

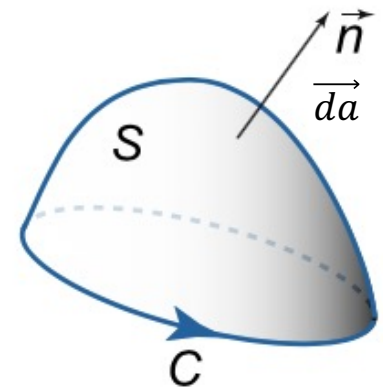
Otra manera de ver la Ley de Kirchhoff

- La **ley de Kirchhoff de los voltajes para corrientes estacionarias** equivale a decir que la integral de camino cerrado C en un lazo del campo eléctrico es cero:

$$\sum_{\text{lazo cerrado}} V_i = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

- Según el teorema de Stokes la expresión anterior es igual al flujo del rotor de $\vec{E}$ a través de cualquier superficie abierta S cuyo borde sea la curva cerrada C:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a} = 0$$



Leyes de Kirchhoff y Faraday

- Entonces, esto dice que el rotor del campo **eléctrico electrostático** es cero:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

- La Ley de Faraday es más general, y nos dice que $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ **ya no es cero cuando hay una variación temporal del flujo magnético**, es decir, cuando hay corrientes variables.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campos no conservativos

- En otras palabras, la Ley de Faraday nos dice que el campo eléctrico inducido no es más conservativo, por que ya no es más verdad que su integral de línea en un camino cerrado sea cero.
- Tampoco que la integral de línea entre dos puntos no dependa del camino.

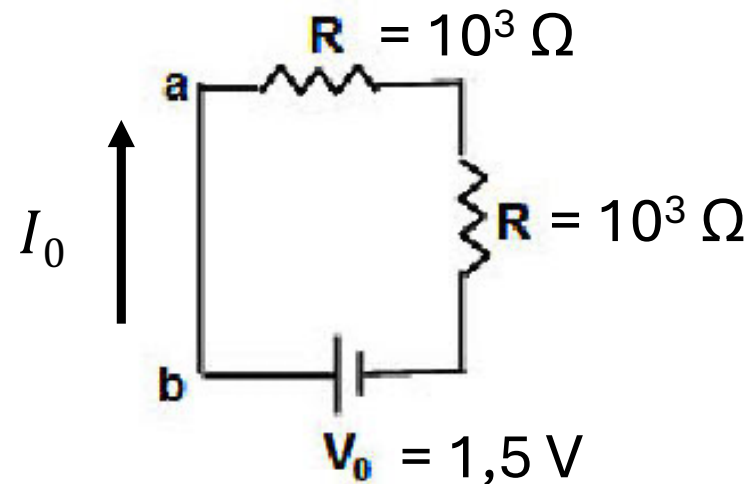
Campos no conservativos: Ejemplo

- Imaginemos un circuito cuadrado como el de la figura donde cada lado mide 0,5 m

- Encontremos la corriente I_0 .

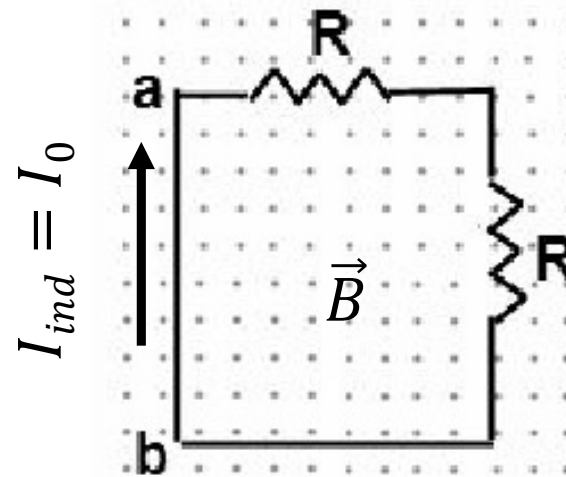
$$I_0 = \frac{1.5 \text{ V}}{2 \cdot 10^3 \Omega} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

- Cuanto vale la diferencia de potencial entre los puntos a y b?
- Depende $\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ del camino elegido a lo largo del circuito?



Campos no conservativos: Ejemplo

- Ahora consideremos el mismo circuito, pero sin la batería.
- Un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ apunta hacia afuera de la pantalla.
- A qué tasa tiene que variar $\vec{B}$ (magnitud y dirección) para producir, por inducción ahora, la misma corriente I_0 ?



