

Fisica 3

Ariel Chernomoretz

Organizacion de la materia

- **Teoricas y Practicas:** Aula 1205 Pab 0+Inf
- El sistema de aprobación de la materia será de **dos** parciales con **un** recuperatorio **cada uno** al final del cuatrimestre.
- Las fechas de los parciales ya se encuentran establecidas y la podrán encontrar en la sección *Cronograma* de la página de la materia.

Recursos

- Página de la materia:

[<https://asignaturas.df.uba.ar/f3-chernomoretz>]



En la sección de **Guías y Prácticas**, van a encontrar las guías de trabajos prácticos y los apuntes en formato pdf de las clases de trabajos prácticos. Les sugerimos consultar esta página durante la cursada porque tanto las guías como los apuntes pueden ser modificados.

En sección **Material Adicional** podrán encontrar algunas notas de las teóricas, videos, resúmenes de fórmulas e identidades matemáticas que usaremos frecuentemente, entre otras cosas útiles.

Repaso de Análisis Vectorial: Intro del Trelles, Capítulo 2 del Feynman

01. Coulomb / Campo Eléctrico

El comienzo...

- A lo largo de la historia los fenómenos eléctricos y magnéticos aparecieron como curiosidades/rarezas (poca *intensidad*, fenómenos aislados ... no como la *gravedad*)
- Tales de Mileto (600 A.C.):
 - ◆ Piedra *imán* (magnetita. isla de Magnesia) atraía limaduras de hierro.
 - ◆ *Ambar* (savia de árbol petrificada) atraía briznas de paja **cuando era frotada** con lana



El comienzo...

→ William Gilbert (1581 D.C.): Médico y naturalista ingles.

Experimentos *frotando* cosas

Diamante		Madera
Azufre	← atracción? →	Metales
Cera fundida		Tierra
...		...



Quizas sí, despues de todo, se trate de un comportamiento universal...

- Clasifico a los materiales: vítreos (vidrios, lanas, ...) vs resinosos (ambar, seda,...)
- Introdujo la noción de **fuerza electrica** para describir estos fenomenos (*ἤλεκτρον* (*elektron*) significa ambar en griego)

Ademas trabajo sobre magnetismo:

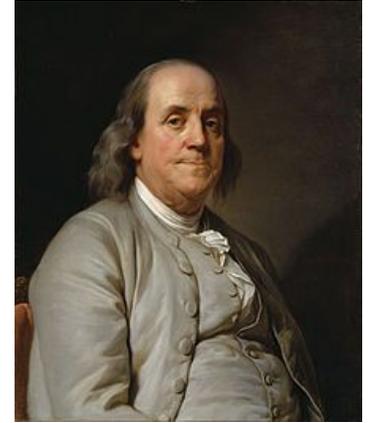
- Se dió cuenta que 2 extremos de la piedra imán era diferentes: los llamo **polo Norte** y **polo Sur**. Polos iguales se repelían y polos distintos se atraían
- Para explicar el funcionamiento de la brújula, propuso que la tierra se comportaba como iman (!)

El comienzo...

- Benjamin Franklin (1747)

La electricidad **vítrea** y **resinosa** no se correspondían con diferentes tipos de **fluidos eléctricos**

La electrificación por frotamiento se podía entender si se piensa que **cuerpos vítreos** reciben **fluide carga eléctrica** y los **resinosos** la entregaban.

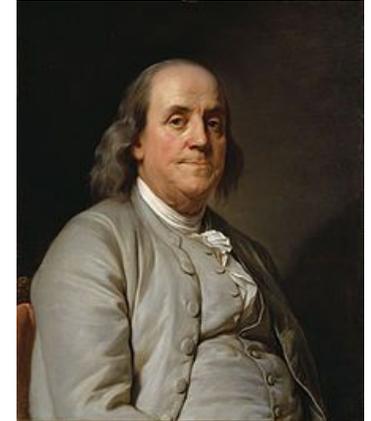


El comienzo...

- Benjamin Franklin (1747)

La electrificación por frotamiento se podía entender si se piensa que *cuerpos vítreos* reciben **carga eléctrica** y los *resinosos* lo entregaban.

Esta idea de recibir y ceder implicaba que sea lo que fuere la **carga**...es una cantidad que **se conserva** en estas transformaciones



Observaciones experimentales: sean A, B y C tres cuerpos cargados (i.e. frotados)

1: si A y B **se repelen**, entonces C o se **repele con ambos** o se **atrae con ambos**

2: si A y B **se atraen**, entonces C se **repele con uno** y se **atrae con otro**

Para explicar 1 y 2 se postula que: Existen cargas de 2 tipos (llamémoslas: positivas y negativas)

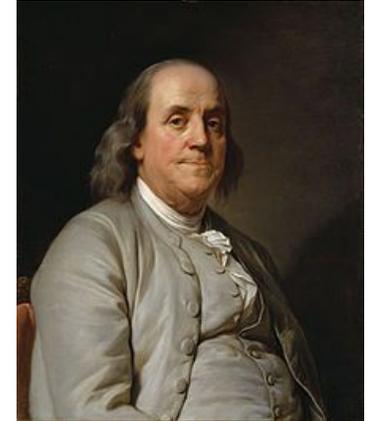
Cargas del mismo tipo se repelen
Cargas de diferente tipo se atraen

El comienzo...

- Benjamin Franklin (1747)

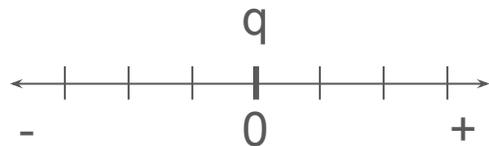
La electrificación por frotamiento se podía entender si se piensa que *cuerpos vítreos* reciben **carga eléctrica** y los *resinosos* lo entregaban.

Esta idea de recibir y ceder implicaba que sea lo que fuere la **carga**...es una cantidad que **se conserva** en estas transformaciones



Entonces

La aparición de **fuerzas electrostáticas** surgen cuando hay cuerpos **cargados** (i.e. desbalanceados en algún sentido en relación a una “nueva” propiedad física (diferente a la *masa* por ejemplo) llamada **carga eléctrica**



q : grado de libertad escalar (a menos de una convención de signo)

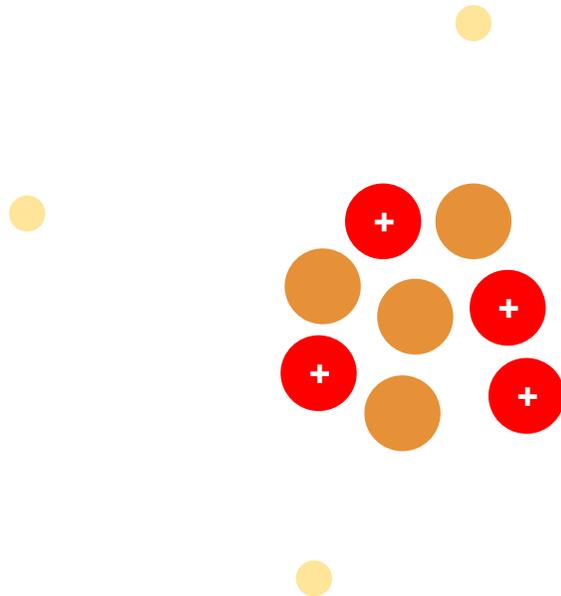
La carga mínima detectada es la del electrón. Su magnitud es idéntica a la del protón, pero de signo contrario: $q_e = -e$, $q_p = +e$

Cuerpos macroscópicos poseen un balance casi perfecto de cargas + y - . Por esta razón las interacciones electrostáticas son en general débiles en esa escala

Sin embargo, fzas eléctricas pueden ser muy intensas. Dentro del núcleo atómico son enormes (protones muy cerca de protones).

