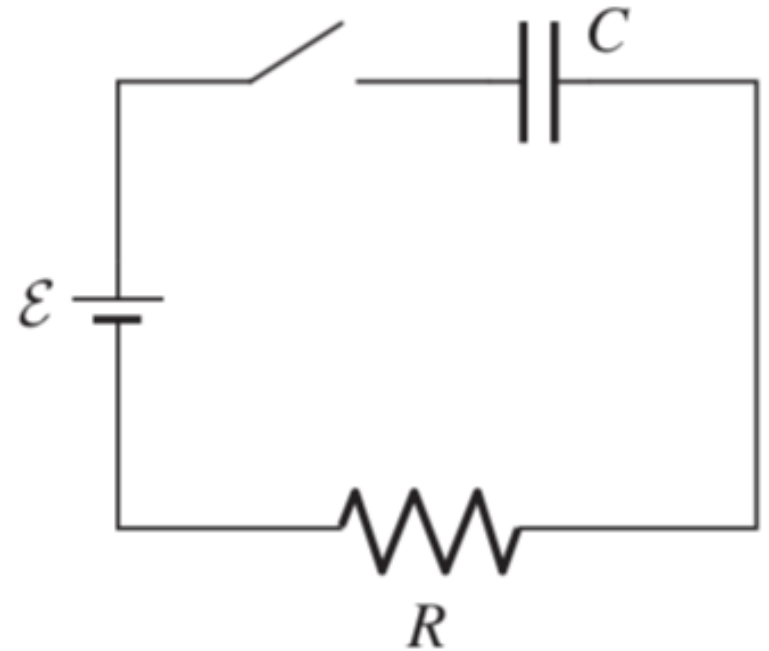


Otros circuitos con corrientes
transitorias

Circuito RC

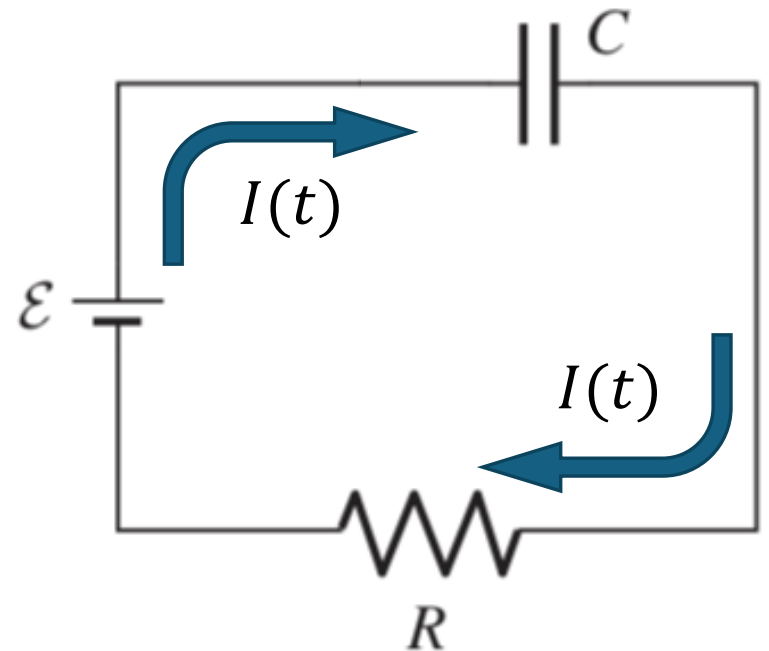
- Supongamos que colocamos una fuente de FEM = $\mathcal{E}$ conectada en serie a un capacitor C descargado y una resistencia R .
- El circuito está abierto de manera que no circula corriente.
- Estudiemos la respuesta del circuito en régimen transitorio desde que se cierra el switch y hasta que alcance un estado estacionario.



Circuito RC

- Al cerrarse el switch, una corriente $I(t)$ fluirá en el sentido de la flecha comenzando a cargar el capacitor.
- Del otro lado, una cantidad igual y opuesta de carga comenzará a acumularse dando lugar a una corriente $I(t)$ en el tramo que incluye a R .
- Por conservación de la carga, la carga en el capacitor y la corriente se relacionan como:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt}$$



