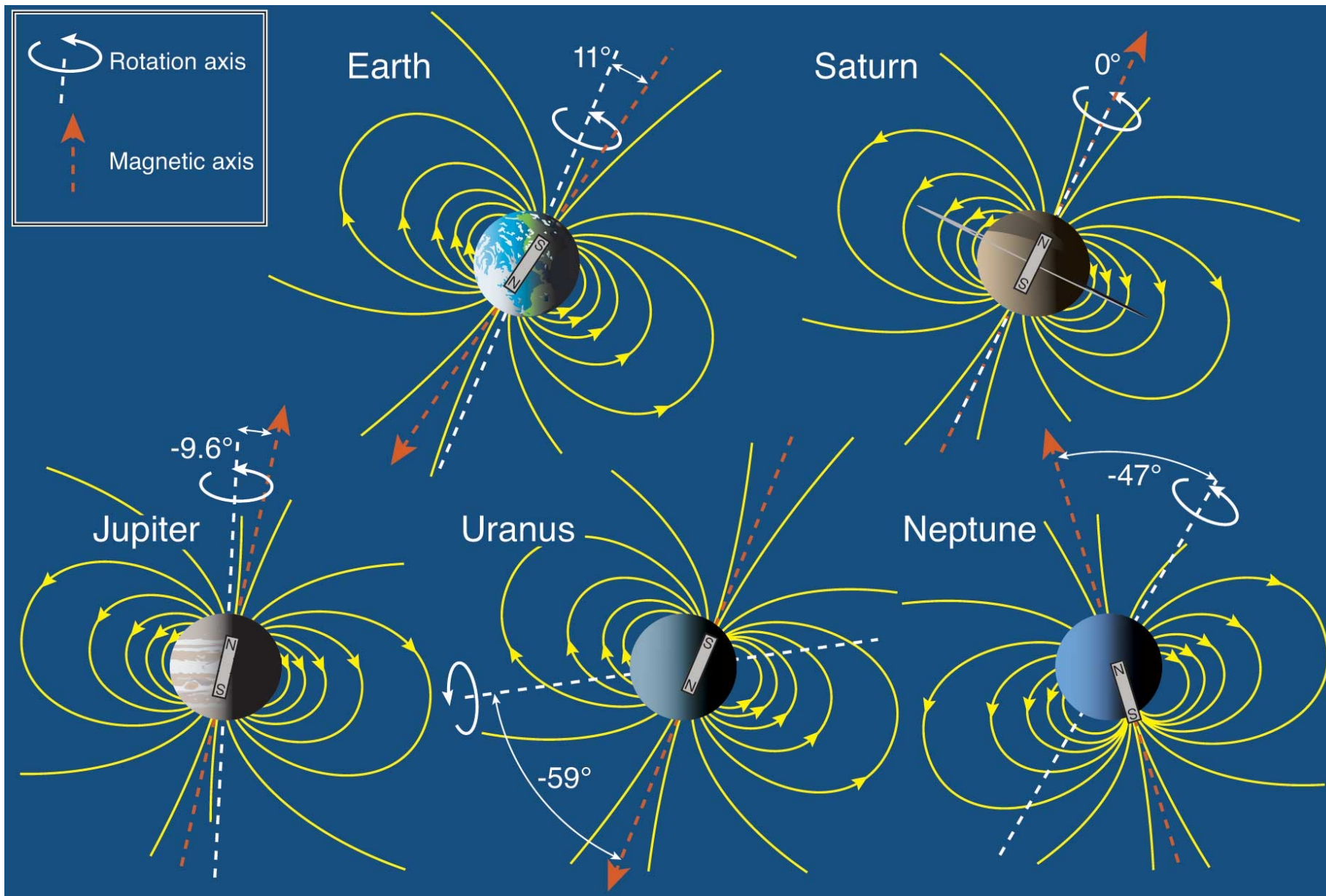
La magnetósfera terrestre

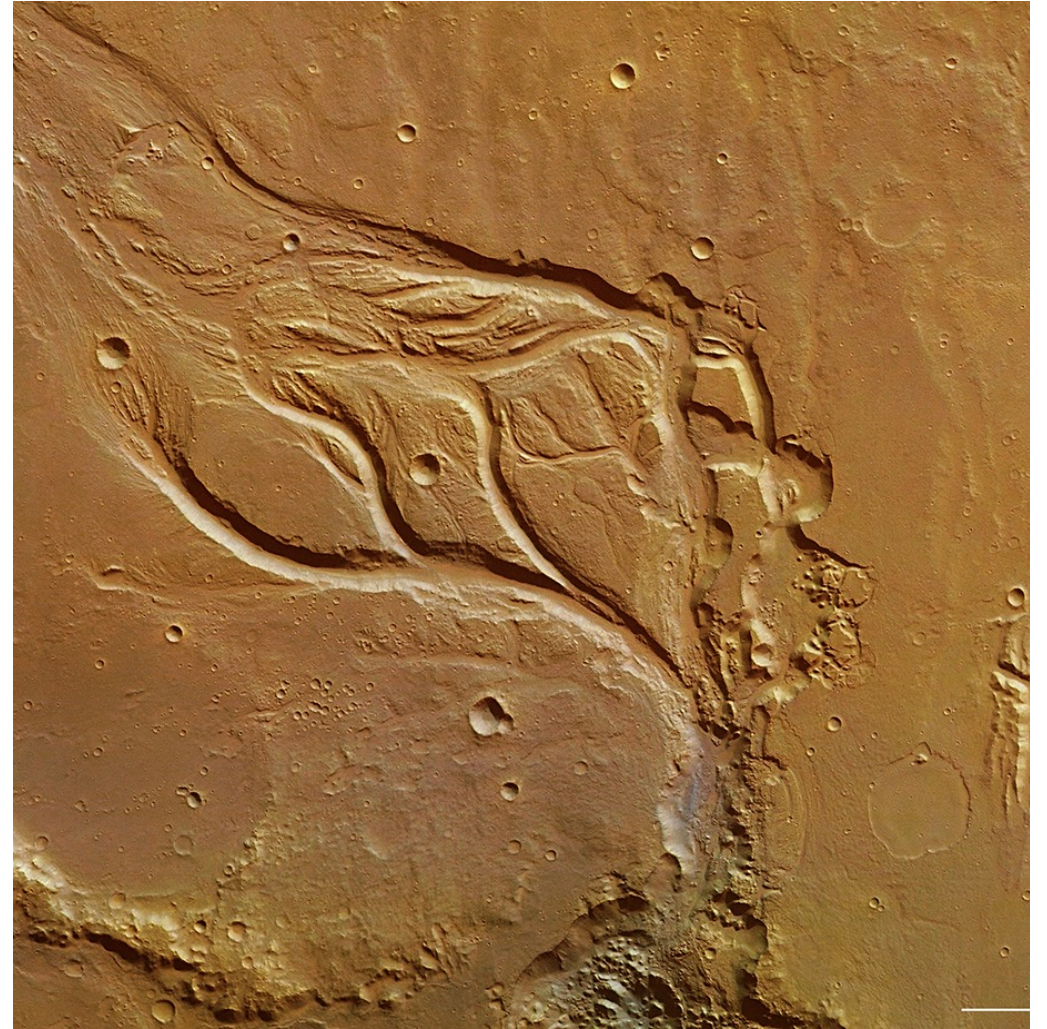
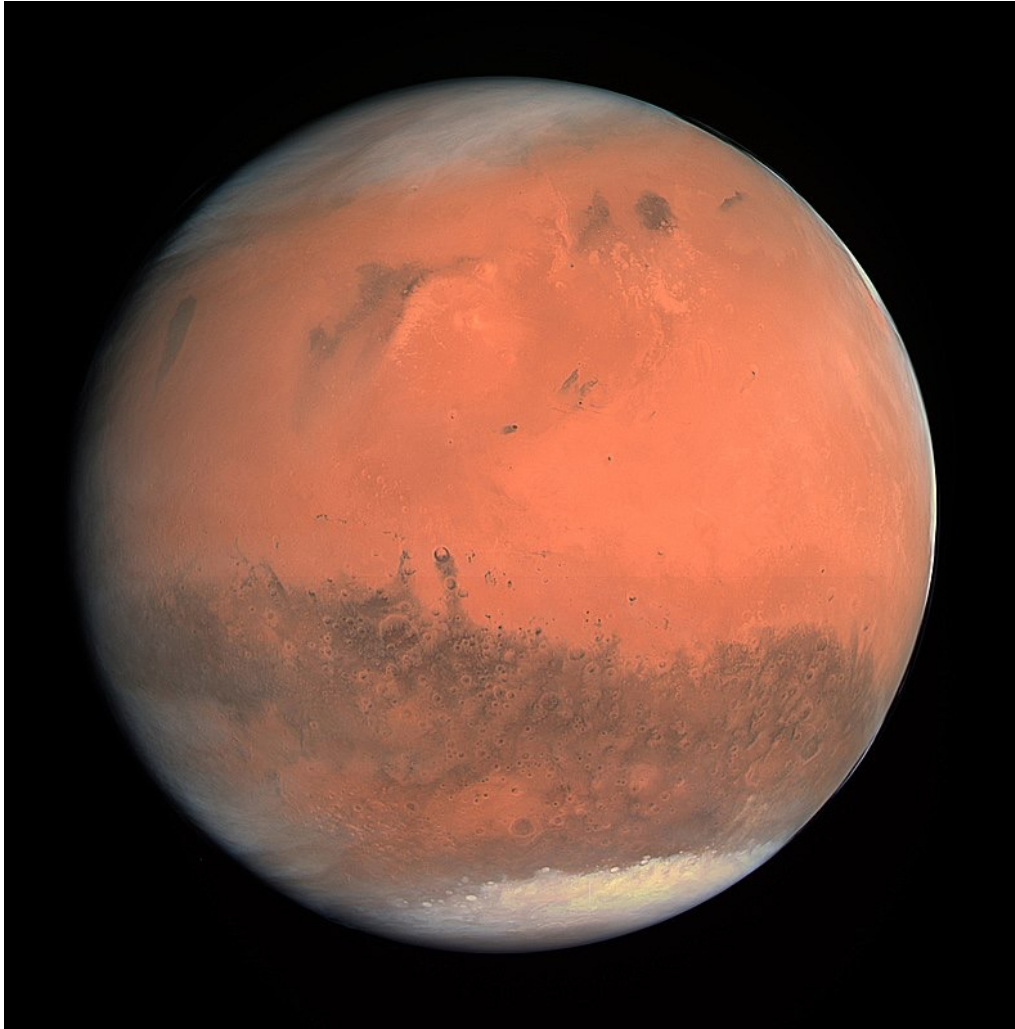


Tormentas geomagnéticas y auroras



Aurora austral en la base Belgrano II de la
Antártida
(Servicio Meteorológico Nacional)





Erosión de la atmósfera de Marte