La situación nuclear

Sin embargo, fzas eléctricas pueden ser **muy intensas**. Dentro del núcleo atómico son enormes (protones **muy cerca** de protones).



por qué no colapsan los electrones al núcleo?
naturaleza cuántica de la materia

que mantiene junto a los protones?
existencia de **Fza fuerte** (mantiene unidos a nucleones y quarks frente a la repulsión eléctrica)

Ley de Coulomb

- Charles-Augustin de Coulomb (1785)

<https://www.youtube.com/watch?v=Mr7ecUUwDhE>

Observaciones experimentales:

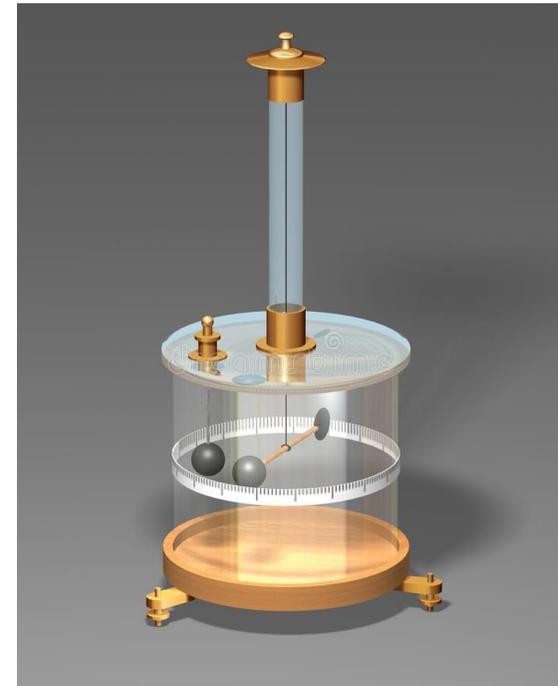
Interacción de dos **cargas puntuales**, q_1 y q_2 , en **reposo**:



Loi fondamentale de l'Électricité.

'La force répulsive de deux petits globes électrisés de la même nature d'électricité, est en raison inverse du carré de la distance du centre des deux globes.'

Balanza de torsión



Para achicar la distancia $\times 2$ habia que multiplicar la fuerza de torsion $\times 4$
Y para achicar la distancia $\times 3$ habia que aumentar la torsión en un factor 9

Ley de Coulomb

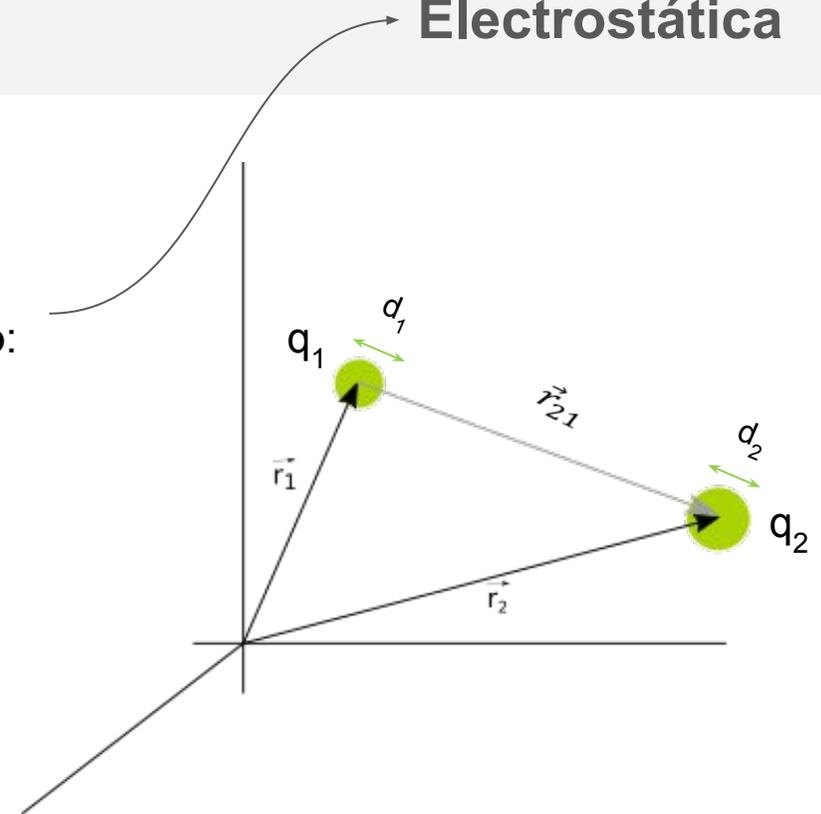
Electrostática

- Charles-Augustin de Coulomb (1785)

Observaciones experimentales:

Interacción de dos **cargas puntuales**, q_1 y q_2 , en **reposo**:

$$|\vec{r}_{21}| \gg d_1, d_2$$



Ley de Coulomb

Electrostática

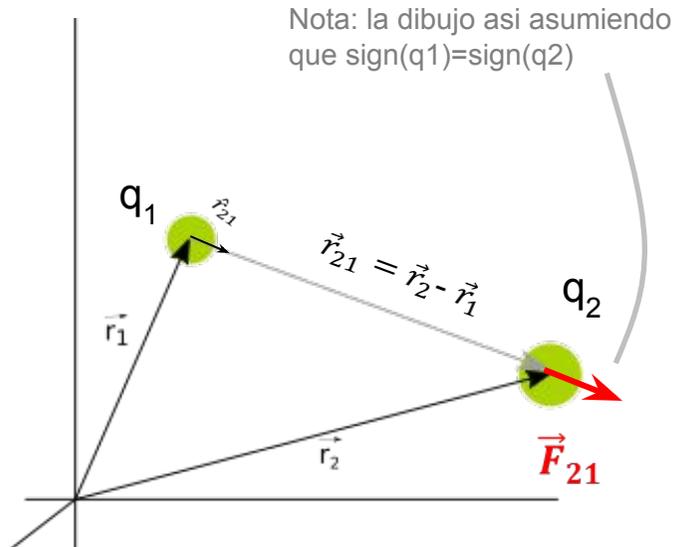
- Charles-Augustin de Coulomb (1785)

Observaciones experimentales:

Interacción de dos **cargas puntuales**, q_1 y q_2 , en **reposo**:

La fuerza \vec{F}_{21} que q_1 realiza sobre q_2 resulta:

- Proporcional a las cargas
- Actúa en la dirección que une a q_1 y q_2
- Decae cuadráticamente con la distancia entre cargas
- Depende del medio en el que se encuentren las q 's



$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21}$$

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$

Noten que la interacción cumple con el principio de acción-reacción

Unidades (MKS)

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$[F] = [k] [q]^2 [l]^{-2}$$

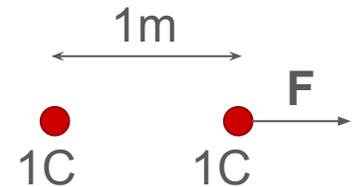
Sabiendo que existe una carga mínima e en la naturaleza se podría medir cualquier carga como múltiplo de ella...pero no. En el MKS se utiliza:

$$[q] \equiv \text{C (Coulomb)}$$

$$1 \text{ C} = 6.24 \cdot 10^{18} e$$

$$[k] \equiv \text{N C}^{-2} \text{ m}^2$$

Cuanto vale k ?



Imaginemos que quiero medir la fuerza que experimentan 2 cargas cargadas con 1C, separadas a 1m

$$F = k \cdot 1\text{C} \cdot 1\text{C} / 1\text{m}^2 \quad k \text{ debe coincidir numéricamente con la fuerza medida}$$

Si hago el experimento en el vacío $k_0 = 8.98 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$

k_0 representa la **intensidad** de la interacción eléctrica en el vacío

En un medio cualquiera $k = \frac{k_0}{\kappa}$

- ← $8.98 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$
- ← cte dielectrica del medio ≥ 1

$$\epsilon_0 \equiv \frac{1}{4\pi k_0}$$

↑
permitividad del vacío

Fuerza Coulombiana

Que intensidad tiene la repulsión de protones dentro del núcleo atómico?

$$|\vec{r}_{21}| \sim 10^{-15} \text{ m} \quad m_p \sim 1.710^{-27} \text{ kg} \quad q_p = +e \sim 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