Circuito RC

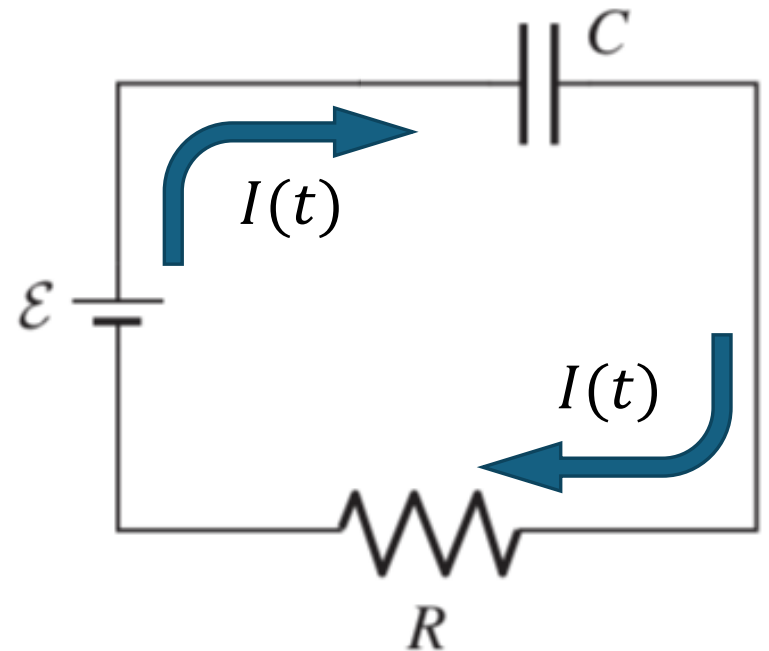
- Como no hay bobina, las leyes de Kirchhoff y de Faraday coinciden y entonces en el sentido de la corriente escribo:

$$\varepsilon - V_c - I(t)R = 0$$

donde

$$V_c = \frac{Q(t)}{C}$$

con la carga $Q(t)$ variando a medida que el capacitor se carga.



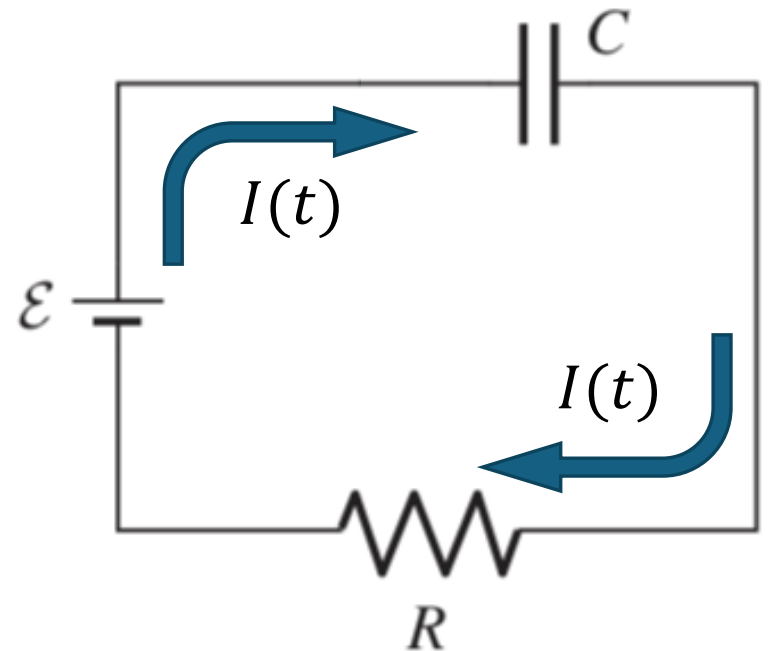
Circuito RC

- En términos de la carga, la ecuación anterior resulta:

$$\varepsilon - \frac{Q}{C} = R \frac{dQ}{dt}$$

- Tenemos el mismo tipo de ecuación que resolvimos para el circuito RL

$$\frac{dy}{dx} = ay(x) + b$$



Conservación de la carga y signos

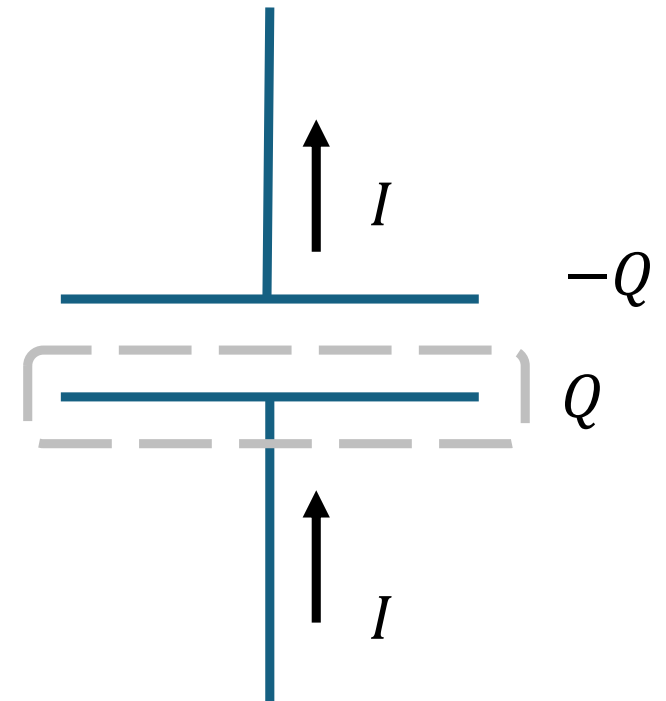
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$
$$\iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dv = - \iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dv$$

