

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Para algunos materiales el campo generado por el material $\vec{B}_{mat}$ es proporcional al campo externo $\vec{B}_{ext}$

$$\vec{B}_{mat} = \chi_m \vec{B}_{ext}$$

χ_m es la susceptibilidad magnética del material

- Entonces el campo total en el material es la suma del campo generado por el material y el campo externo.

$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_{mat} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = (1 + \chi_m) \vec{B}_{ext}$$

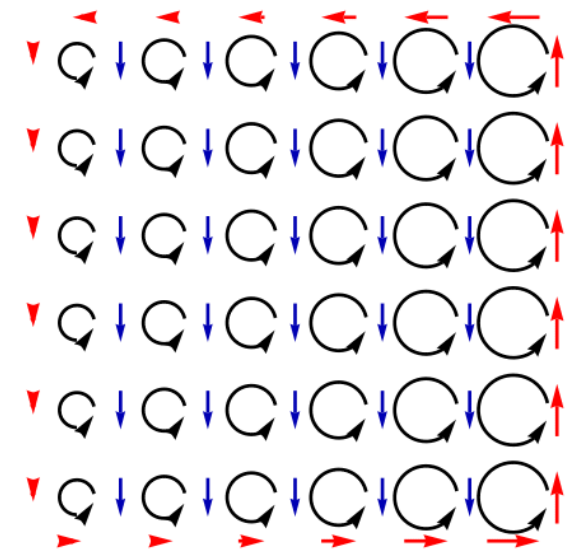
Tipo de material	Material	Susceptibilidad Magnética (χ) [aprox.]	Comportamiento y Aplicaciones Clave
Diamagnéticos	Bismuto (Bi)	-1.6×10^{-4}	Más diamagnético. Repelido fuertemente por imanes; demostraciones de levitación.
	Oro (Au)	-3.4×10^{-5}	Repelido débilmente. Joyería, electrónica donde se evita interferencia magnética.
	Agua (H ₂ O)	-9.0×10^{-6}	Repelida. Base para la levitación diamagnética (ej.: un imán sobre agua).
	Carbono (Grafito)	-1.6×10^{-5}	Repelido y capaz de levitar. Lubricante seco, electrodos.
Paramagnéticos	Aluminio (Al)	$+2.1 \times 10^{-5}$	Atraído débilmente. Embalajes, estructuras, cables eléctricos.
	Titanio (Ti)	$+1.8 \times 10^{-4}$	Atraído débilmente. Aleaciones ligeras y resistentes (aeroespacial, médica).
	Oxígeno Líquido (O ₂)	$+3.7 \times 10^{-3}$	Fuertemente paramagnético. Combustible para cohetes, demostraciones científicas.
	Aire (a 1 atm)	$+3.0 \times 10^{-7}$	Muy débilmente paramagnético (por el O ₂). Medio gaseoso omnipresente.
Ferromagnéticos	Hierro (Fe)	~200 a 5,000	El más común. Núcleos de transformadores, motores, imanes permanentes, núcleos electromagnéticos.
	Níquel (Ni)	~100 a 600	Aleaciones magnéticas, baterías recargables, blindaje magnético.
	Cobalto (Co)	~70 a 250	Imanes de alta resistencia (con Samario y Neodimio), aleaciones para herramientas de corte.
	Acero al Silicio	~500 a 4,000	Núcleos de transformadores y motores (reduce pérdidas por corrientes parásitas).
	Permalloy (80%Ni, 20%Fe)	Hasta ~100,000	Alta permeabilidad magnética. Núcleos de transformadores de audio, cabezales de grabación magnética.

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- El segundo término del segundo miembro es el campo debido al material. Se define un vector polarización magnética $\vec{M}$ tal que

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}_{ext} = \frac{\chi_m}{\mu_0(1 + \chi_m)} \vec{B}$$

- El vector $\vec{M}$ es la densidad volumétrica de momento magnético. Es el producto del número de dipolos orientados por unidad de volumen por el momento magnético $\vec{\mu}$ de cada átomo o molécula (debidos a movimiento orbital y spin).

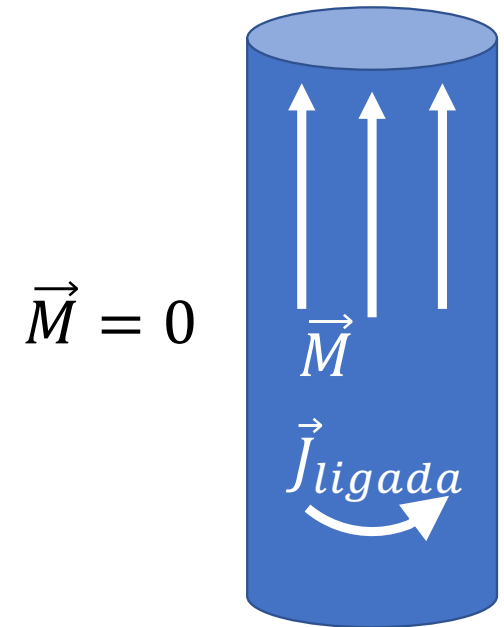


Ley de Ampère para materiales magnéticos

- A partir de un análisis similar al que realizamos con dieléctricos es posible llegar a la relación entre $\vec{M}$ y la densidad de corriente asociada a los momentos magnéticos del material polarizado, es decir, $\vec{J}_{ligada}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{J}_{ligada}$$

- En el caso de un material con $\vec{M}$ uniforme, $\vec{J}_{ligada}$ corre sobre la superficie del material.



Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Usando la definición de $\vec{M}$ tenemos que el campo total

$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \chi_m \vec{B}_{ext} = \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}$$

- Es decir, el campo total en el material es la suma del campo externo más una contribución de los dipolos magnéticos inducidos por el mismo campo externo.
- Ahora definimos el campo $\vec{H}$ tal que considera el campo total menos la contribución del material:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\chi_m \vec{B}}{\mu_0(1 + \chi_m)} = \frac{\vec{B}}{(1 + \chi_m)\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_m}$$

- Se define así la **permeabilidad magnética del material** μ_m .

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}) = \vec{\nabla} \times \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

- Como $\vec{\nabla} \times \vec{B}_{ext} = \mu_0 \vec{J}_{libre}$, entonces:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_{libre} + \vec{J}_{ligada})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J}_{ligada} = \mu_0 \vec{J}_{libre}$$

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \vec{J}_{ligada} = \vec{J}_{libre}$$

Ley de Ampère para materiales magnéticos

- Entonces:

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right] = \vec{J}_{libre}$$

- Y recordando la definición de $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{libre}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_{libre} \cdot d\vec{a}$$

Ley de Ampère
para medios
magnéticos.

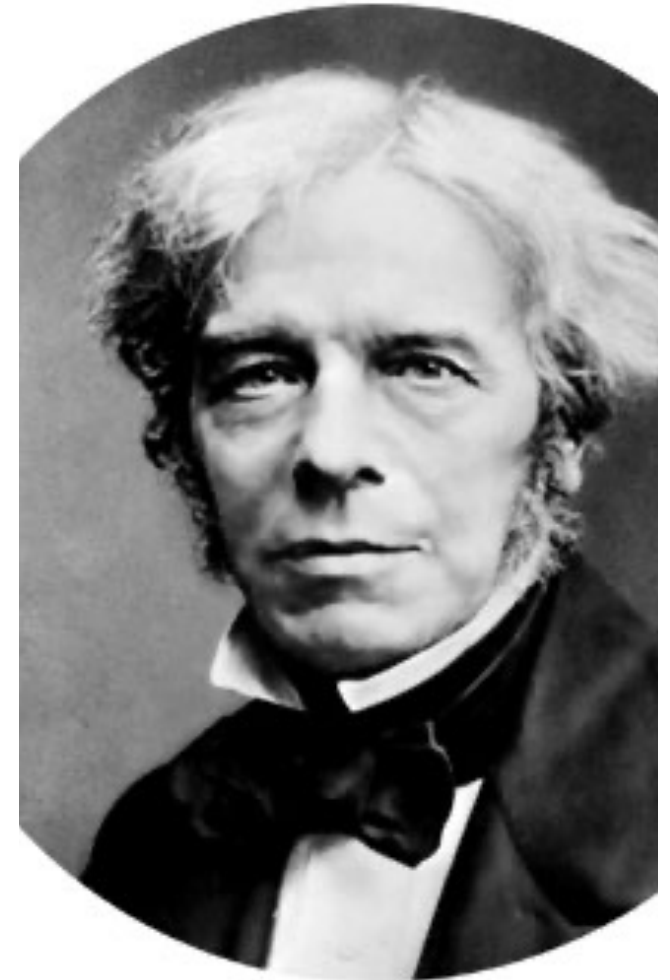
Inducción electromagnética

Conexión entre electricidad y magnetismo

- ✓ Oersted (1819) demuestra que una corriente estacionaria puede generar un campo magnético.
- ✗ Faraday sugiere que un campo magnético estacionario podría generar una corriente, pero sus experimentos no tuvieron éxito.