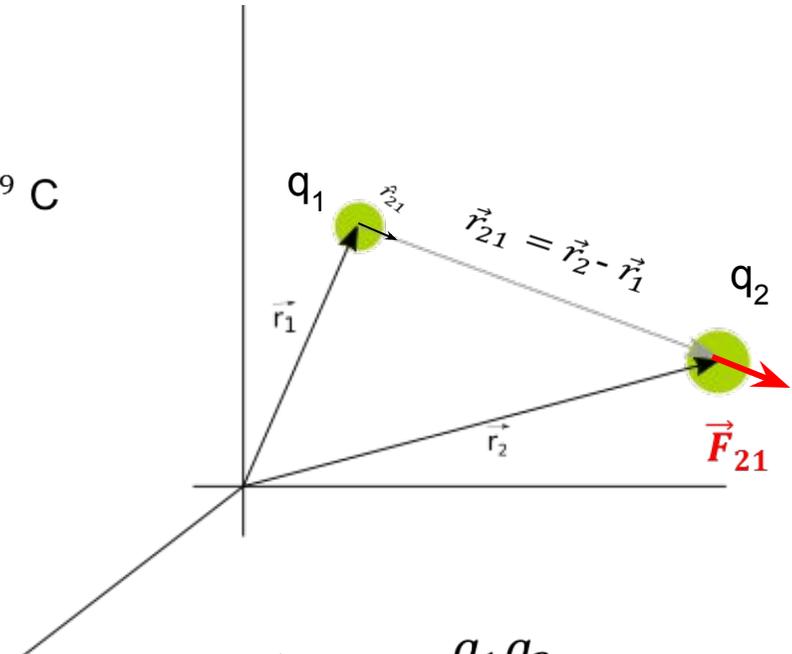
$$|\vec{F}_{21}| = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{10^{-30} \text{ m}^2}$$

$$= \frac{23 \cdot 10^{-29} \text{ N}}{10^{-30}} = 230 \text{ N}$$

Que aceleración produce una fuerza de 230N?

$$a = \frac{F}{m} = \frac{230 \text{ N}}{1.710^{-27} \text{ kg}} = 1.35 \cdot 10^{29} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

28 ordenes de magnitud mas grande que **g**!



$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21}$$

$$k = k_0 \leftarrow 8.98 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

$$1 \text{ C} = 6.241 \cdot 10^{18} e$$

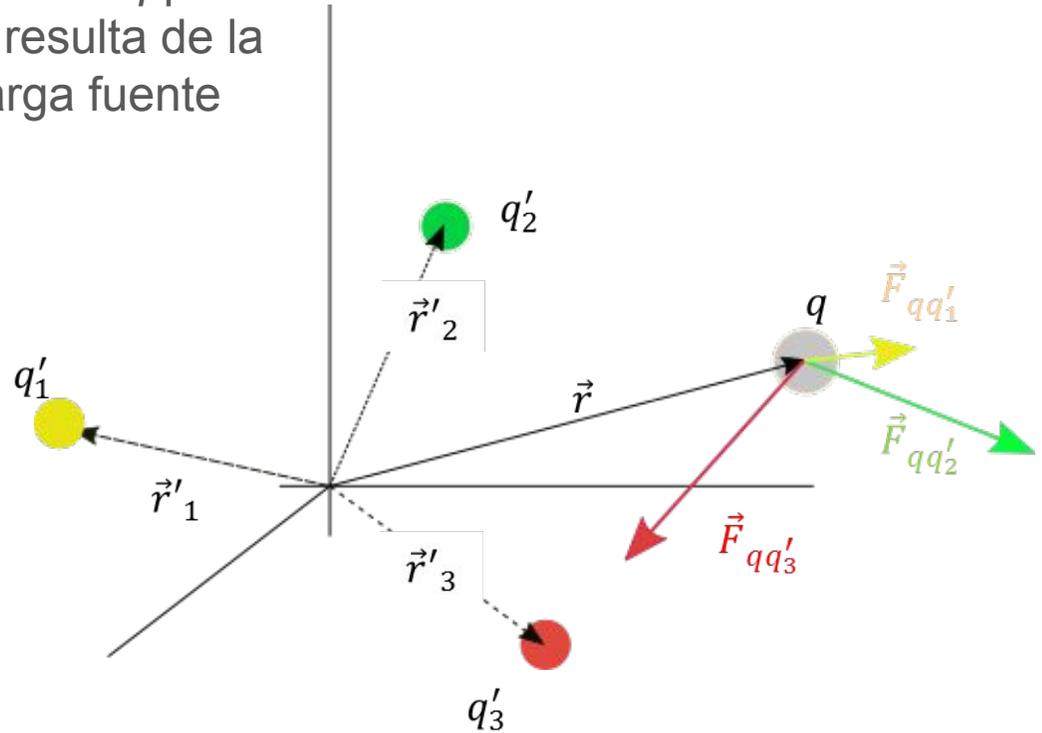
Principio de superposición

La fuerza ejercida sobre una **carga de prueba** q por un grupo de **cargas fuente** $\{q'_1, q'_2, \dots, q'_n\}$ resulta de la **superposición** de las fuerzas de cada carga fuente con la carga de prueba

$$\vec{F}_q = \vec{F}_{qq'_1} + \vec{F}_{qq'_2} + \dots + \vec{F}_{qq'_n}$$

$$= \sum_{i=1}^n \vec{F}_{qq'_i}$$

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^n k \frac{qq'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_{q'_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_{q'_i})$$



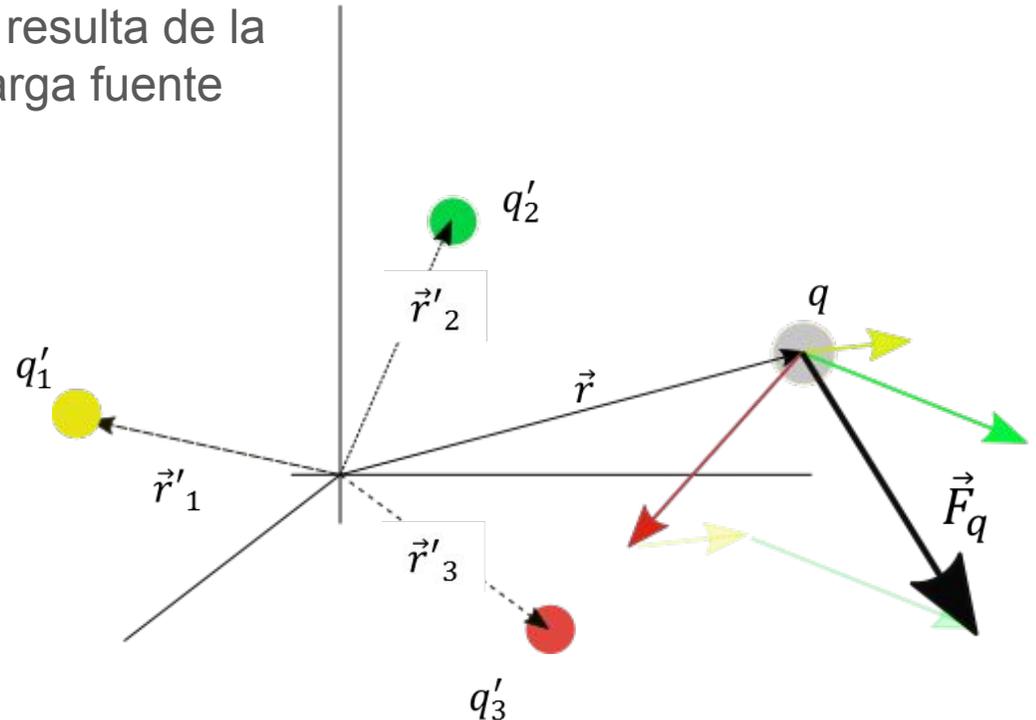
Principio de superposición

La fuerza ejercida sobre una **carga de prueba** q por un grupo de **cargas fuente** $\{q'_1, q'_2, \dots, q'_n\}$ resulta de la **superposición** de las fuerzas de cada carga fuente con la carga de prueba

$$\vec{F}_q = \vec{F}_{qq'_1} + \vec{F}_{qq'_2} + \dots + \vec{F}_{qq'_n}$$

$$= \sum_{i=1}^n \vec{F}_{qq'_i}$$

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^n k \frac{qq'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_{q'_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_{q'_i})$$