- Flujo entrante a la superficie cerrada

$$-I = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dv$$

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt}$$

$Q(t)$ es la carga en la placa



Circuito RC

- Ahora tenemos: $Q = y, t = x, a = -\frac{1}{RC},$

y $b = \frac{\mathcal{E}}{R}$

- Entonces, la solución homogénea es:

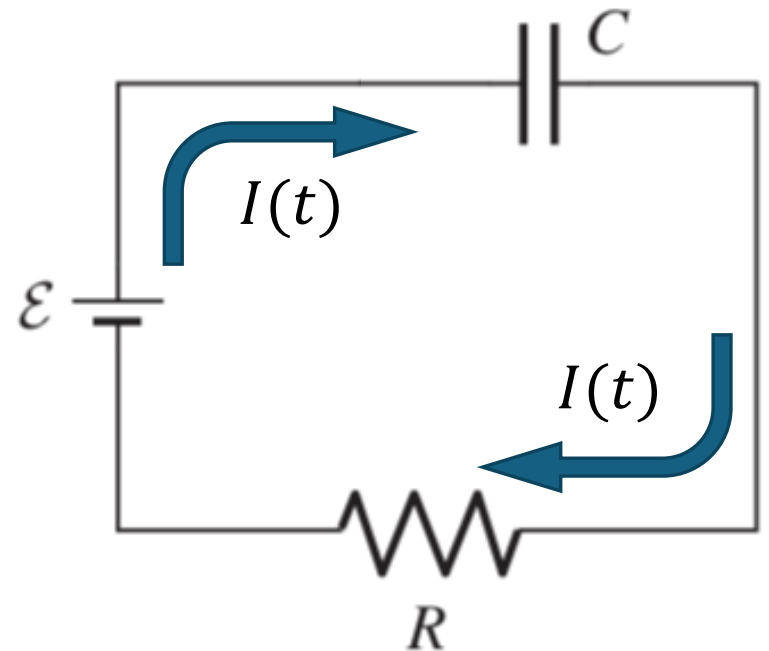
$$Q_h = K e^{-\frac{t}{RC}}$$

- A la cual le sumamos la solución particular de la inhomogénea que es

$$Q_i = \mathcal{E}C$$

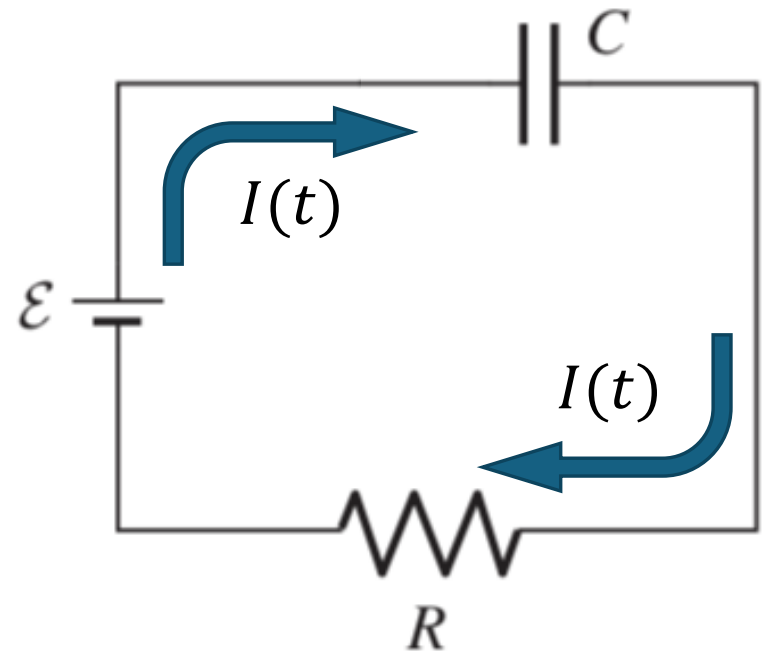
- Entonces

$$Q(t) = \mathcal{E}C + K e^{-\frac{t}{RC}}$$



Circuito RC

- Apliquemos ahora la condición inicial...