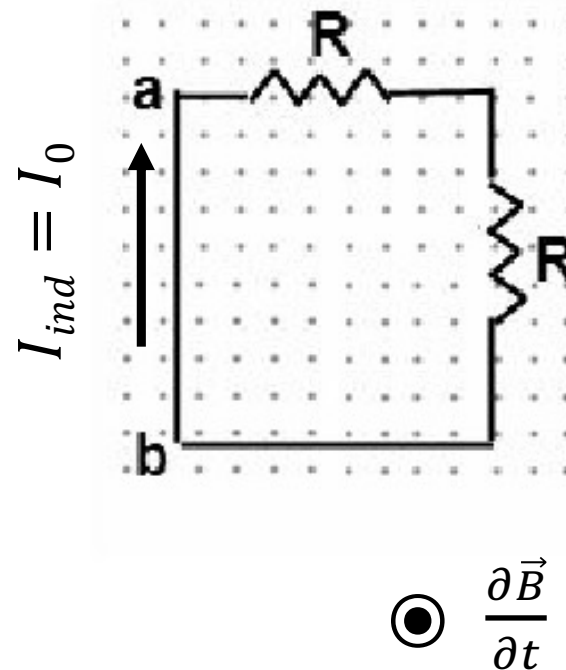
Campos no conservativos: Ejemplo

- Por la Ley de Lenz, para que la corriente inducida circule en sentido horario, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ debe apuntar hacia afuera de la pantalla.
- Es decir, el campo debe crecer.
- El valor será

$$\frac{\partial}{\partial t} [\iint \vec{B} \cdot d\vec{a}] = \frac{\partial B}{\partial t} A = \frac{\partial B}{\partial t} 0,25 \text{ m}^2$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} 0,25 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ V}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 6 \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

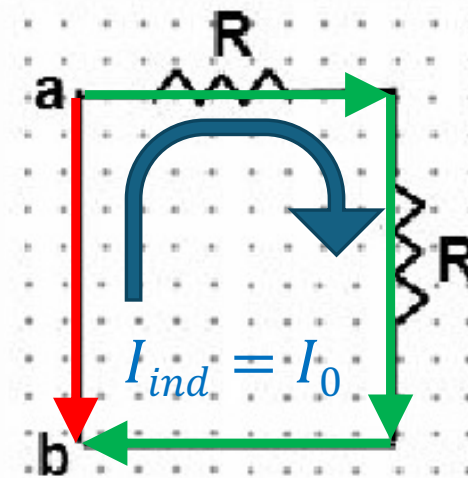


Campos no conservativos: Ejemplo

- En esta nueva situación la diferencia de potencial entre a y b depende del camino elegido?

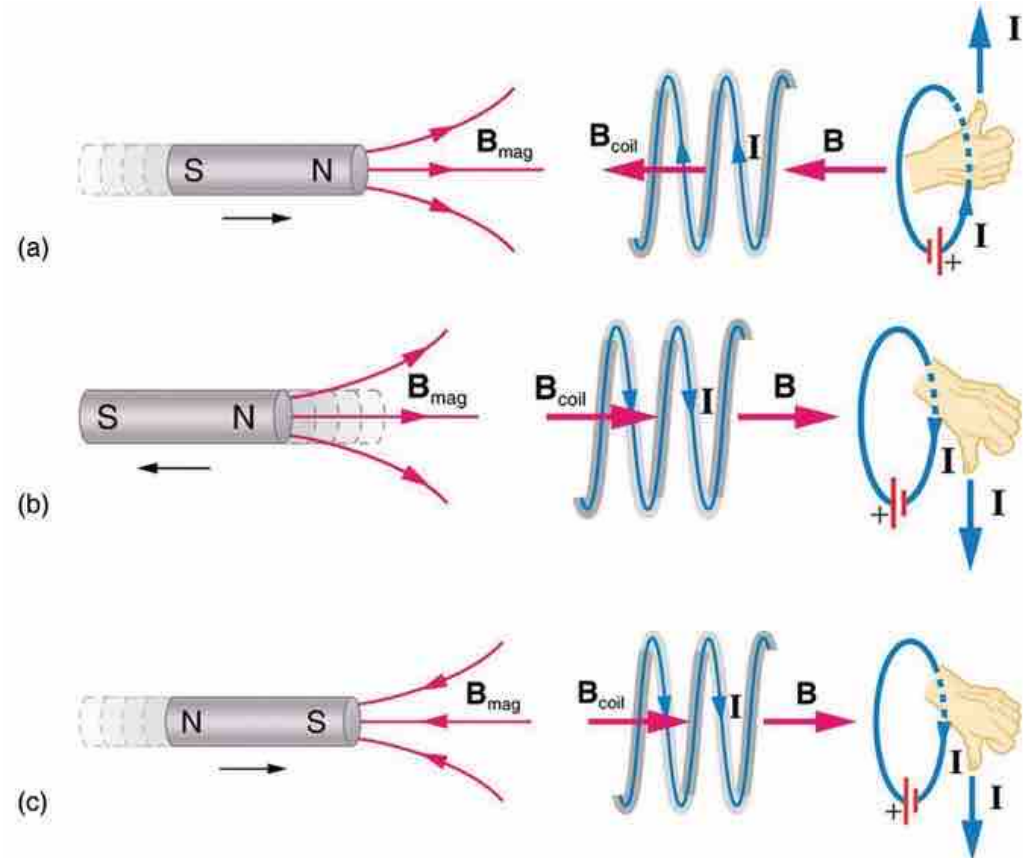
- **Camino 1:** $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = 0$
- **Camino 2:** $\int_a^b \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = I_{ind}(2R) = 1,5 \text{ V} !$