Campo Eléctrico

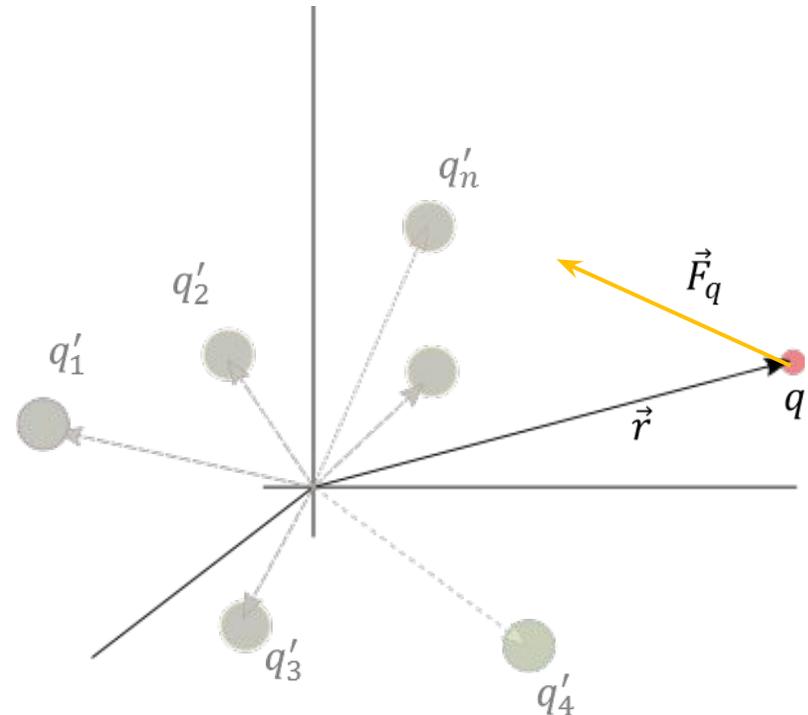
- Tengo n cargas *fuentes*. Interesa caracterizar el **efecto que ese conjunto de fuentes** tendría sobre una carga de prueba q ubicada en una posición \vec{r} .

Vimos recién que

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^n k \frac{qq'_i}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'_i})$$

$$\vec{F}_q = q \left[\sum_{i=1}^n k \frac{q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'_i}) \right]$$

$$\vec{F}_q = q \cdot \vec{E}(\vec{r})$$



Campo eléctrico generado por las fuentes

Depende de **las fuentes** y **del punto del espacio** donde estoy mirando el efecto de dichas fuentes

Campo Eléctrico

- Tengo n cargas *fuentes*. Interesa caracterizar el **efecto que ese conjunto de fuentes** tendría sobre una carga de prueba q ubicada en una posición \vec{r} .

$$\vec{F}_q = q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \longrightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{q} \vec{F}_q$$

Unidades: $[E] = N/C$

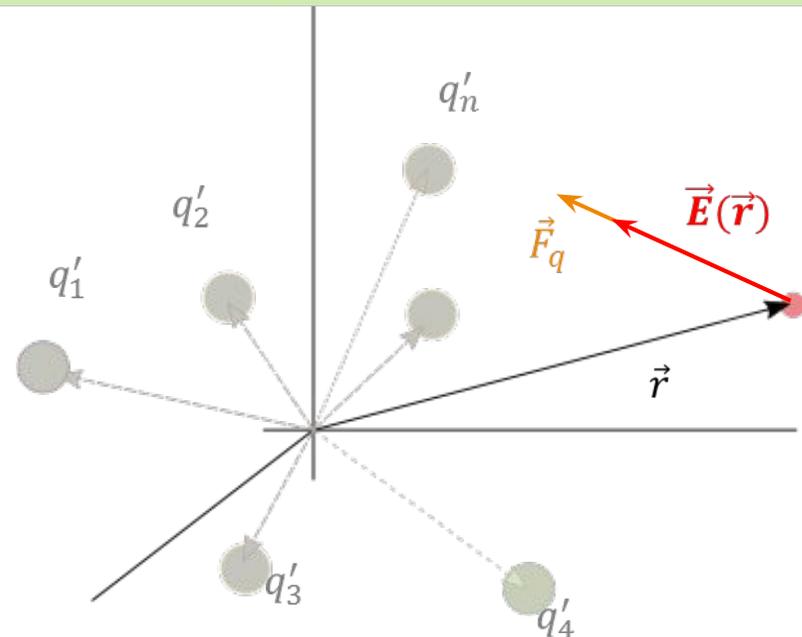
$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n k \frac{q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'_i})$$

\vec{E} depende de distribución de fuentes en el espacio y del punto del espacio donde estoy mirando el efecto de dichas fuentes

$\vec{E}(\vec{r})$ asocia a cada punto del espacio un vector

Distribución de cargas fuente crea \mathbf{E} en el espacio que afecta a cargas que uno coloca allí

Fuerza **por unidad de carga** que afectaría a una carga de prueba q cuando la posiciono en \vec{r} en presencia de las cargas fuente.



Campo E de una carga puntual

$$\vec{F}_q = k \frac{qq'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

← Fza que experimenta una carga q en presencia de una carga fuente q'

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

← Campo electrostatico generado por una carga fuente q'

Como la carga esta en el origen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

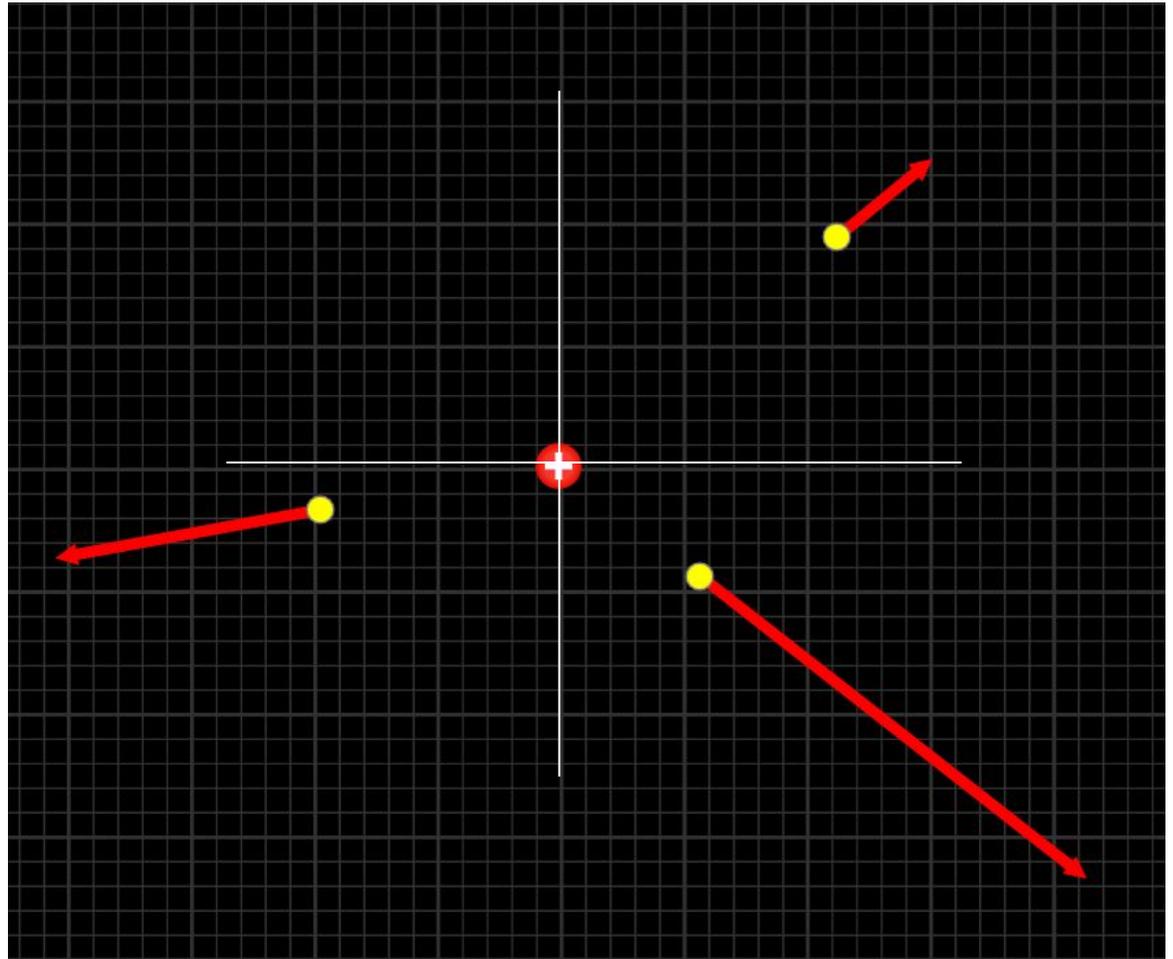
Campo E de una carga puntual

$$\vec{F}_q = k \frac{qq'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

Como la carga esta en el origen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$