Pregunta

¿Cuál es la condición inicial para la carga en el capacitor?

Circuito RC

- Apliquemos ahora la condición inicial
 $Q(0) = 0$
el capacitor está inicialmente descargado

- Entonces:

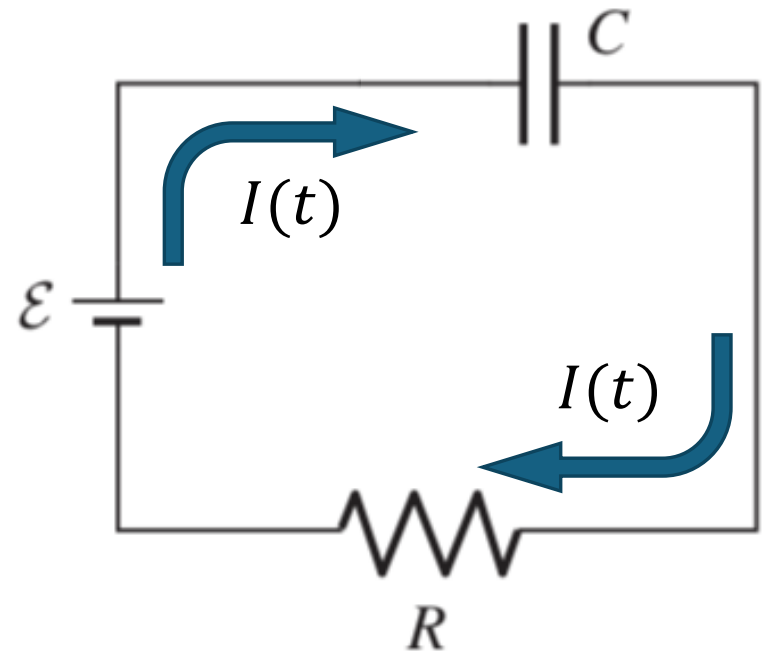
$$\begin{aligned}\mathcal{E}C &= -K \\ K &= -\mathcal{E}C\end{aligned}$$

- Con lo cual la solución final es:

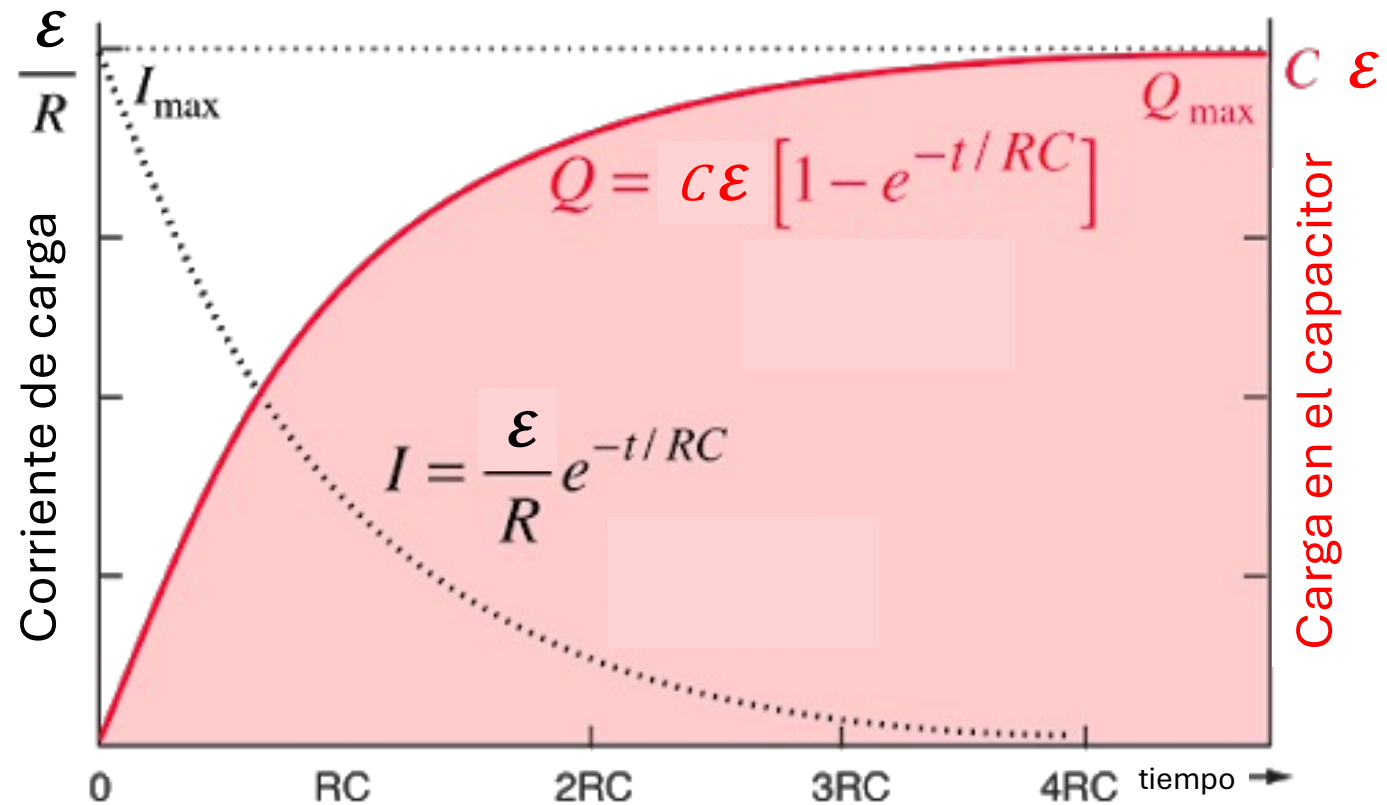
$$Q(t) = \mathcal{E}C(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