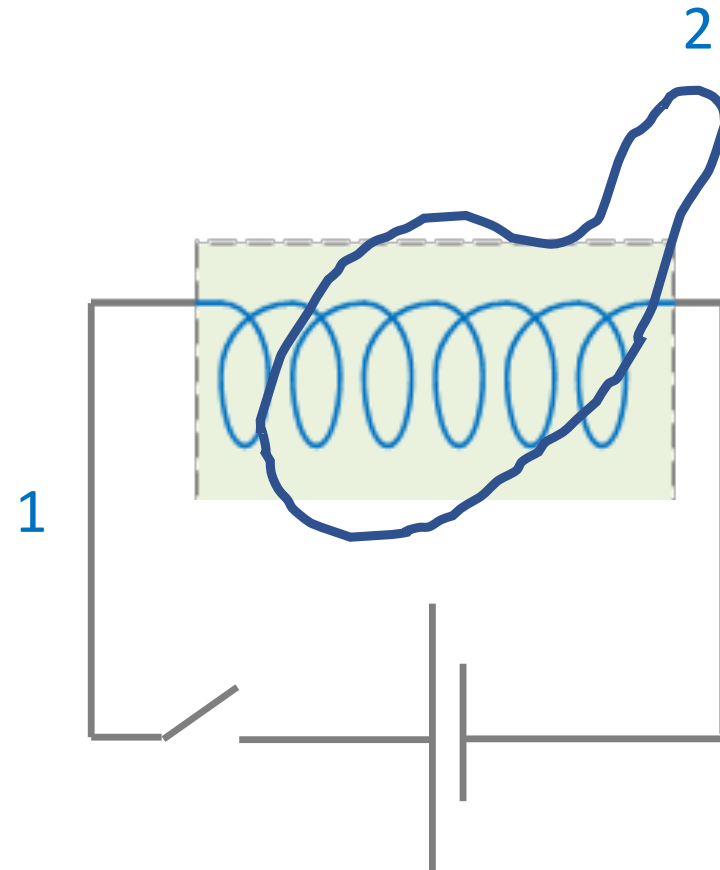
Hans Christian Oersted



Michael Faraday

Experimento de Faraday

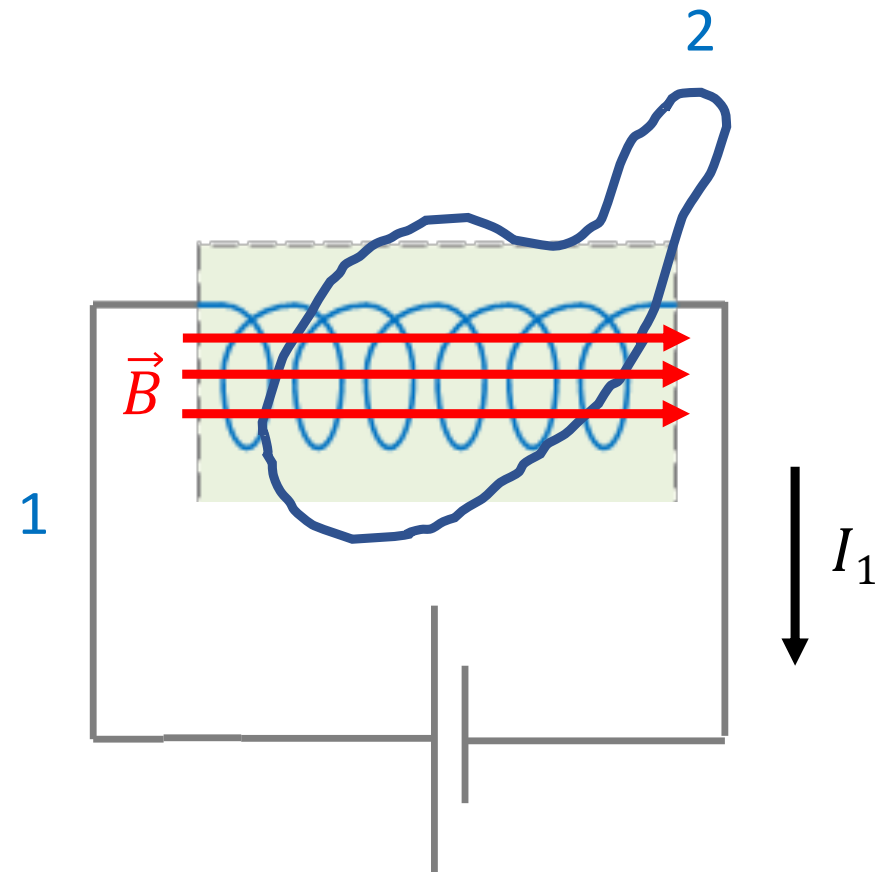
- Conectó una fuente a un solenoide.
- Consideró 2 espiras
 1. El circuito
 2. Una espira que envuelva al solenoide