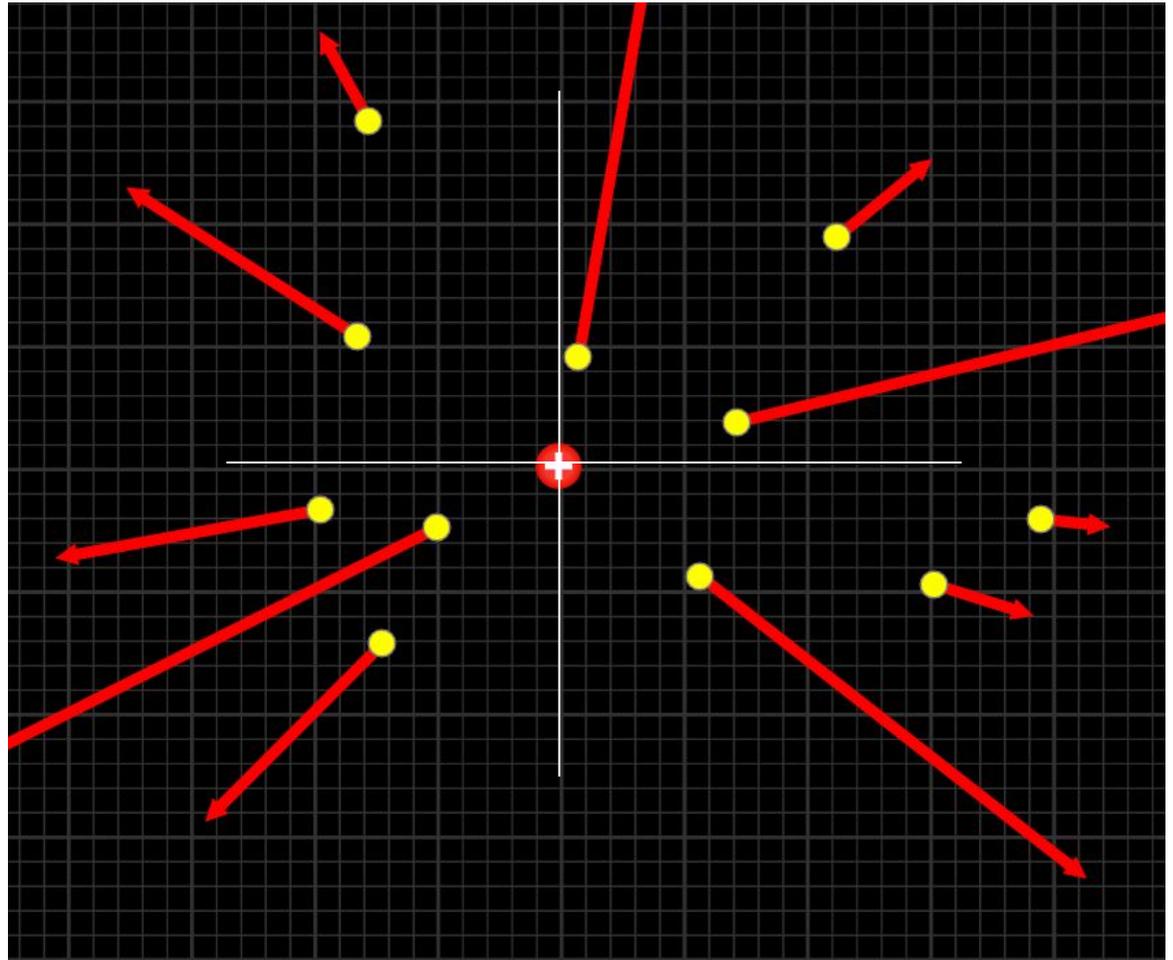
Campo E de una carga puntual

$$\vec{F}_q = k \frac{qq'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}_{q'}|^3} (\vec{r} - \vec{r}_{q'})$$

Como la carga esta en el origen:

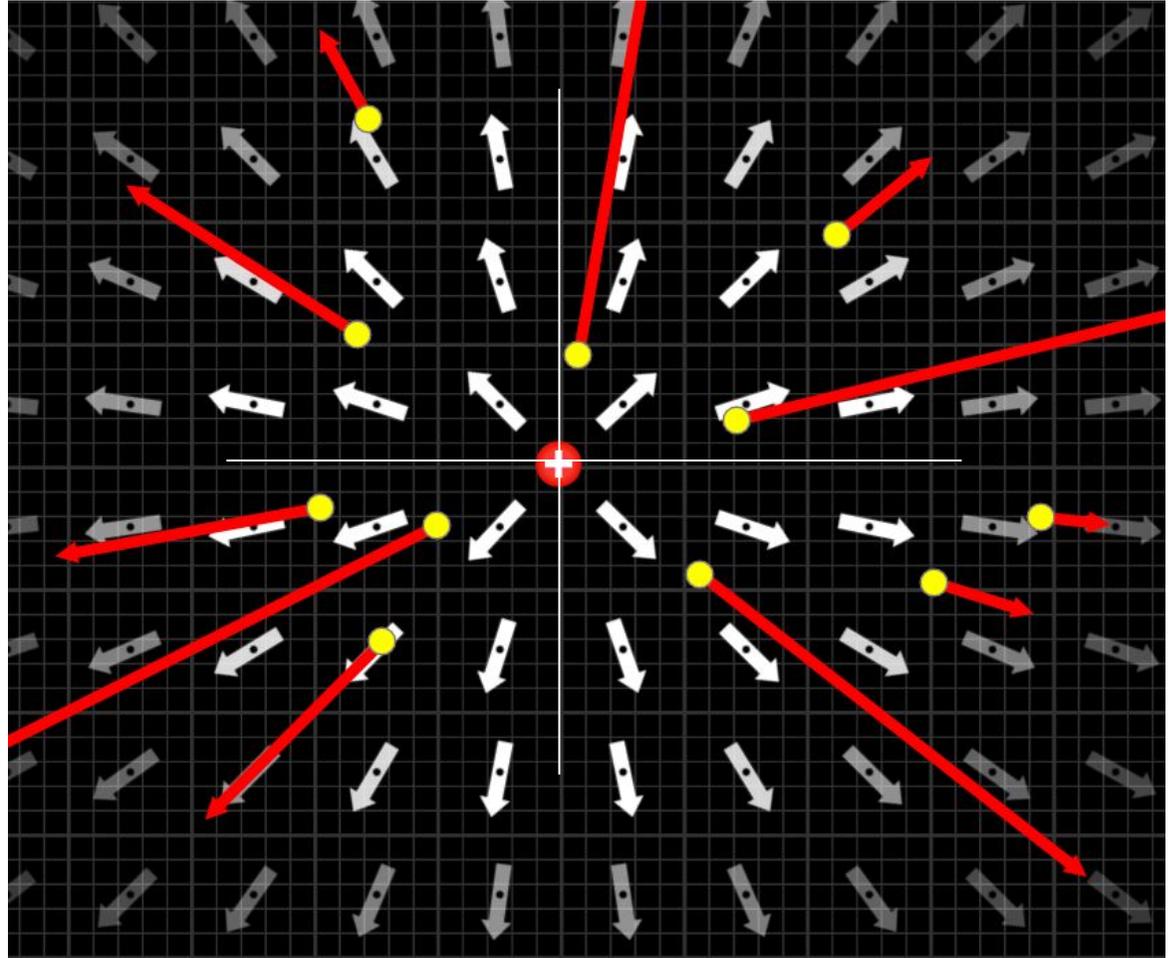
$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$



Representaciones del campo electrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

A cada punto del espacio le asigno un vector...como puedo **visualizar** esto?