- Sí depende !!
- Conclusión: Un campo inducido no es conservativo



Flujos en solenoides

- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM

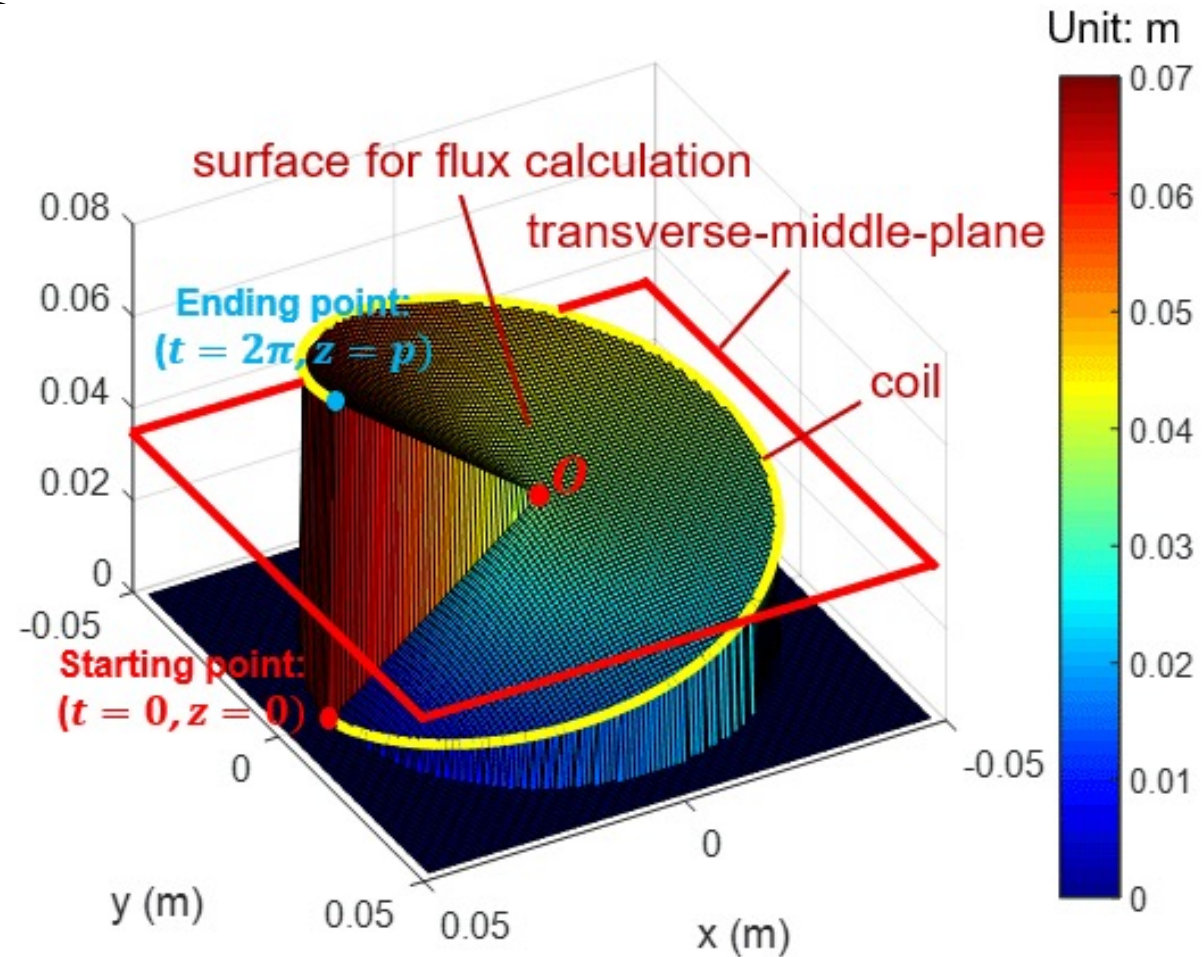


Flujos en solenoides

- Los solenoides permiten multiplicar el flujo de campo magnético y acumular FEM
- La superficie sobre la que se calcula el flujo se asemeja al de la figura y es casi la misma que la de las espiras individuales sumadas si están bien apretadas.