No hay corriente en ninguno

Experimento de Faraday

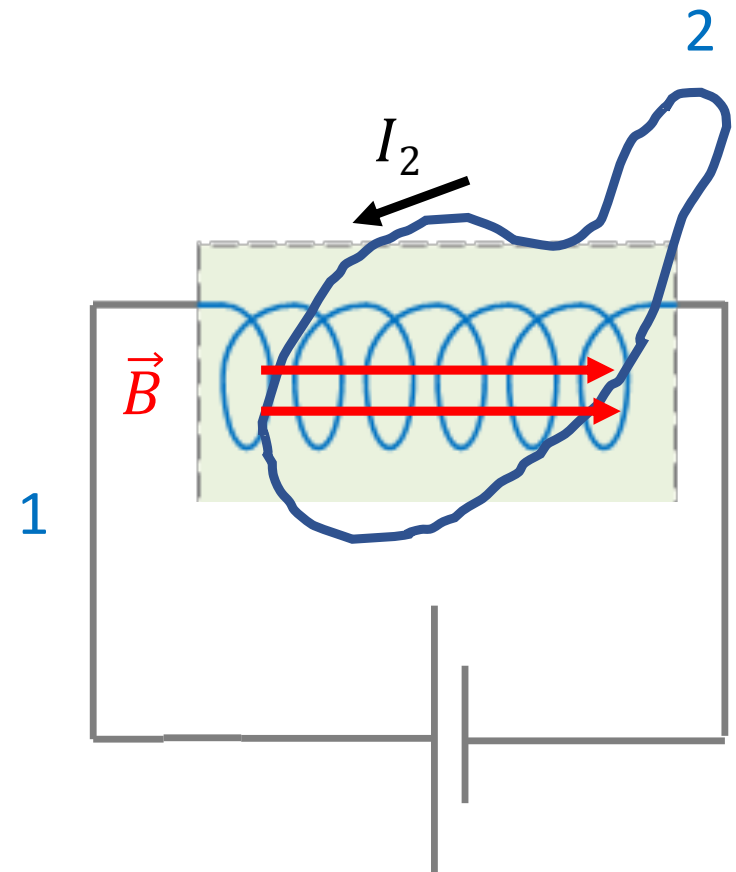
- Conectó una fuente a un solenoide.
- Consideró 2 espiras
 1. El circuito
 2. Una espira que envuelva al solenoide



Hay corriente en 1

Experimento de Faraday

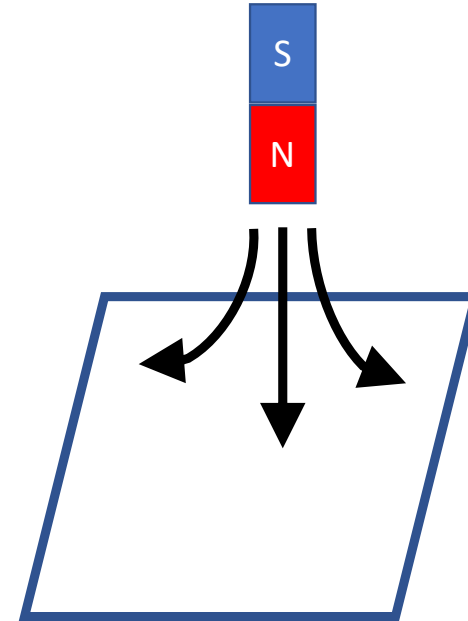
- Pero justo al cerrar el switch o al abrirlo una corriente transitoria circulaba en 2.
- En otras palabras cuando el campo magnético cambiaba (crecía o decrecía), había corriente en 2
- Faraday concluyó que la **variación de $\vec{B}$** crea un campo eléctrico. ✓



Recién cerrado el switch

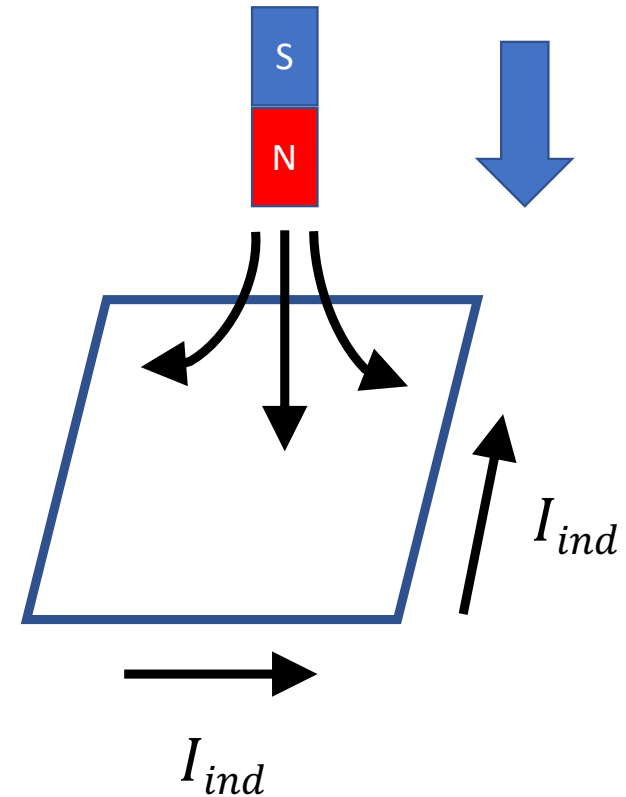
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.