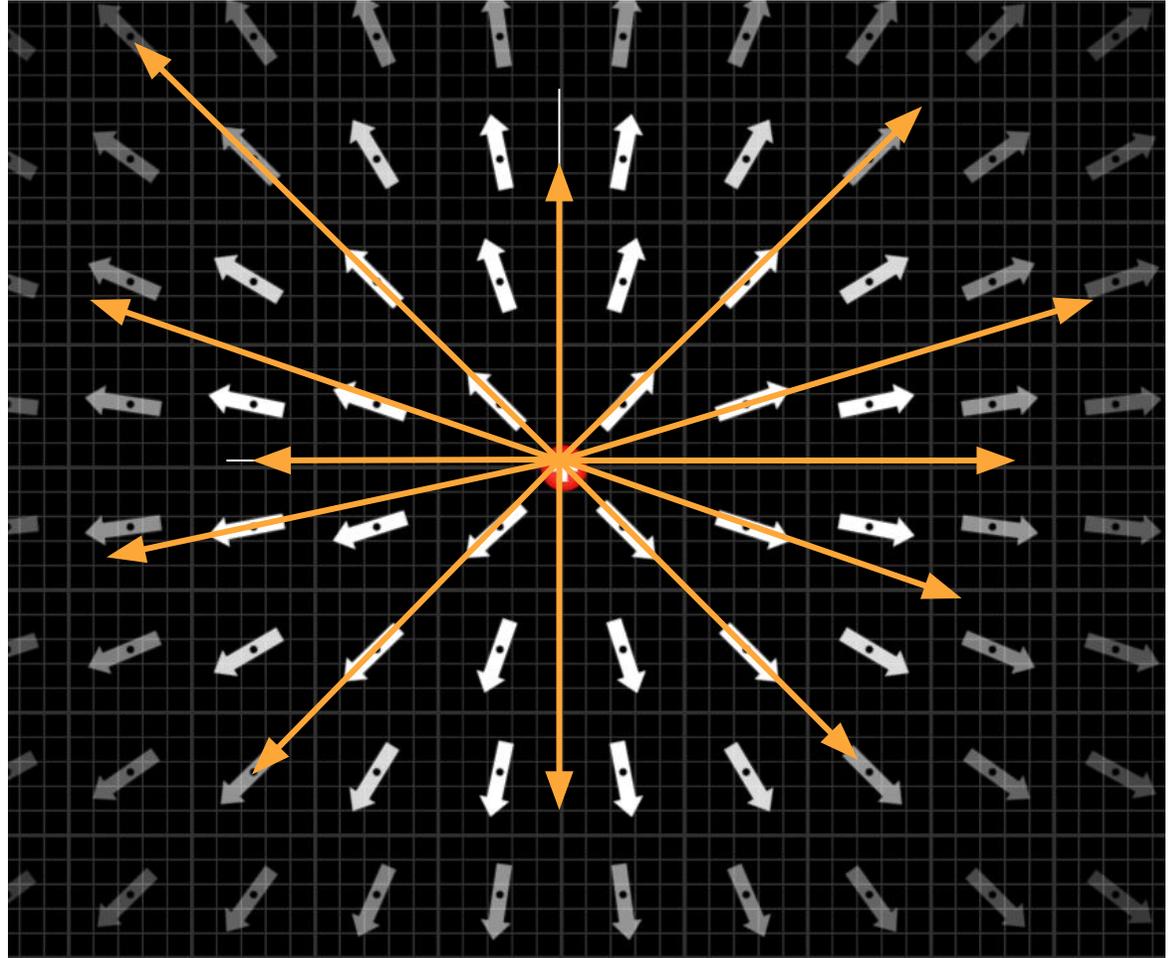


Lineas de campo: carga puntual **positiva** en el origen

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

A cada punto del espacio le asigno un vector...como puedo visualizar esto?

Las **lineas de campo** son lineas que, en cada punto del espacio, son **tangentes** al campo electrico.



Lineas de campo: carga puntual **positiva** en el origen

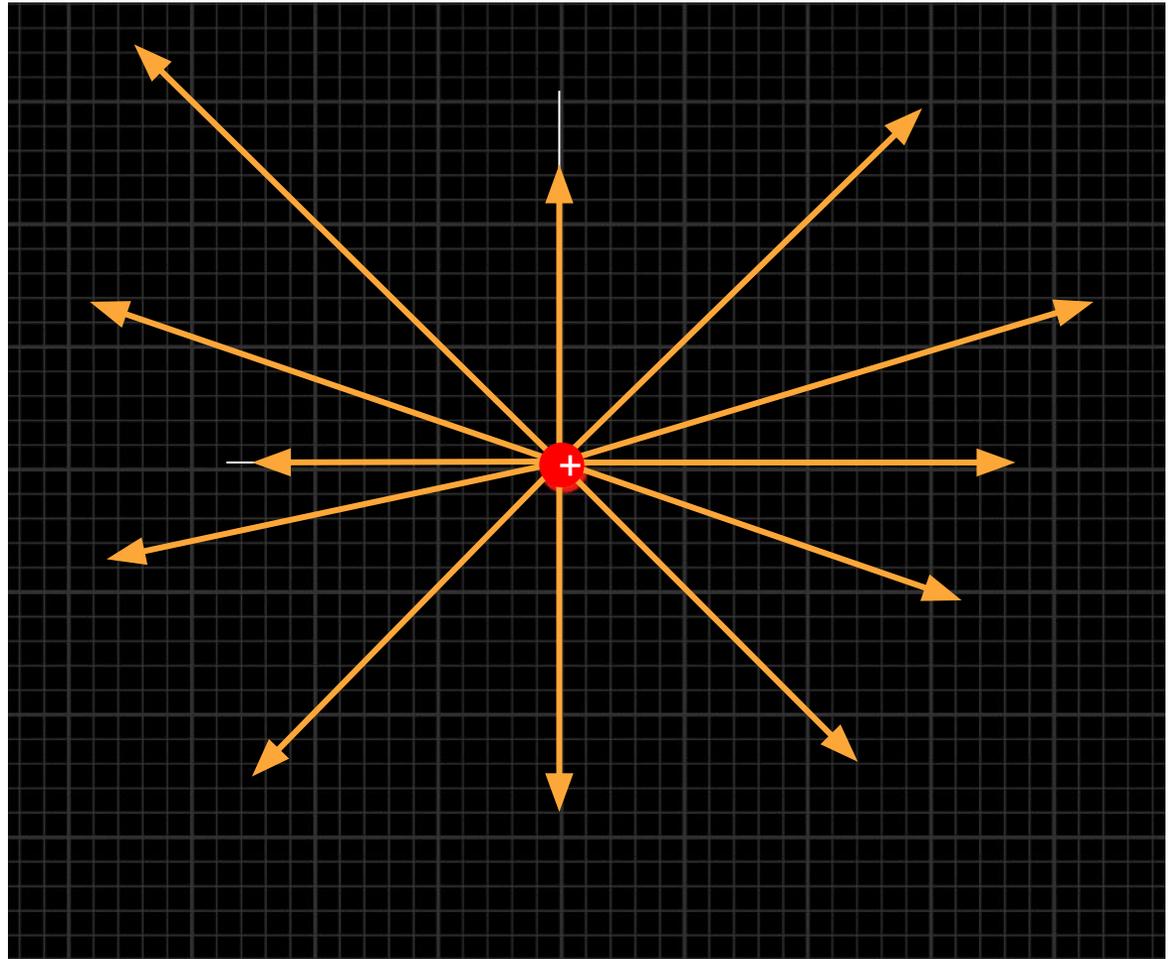
$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

A cada punto del espacio le asigno un vector... como puedo visualizar esto?

Las **lineas de campo** son lineas que, en cada punto del espacio, son **tangentes** al campo electrico.