$$FEM_{ind} = -N \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

N : número de vueltas



Inductancias

Formas de almacenar energía electromagnética en un circu



Capacitancia

Almacenamiento de
energía eléctrica



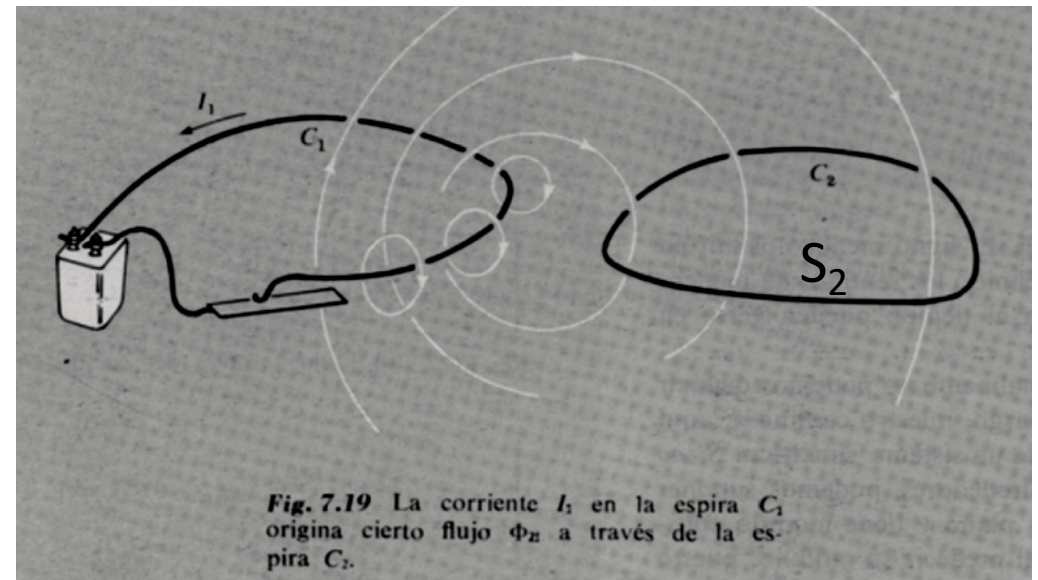
Inductancia

Almacenamiento de
energía magnética

Inductancia mutua

- Se fijan dos circuitos o espiras C_1 y C_2 en una posición determinada, fijas.
- Se hace circular por C_1 una corriente I_1 controlable
- Suponiendo I_1 constante, el flujo magnético a través de C_2 vale:

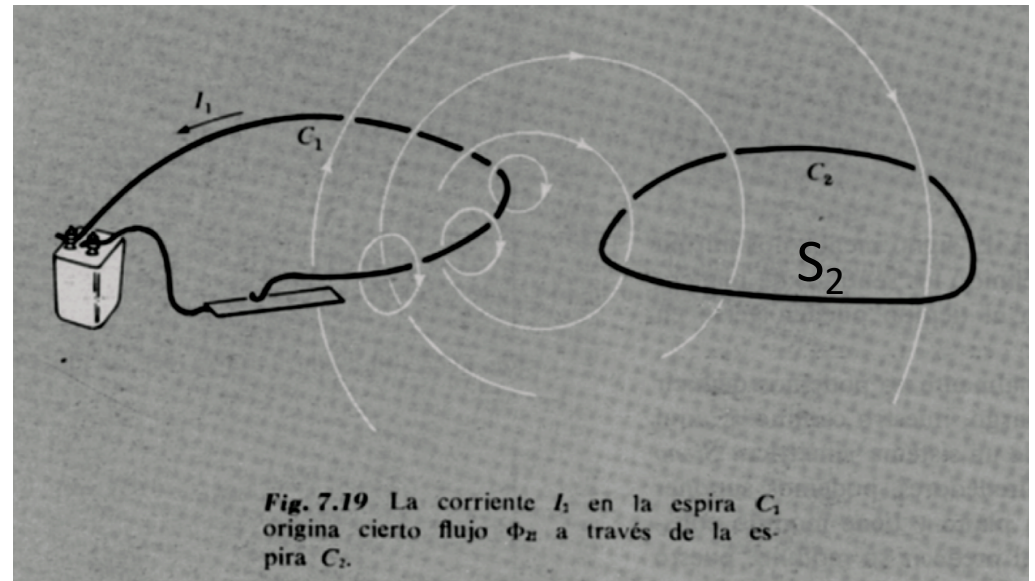
$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}_2$$