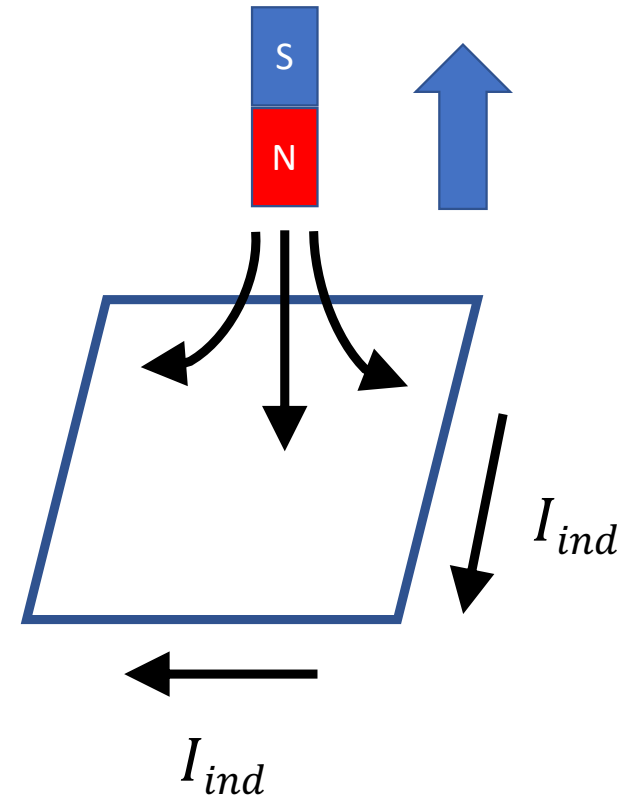
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).



Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).
- Al decrecer el flujo, la corriente I_{ind} fluye al revés.



FEM Inducida

- La I_{ind} se relaciona con una FEM_{ind} a través de la resistencia de la espira en donde se induce la corriente.

$$FEM_{ind} = I_{ind}R$$

- Faraday halló que la FEM_{ind} era proporcional al cambio de $\vec{B}$ y al área de la espira en la que se induce la corriente.

$$FEM_{ind} \propto \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

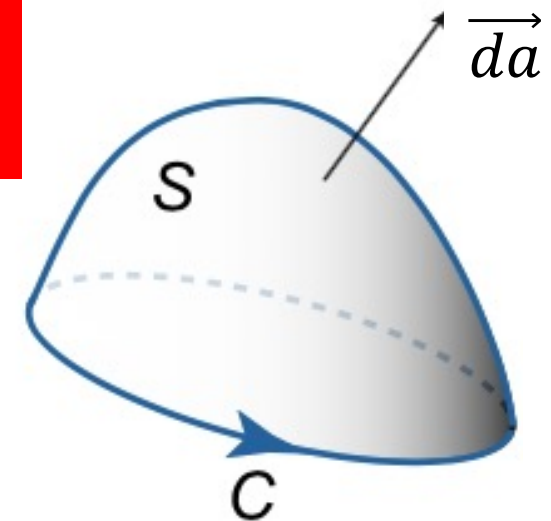
$$FEM_{ind} \propto Area$$

Ley de Faraday

- Concluyó que la FEM_{ind} depende de la variación del flujo magnético

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{da}$$

Ley de Faraday



- El menos viene de la Ley de Lenz.
- S es cualquier superficie limitada por la espira.

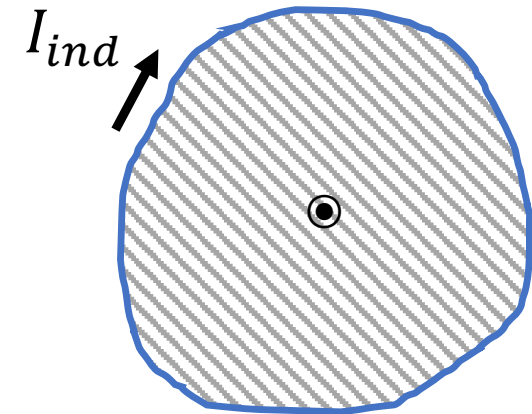
Ley de Faraday

- Retomemos la Ley de Faraday

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

- La integral es sobre una superficie S abierta limitada por el circuito C .
- La corriente inducida I_{ind} se opone la dirección asociada al crecimiento del flujo magnético Φ_B