y

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

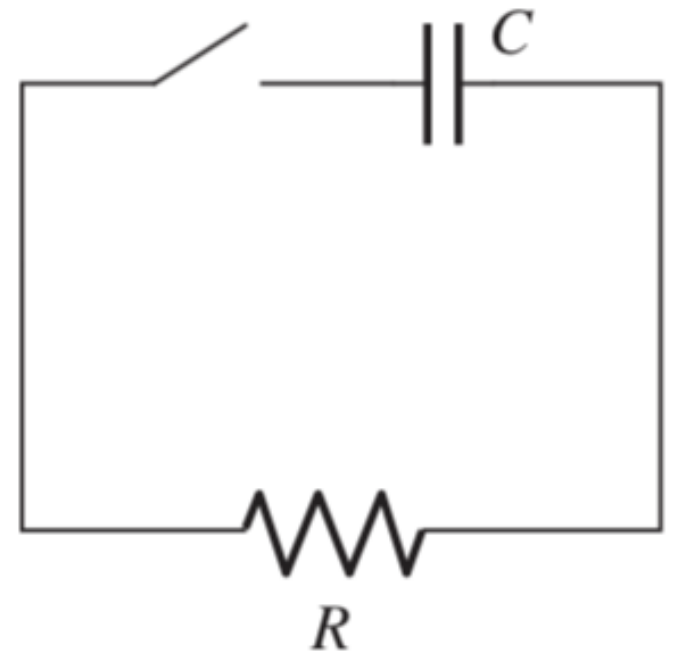


Circuito RC



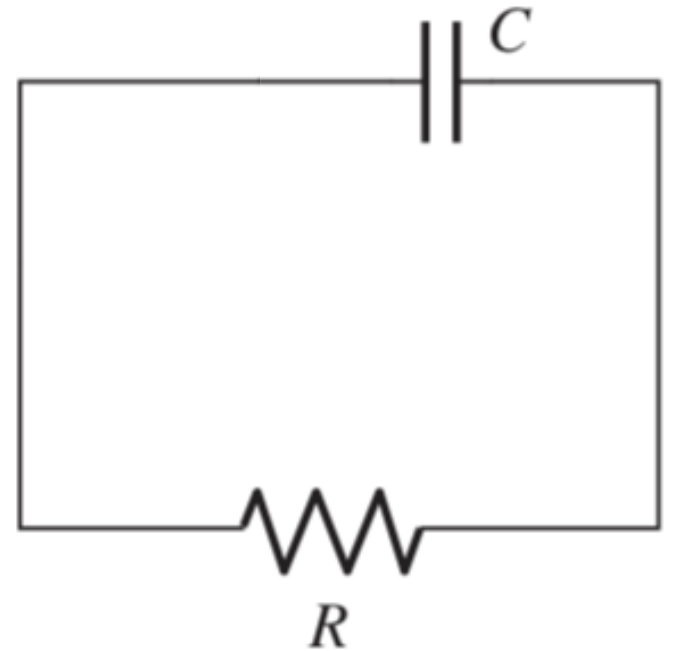
Descarga de circuito RC

- Ahora cortocircuitemos la fuente nuevamente y descarguemos el capacitor.



Descarga de circuito RC

- Ahora cortocircuitemos la fuente nuevamente y descarguemos el capacitor.
- En el instante t_1 cerramos el switch y fluye una corriente I .