Notar:

- Lineas parecen **crearse y diverger** desde la carga fuente positiva.
- Si bien cada linea pierde informacion de intensidad de E, las zonas de **mayor densidad** de lineas se corresponden con **mayor intensidad** del campo



Lineas de campo: carga puntual **negativa** en el origen

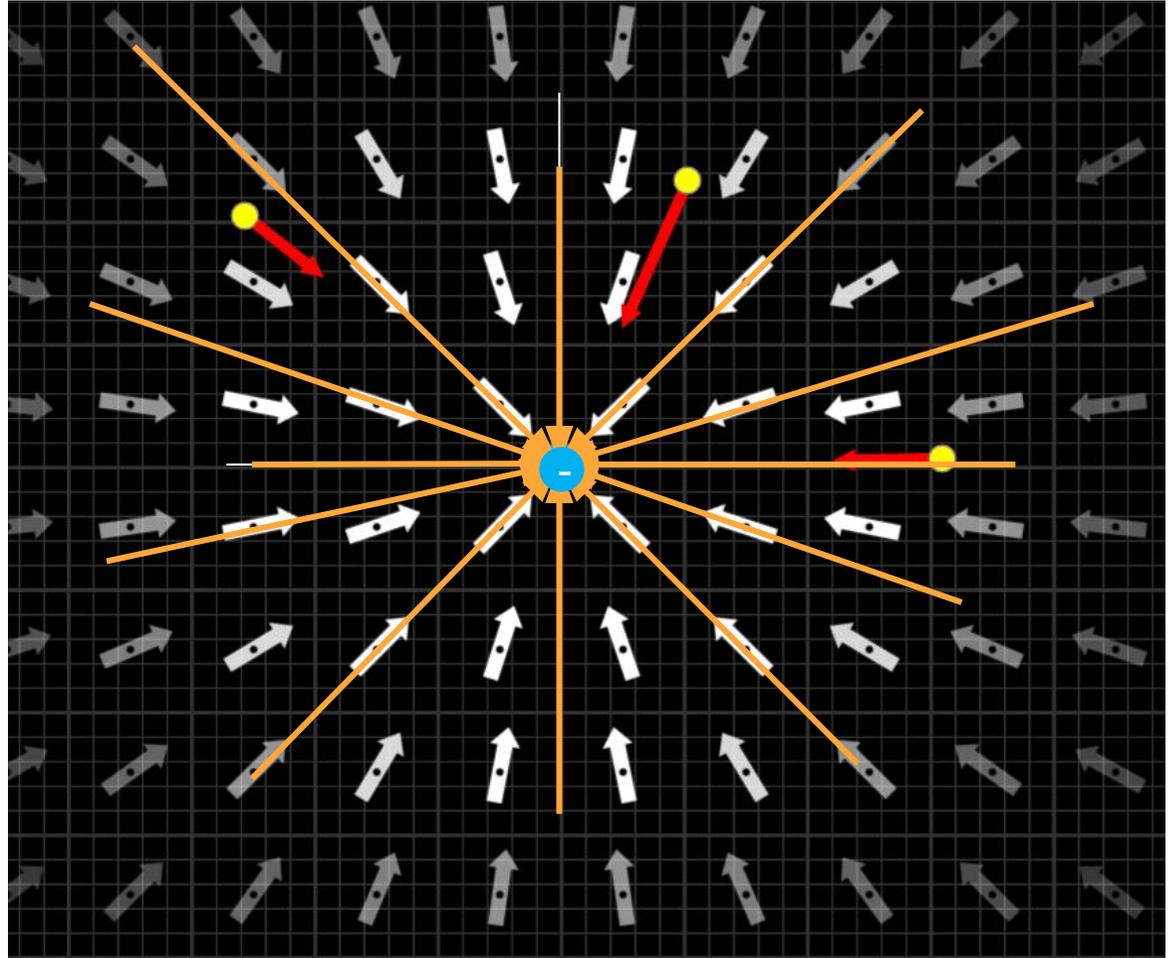
$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = k \frac{q'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

A cada punto del espacio le asigno un vector...como puedo visualizar esto?

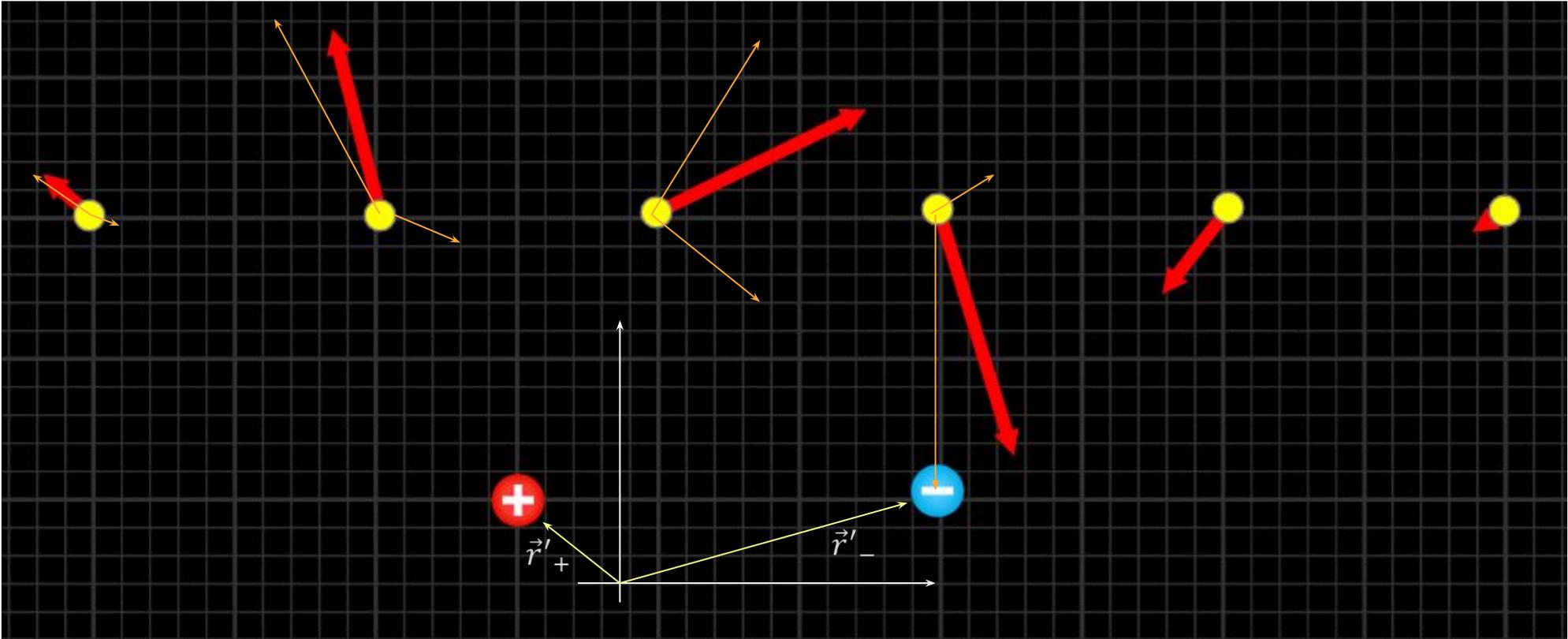
Las **lineas de campo** son lineas que, en cada punto del espacio, son **tangentes** al campo electrico.

Notar:

- Lineas parecen **converger y desaparecer** en la carga fuente negativa.
- Si bien cada linea pierde informacion de intensidad de E, las zonas de **mayor densidad** de lineas se corresponden con **mayor intensidad** del campo