Circuito C

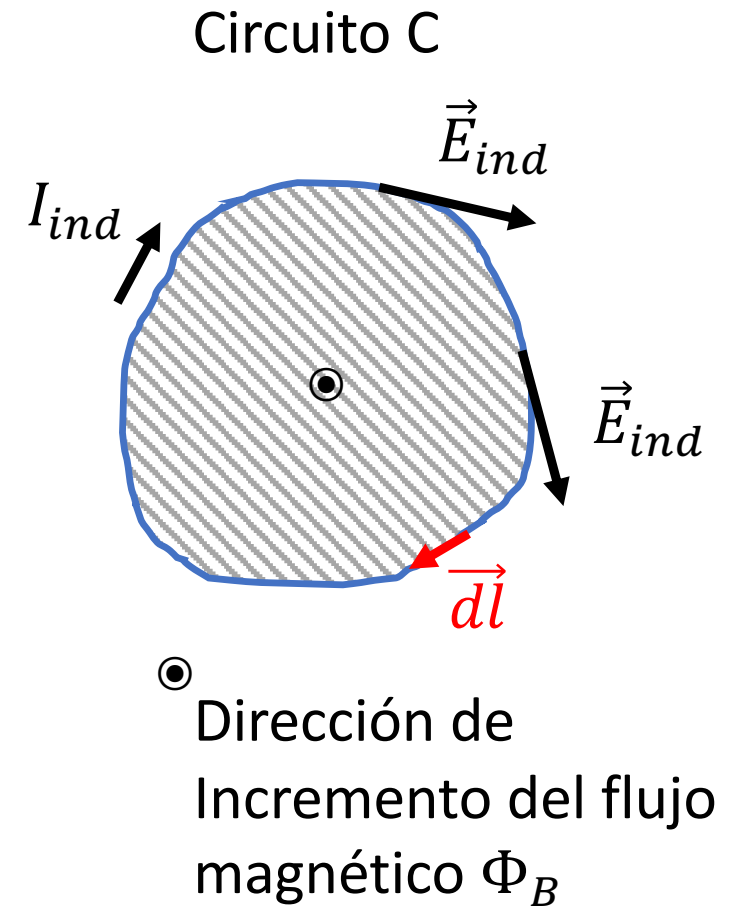


⊙ Dirección de
Incremento del flujo
magnético Φ_B

Ley de Faraday

- La corriente I_{ind} es impulsada por un campo eléctrico $\vec{E}_{ind}$ inducido.
- Entonces, la integral de camino cerrado de $\vec{E}_{ind}$ sobre C debe ser igual a la FEM_{ind}
- Entonces

$$FEM_{ind} = \oint_C \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{a}$$



Ley de Faraday

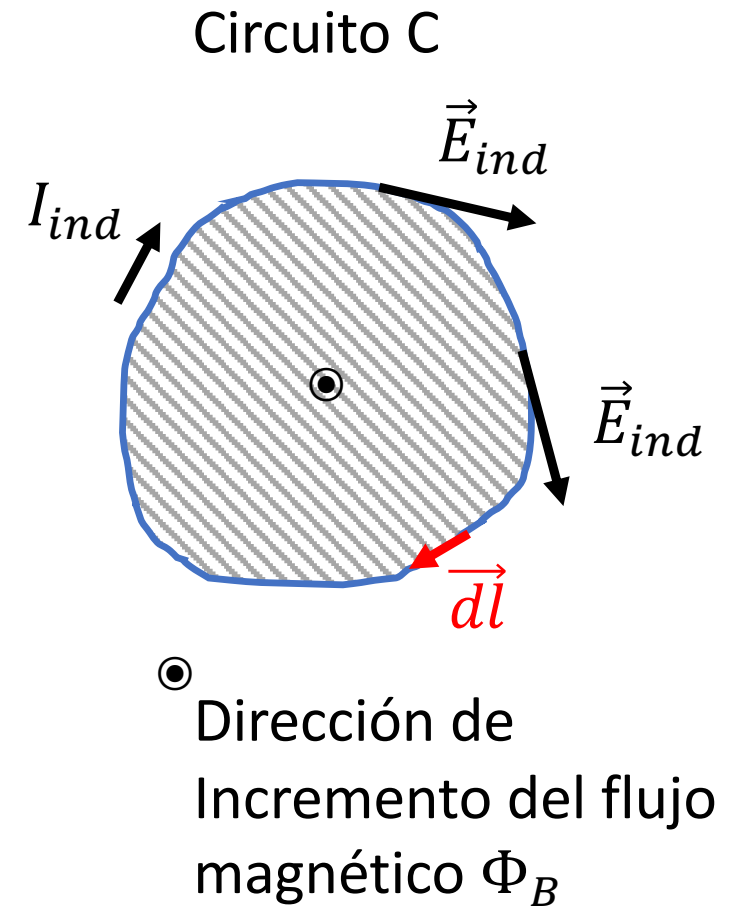
- Recordemos el teorema de Stokes aplicado a $\vec{E}_{ind}$ que reemplazamos por $\vec{E}$:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a}$$

- Entonces:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ley de Faraday en forma diferencial



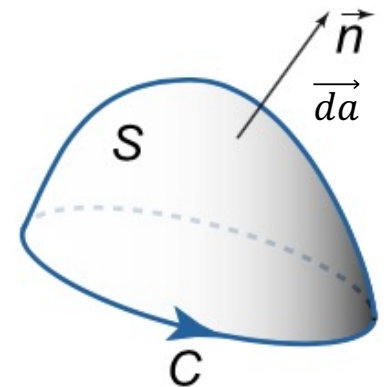
Otra manera de ver la Ley de Kirchhoff

- La **ley de Kirchhoff de los voltajes para corrientes estacionarias** equivale a decir que la integral de camino cerrado C en un lazo del campo eléctrico es cero:

$$\sum_{\text{lazo cerrado}} V_i = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