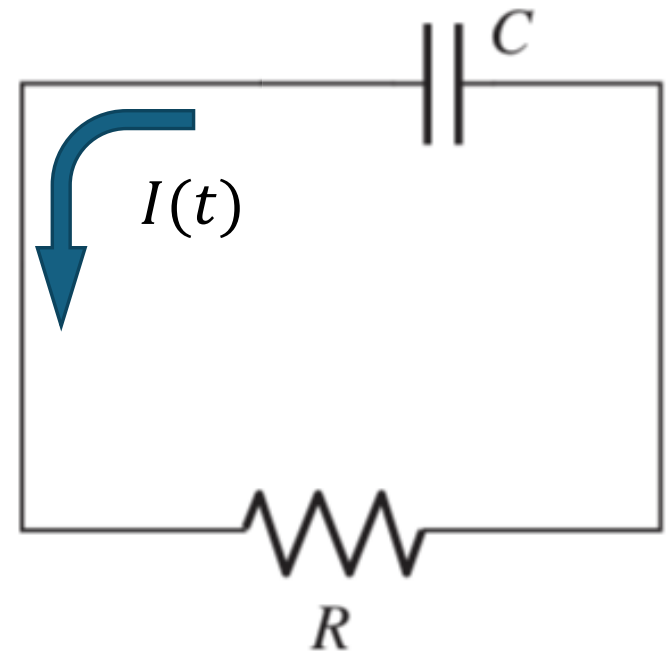
Pregunta

- ¿Podemos anticipar la dirección de I al cerrar el switch ?

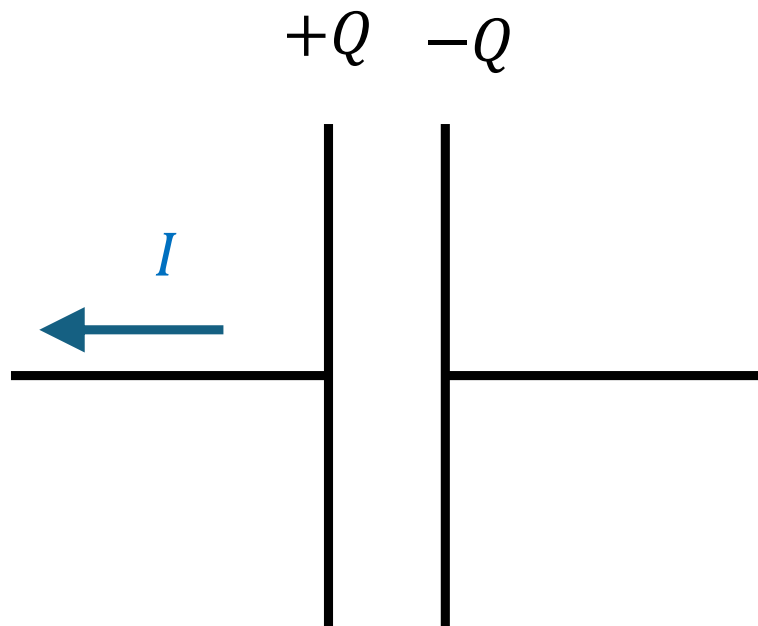
Descarga de circuito RC

- Ahora cortocircuitemos la fuente nuevamente y descarguemos el capacitor.
- En el instante t_1 cerramos el switch y fluye una corriente $I(t)$.
- La ley de Kirchhoff nos dice:

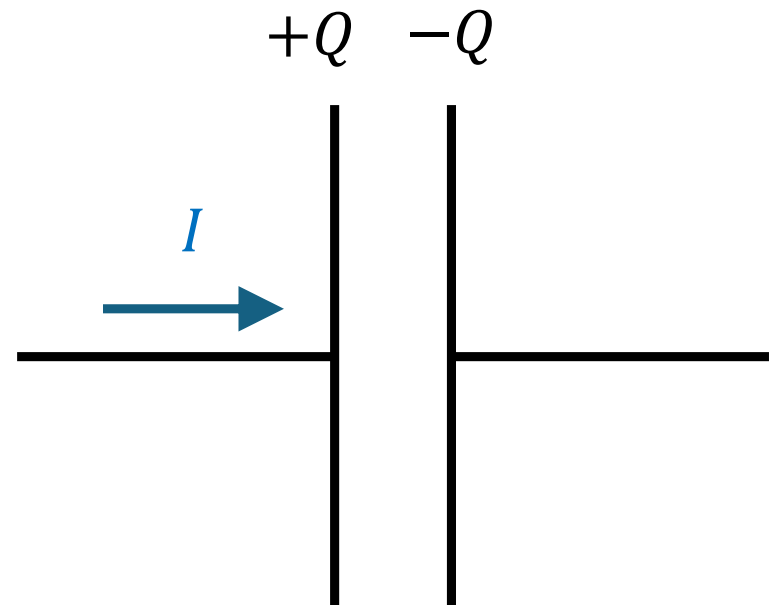
$$-\frac{Q}{C} = R \frac{dQ}{dt}$$



Conservación de la carga en capacitores



$$I = -\frac{dQ}{dt}$$



$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Descarga de circuito RC

- Y la solución ya la conocemos. Si comenzamos a contar desde un tiempo t_1 :