Inductancia mutua

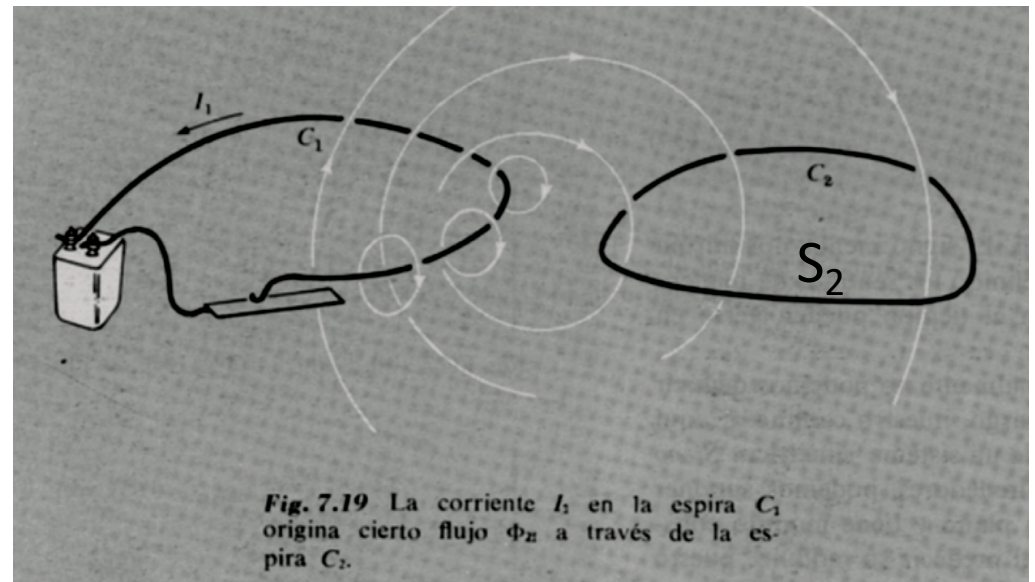
- Este flujo es constante mientras I_1 lo sea también y no cambie la posición ni la forma de las espiras:

$$\frac{\Phi_{21}}{I_1} = \text{const}$$



Inductancia mutua

- Supongamos ahora que I_1 empieza a cambiar lo suficientemente lento como para que la relación entre I_1 y el campo sobre S_2 sea la que se aplica para corrientes estacionarias.
- En estas condiciones, Φ_{21} variará proporcionalmente a I_1



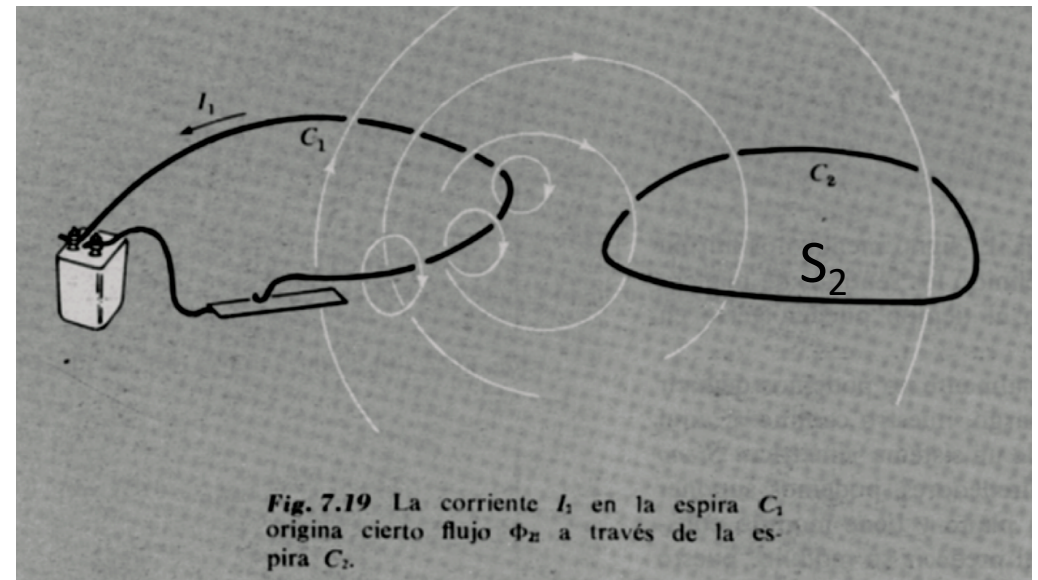
Inductancia mutua

- Por la variación de I_1 se genera una FEM inducida $\mathcal{E}_{21}$.