- Según el teorema de Stokes la expresión anterior es igual al flujo del rotor de $\vec{E}$ a través de cualquier superficie abierta S cuyo borde sea la curva cerrada C :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a} = 0$$



Leyes de Kirchhoff y Faraday

- Entonces, esto dice que el rotor del campo **eléctrico electrostático** es cero:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

- La Ley de Faraday es más general, y nos dice que $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ **ya no es cero cuando hay una variación temporal del flujo magnético**, es decir, cuando hay corrientes variables.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campos no conservativos

- En otras palabras, la Ley de Faraday nos dice que el campo eléctrico inducido no es más conservativo, por que ya no es más verdad que su integral de línea en un camino cerrado sea cero.
- Tampoco que la integral de línea entre dos puntos no dependa del camino.

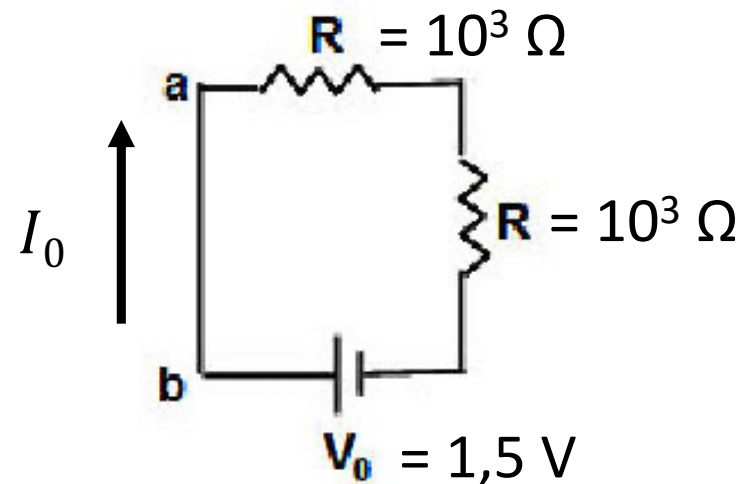
Campos no conservativos: Ejemplo

- Imaginemos un circuito cuadrado como el de la figura donde cada lado mide 0,5 m

- Encontremos la corriente I_0 .

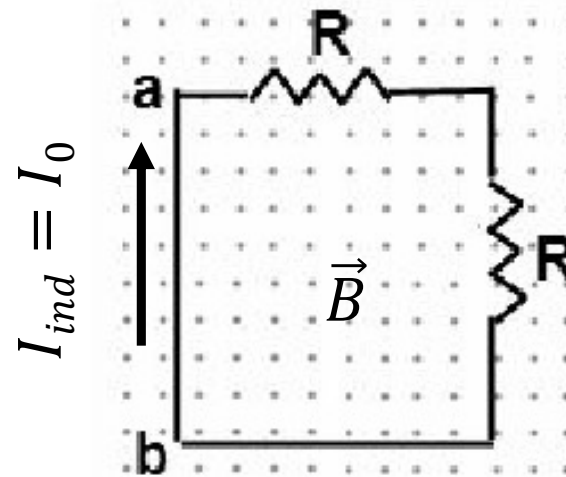
$$I_0 = \frac{1.5 \text{ V}}{2 \cdot 10^3 \Omega} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

- Cuanto vale la diferencia de potencial entre los puntos a y b?
- Depende $\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ del camino elegido a lo largo del circuito?



Campos no conservativos: Ejemplo

- Ahora consideremos el mismo circuito, pero sin la batería.
- Un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ apunta hacia afuera de la pantalla.
- A qué tasa tiene que variar $\vec{B}$ (magnitud y dirección) para producir, por inducción ahora, la misma corriente I_0 ?



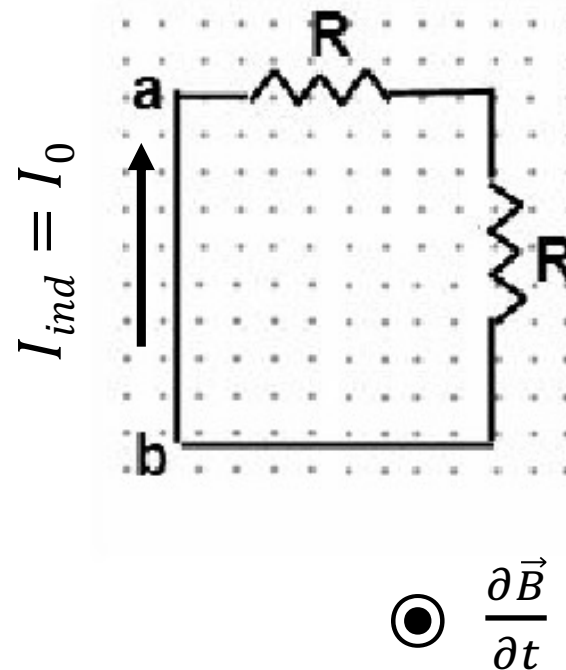
Campos no conservativos: Ejemplo

- Por la Ley de Lenz, para que la corriente inducida circule en sentido horario, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ debe apuntar hacia afuera de la pantalla.
- Es decir, el campo debe crecer.
- El valor será

$$\frac{\partial}{\partial t} [\iint \vec{B} \cdot d\vec{a}] = \frac{\partial B}{\partial t} A = \frac{\partial B}{\partial t} 0,25 \text{ m}^2$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} 0,25 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ V}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 6 \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