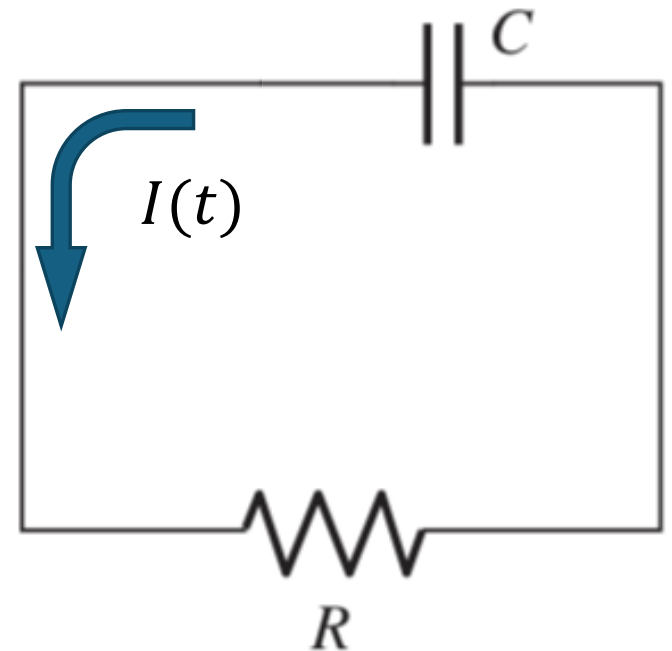
$$Q(t) = K e^{-\frac{t-t_1}{RC}}$$

- La carga inicial del capacitor va a ser la que terminamos teniendo al cargarlo. Retomando el resultado anterior:

$$Q(t_1) = K = \mathcal{E}C$$

- Entonces:

$$Q(t) = \mathcal{E}C e^{-\frac{t-t_1}{RC}}$$



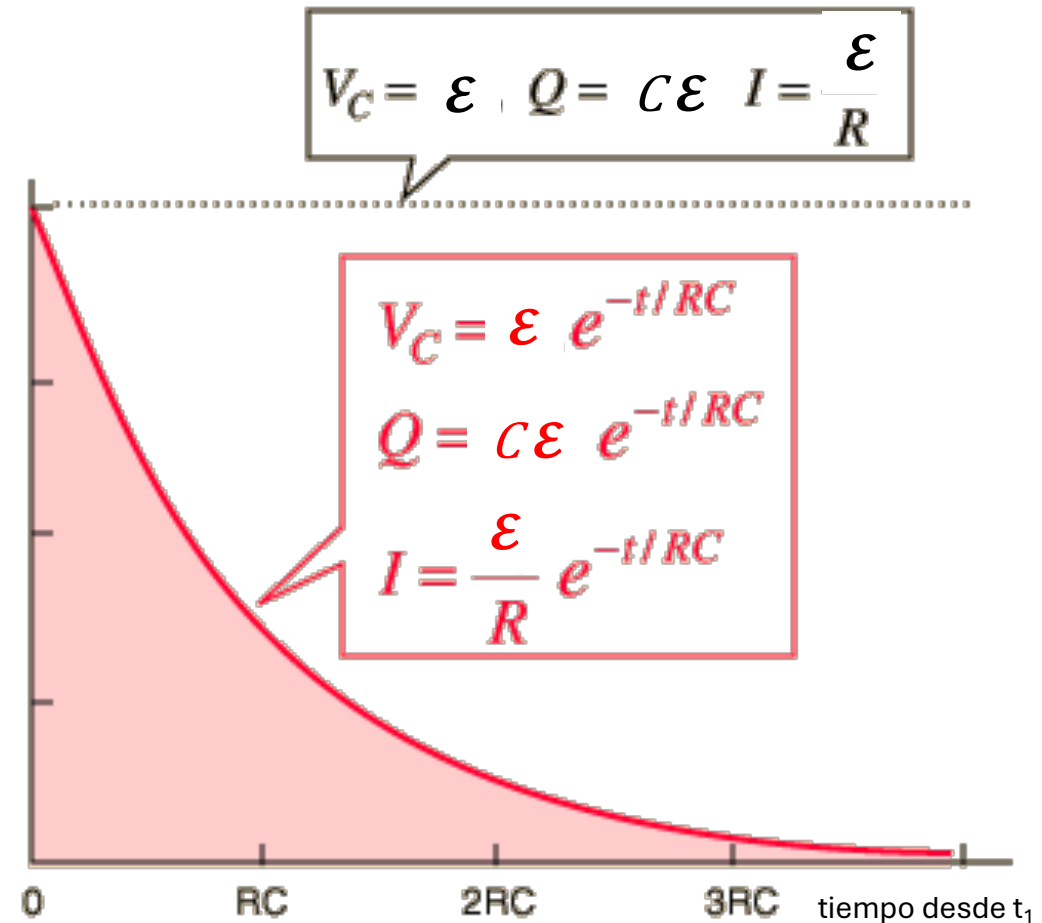
Descarga de circuito RC

- De la misma manera, la corriente decrecerá

$$I(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t-t_1}{RC}}$$

- De la misma manera el voltaje en el capacitor:

$$V_c = \frac{Q(t)}{C} = \mathcal{E} e^{-\frac{t-t_1}{RC}}$$



La corrección de Maxwell a la ley de Ampère

- Conocemos bien la ley de Ampère

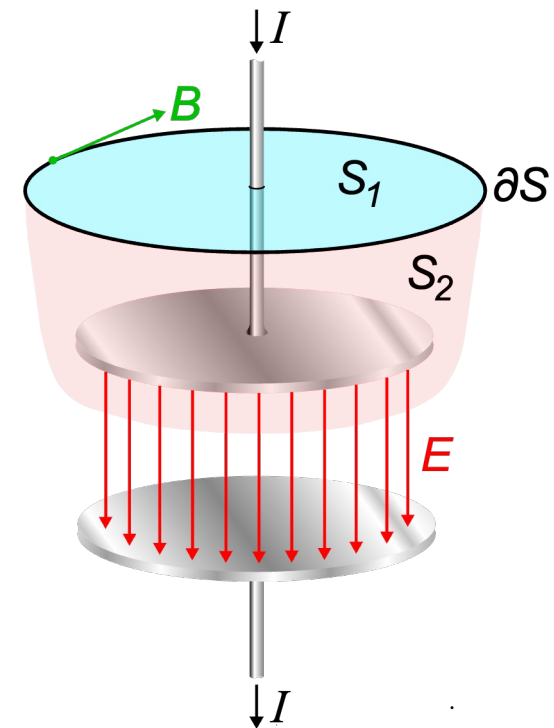
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

- Supongamos un capacitor cargándose a una velocidad dada por

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- La corriente I da lugar a un campo magnético $\vec{B}$ tal que si la superficie S_1 está limitada por el camino ∂S :

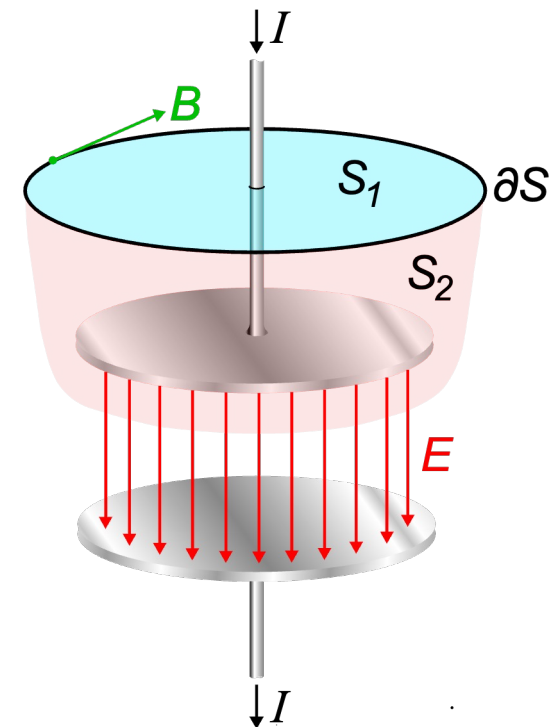
$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$



La corrección de Maxwell a la ley de Ampère

- El resultado debe valer para toda superficie limitada por ∂S incluyendo S_2 a través de la cual no pasa corriente !!
- Maxwell corrigió la ley de Ampère para salvar esta inconsistencia agregando un término dependiente del flujo de la derivada temporal del campo eléctrico $\vec{E}$:en el capacitor

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I = \mu_0 \epsilon_0 \iint_{S_2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$



La corrección de Maxwell a la ley de Ampère

- Con lo cual la ley de Ampère-Maxwell en forma diferencial es:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- Como vemos el segundo término del segundo miembro sólo aparece en situaciones no estacionarias.