$$\mathcal{E}_{21} = - \text{const} \frac{dI_1}{dt}$$

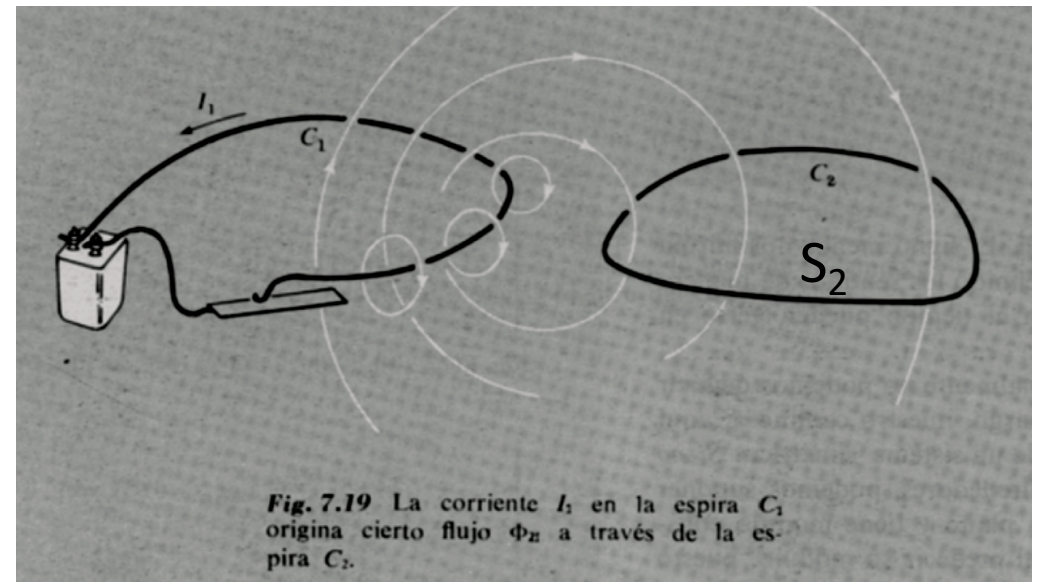
- A la constante, la llamamos M_{21}

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$



Inductancia mutua

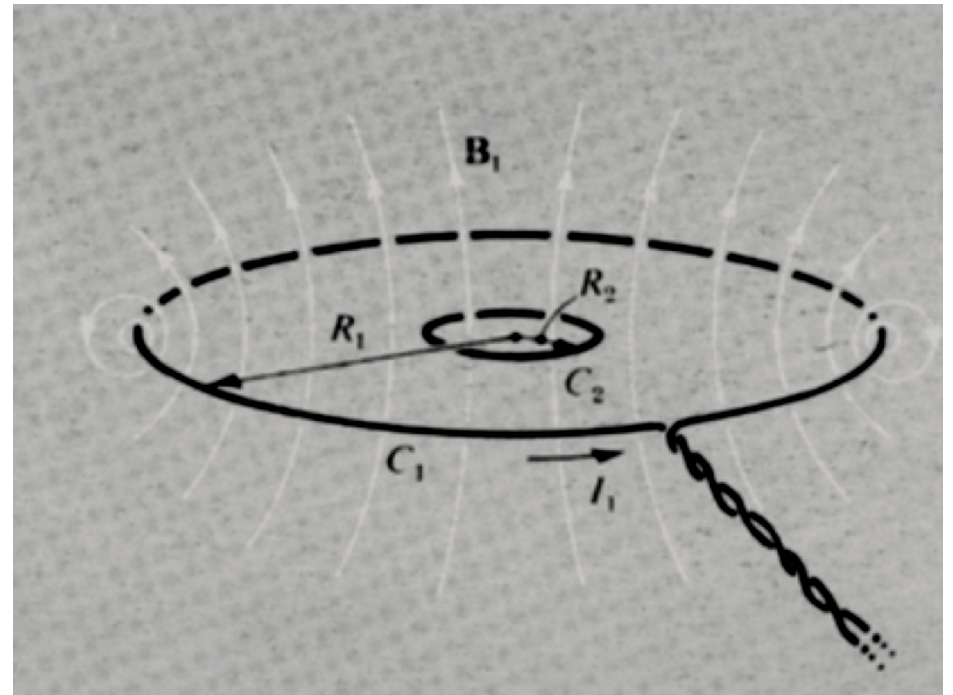
- Llamamos a M_{21} la inductancia mutua
- Depende exclusivamente de la dimensión forma y disposición de las dos espiras
- La unidad de M_{21} en SI es el *Henry*