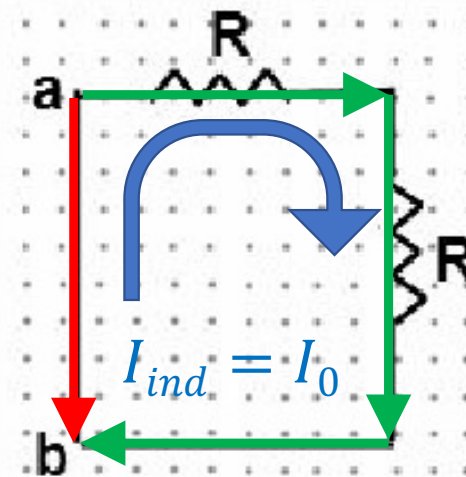


Campos no conservativos: Ejemplo

- En esta nueva situación la diferencia de potencial entre a y b depende del camino elegido?

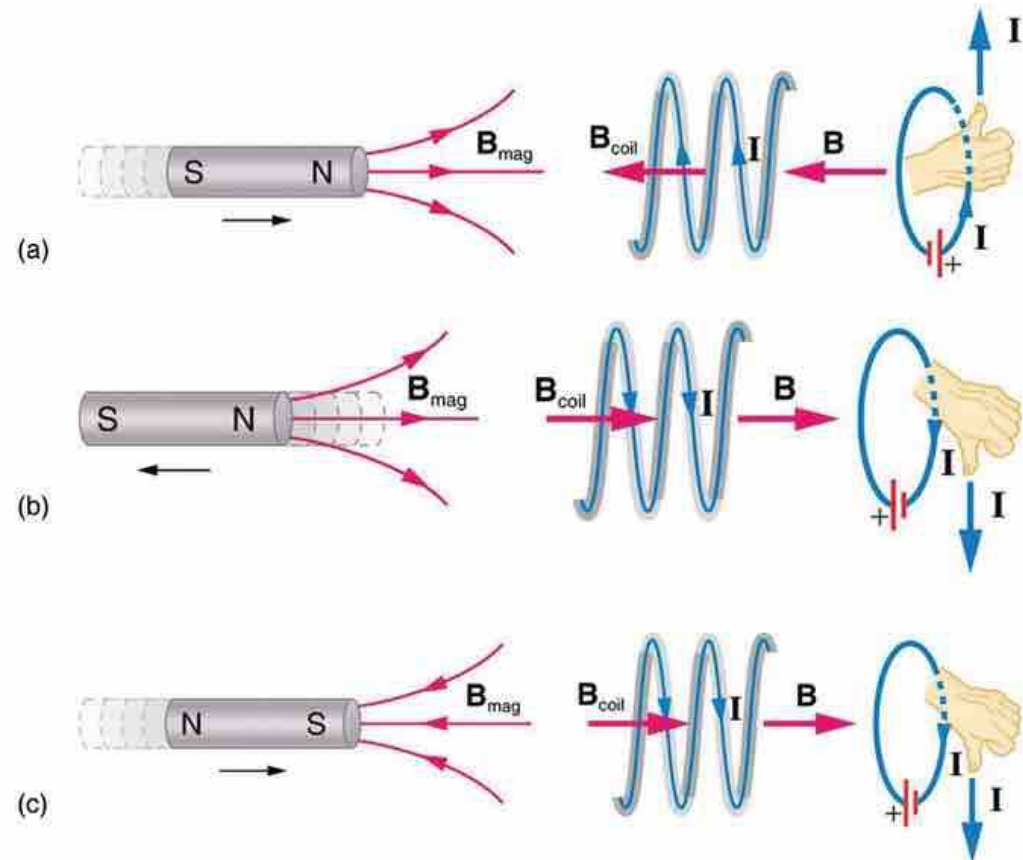
- **Camino 1:** $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = 0$
- **Camino 2:** $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = I_{ind}(2R) = 1,5 V !$

- Sí depende !!
- Conclusión: Un campo inducido no es conservativo



Flujos en solenoides

- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM



Flujos en solenoides

- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM
- La superficie sobre la que se calcula el flujo se asemeja al de la figura y es casi la misma que la de las espiras individuales sumadas si están bien apretadas.

$$FEM_{ind} = -N \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

N : número de vueltas