Ejemplo: espiras concéntricas

$$B_1 = \frac{2\pi I_1}{R_1}$$

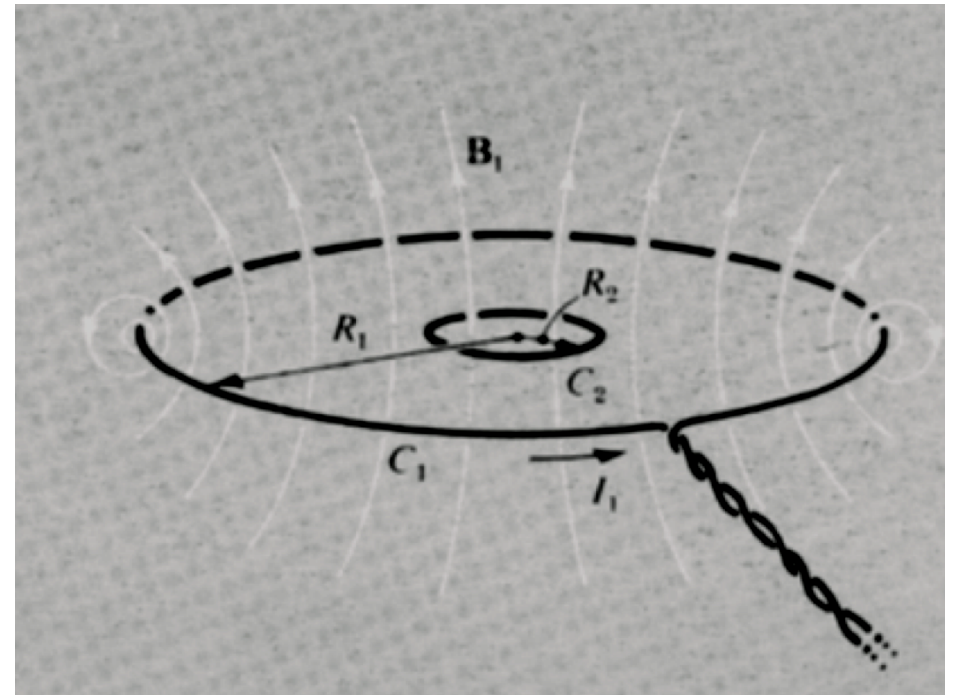
$$\Phi_{21} = (\pi R_2^2) \frac{2\pi I_1}{R_1} = \frac{2\pi^2 I_1 R_2^2}{R_1}$$



Ejemplo: espiras concéntricas

$$\varepsilon_{21} = - \frac{2\pi^2 R_2^2}{R_1} \cdot \frac{dI_1}{dt}$$

$$M_{21} = \frac{2\pi^2 R_2^2}{R_1} I_1$$



Autoinductancia

- Cuando la corriente en un circuito varía, hay una variación del flujo a través del propio circuito C_1 .
- Entonces se induce una FEM que llamaremos $\mathcal{E}_{11}$.

$$\mathcal{E}_{11} = - \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

- Por ley de Ampère sabemos que Φ_{11} es proporcional a la corriente, entonces:

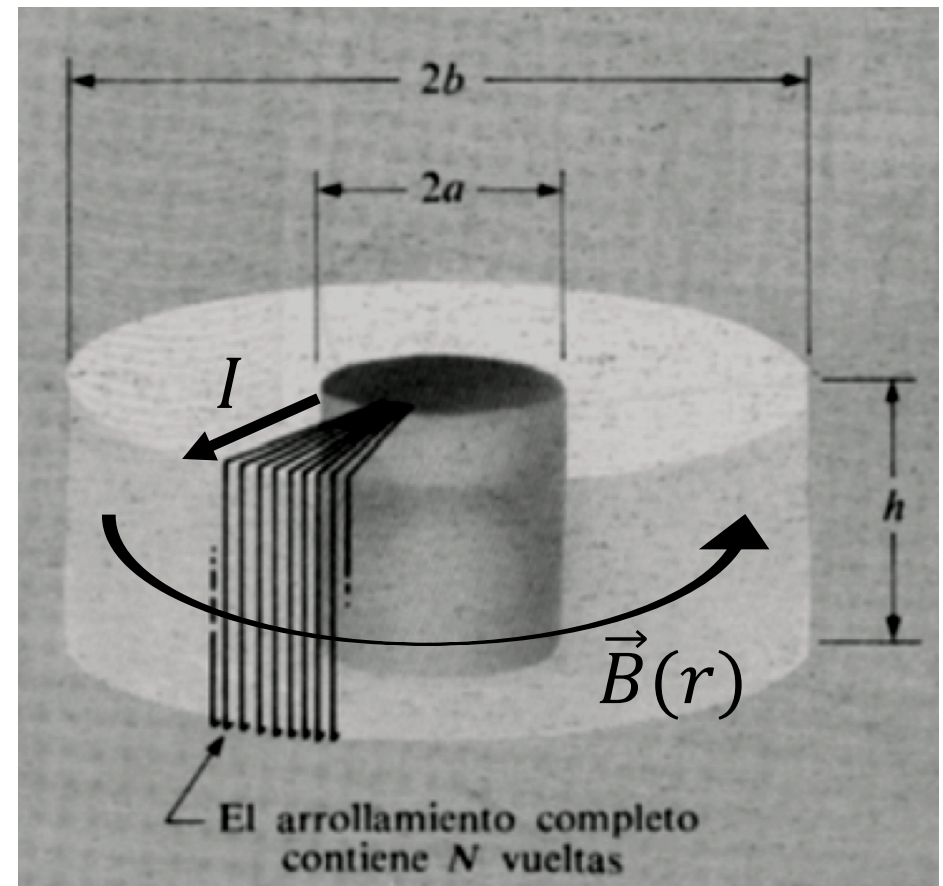
$$\mathcal{E}_{11} = -L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

- Donde L_1 es la llamada autoinductancia

Ejemplo: bobina toroidal

- Consideremos una bobina toroidal rectangular de N vueltas de radio interior a y radio exterior b por la que circula una corriente I
- Por Ampère podemos saber que a una distancia r el campo es azimuthal y vale

$$B(r) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$



Ejemplo: bobina toroidal

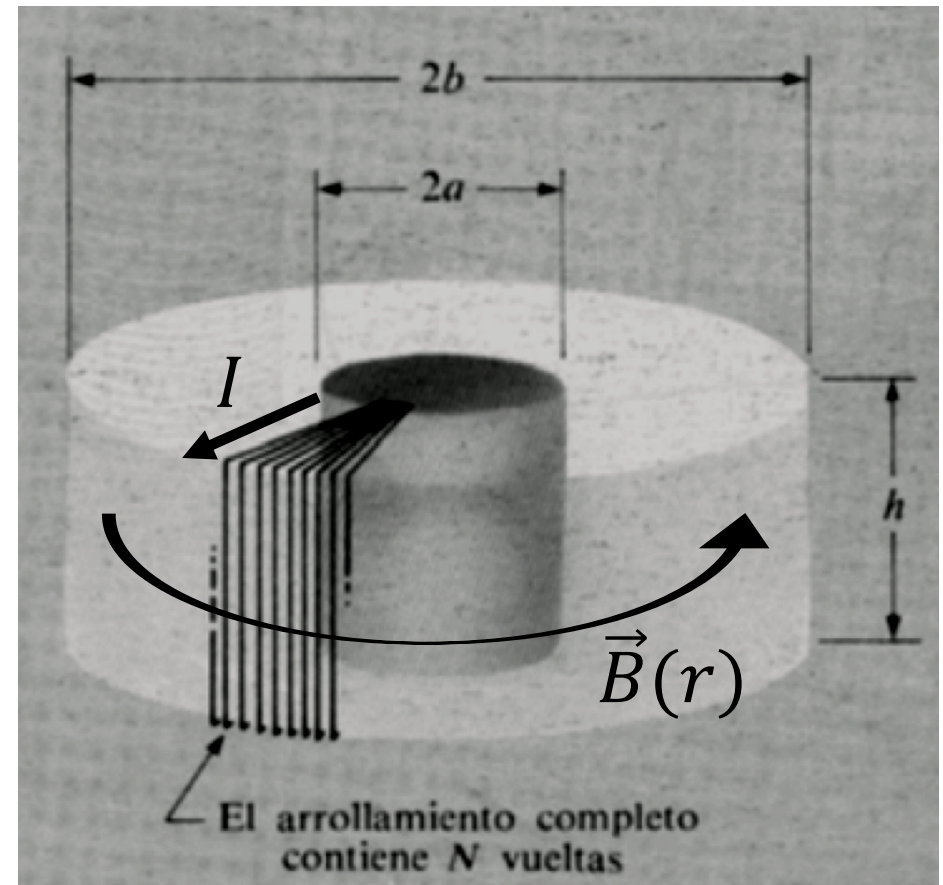
- El flujo a través de **una espira** es:

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot \vec{da} = h \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} dr$$

$$\Phi_B = \frac{h\mu_0 NI}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

A través de N espiras:

$$\Phi_B = \frac{h\mu_0 N^2 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



Ejemplo: bobina toroidal

- Entonces, la FEM inducida es:

$$-\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{h\mu_0 N^2}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{dI}{dt}$$

- Entonces la autoinductancia da:

$$L = \frac{h\mu_0 N^2}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