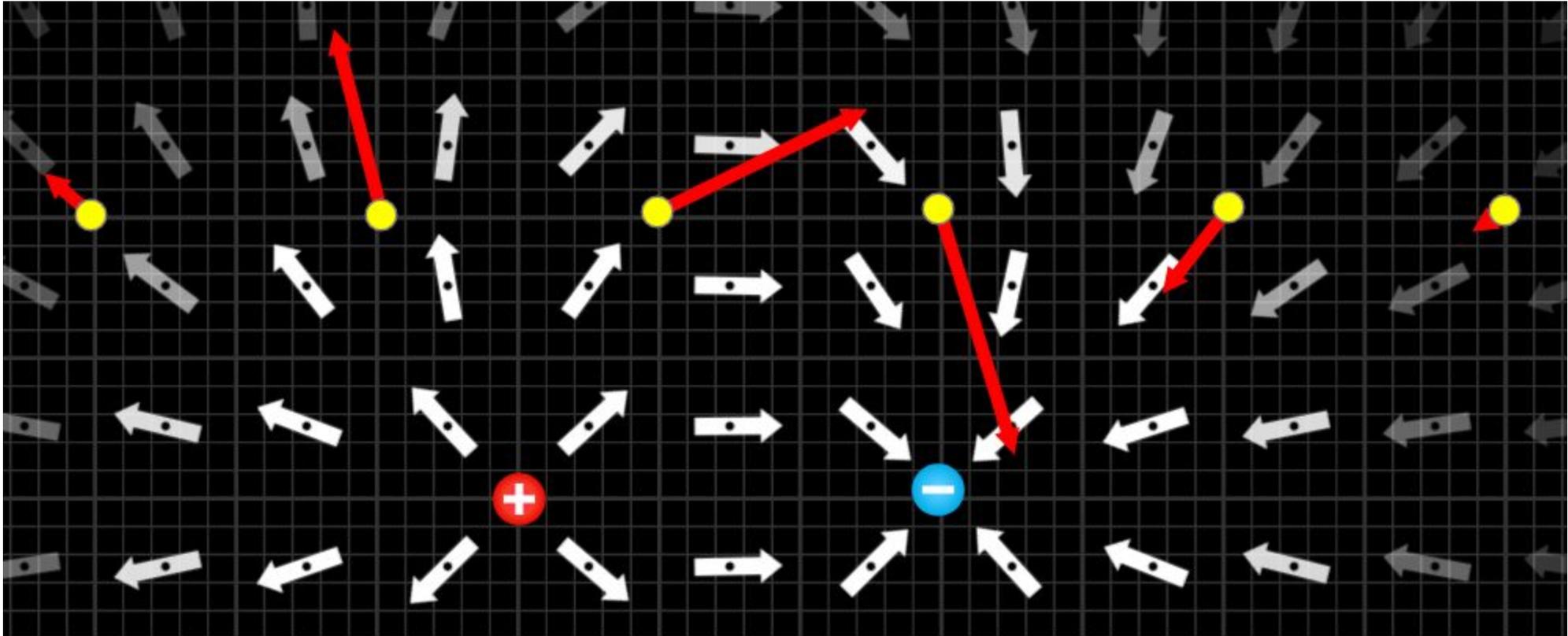
2 cargas, 2



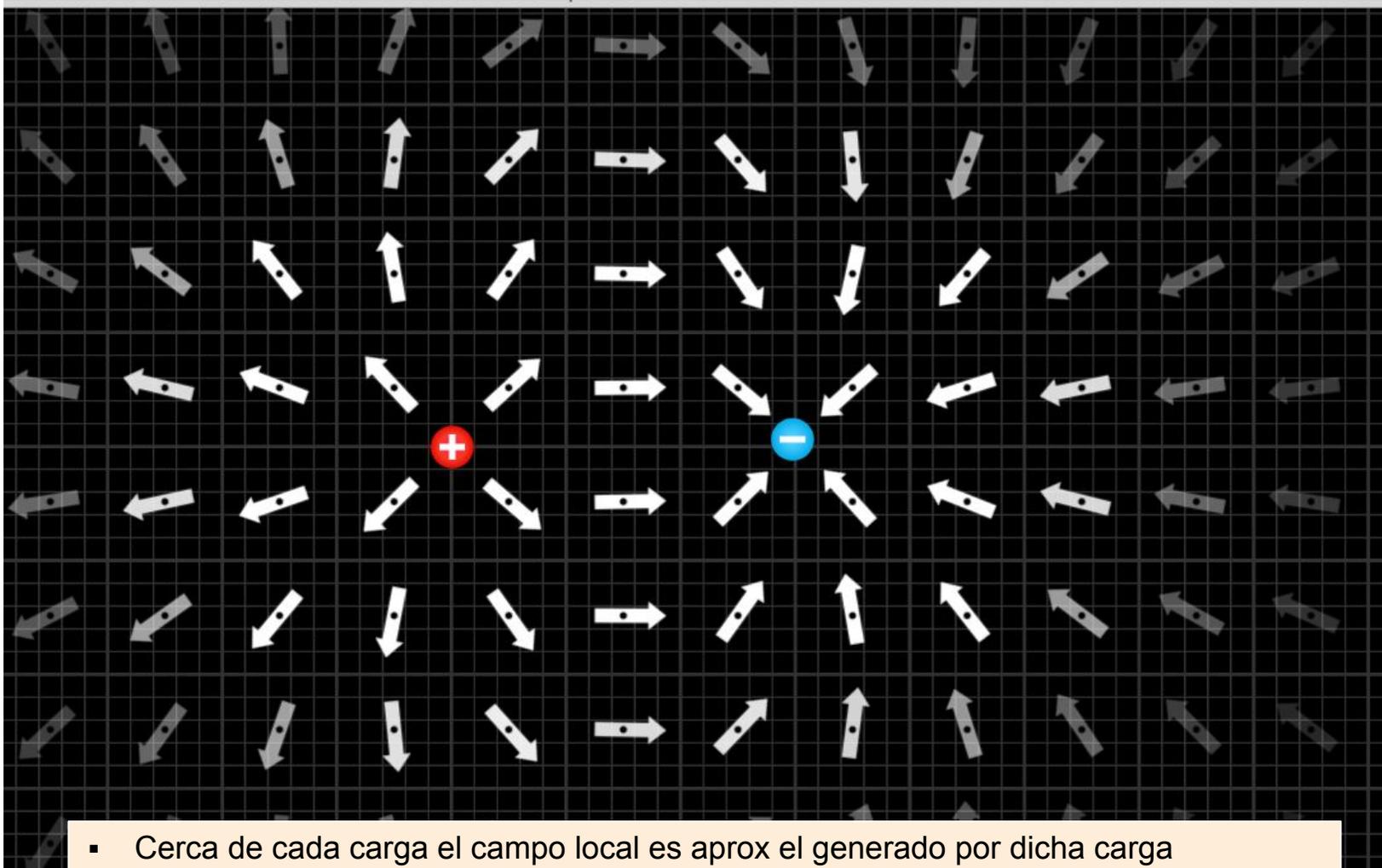
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$\vec{E}_\pm(\vec{r}) = k \frac{q'_\pm}{|\vec{r} - \vec{r}'_\pm|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_\pm)$$

2 cargas 2

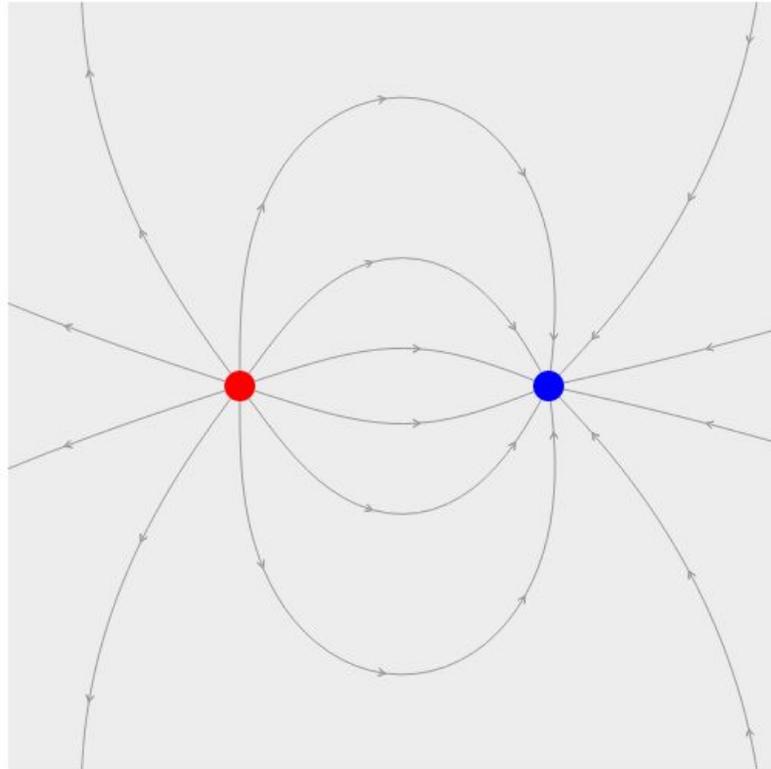


Lineas de campo: 2 cargas



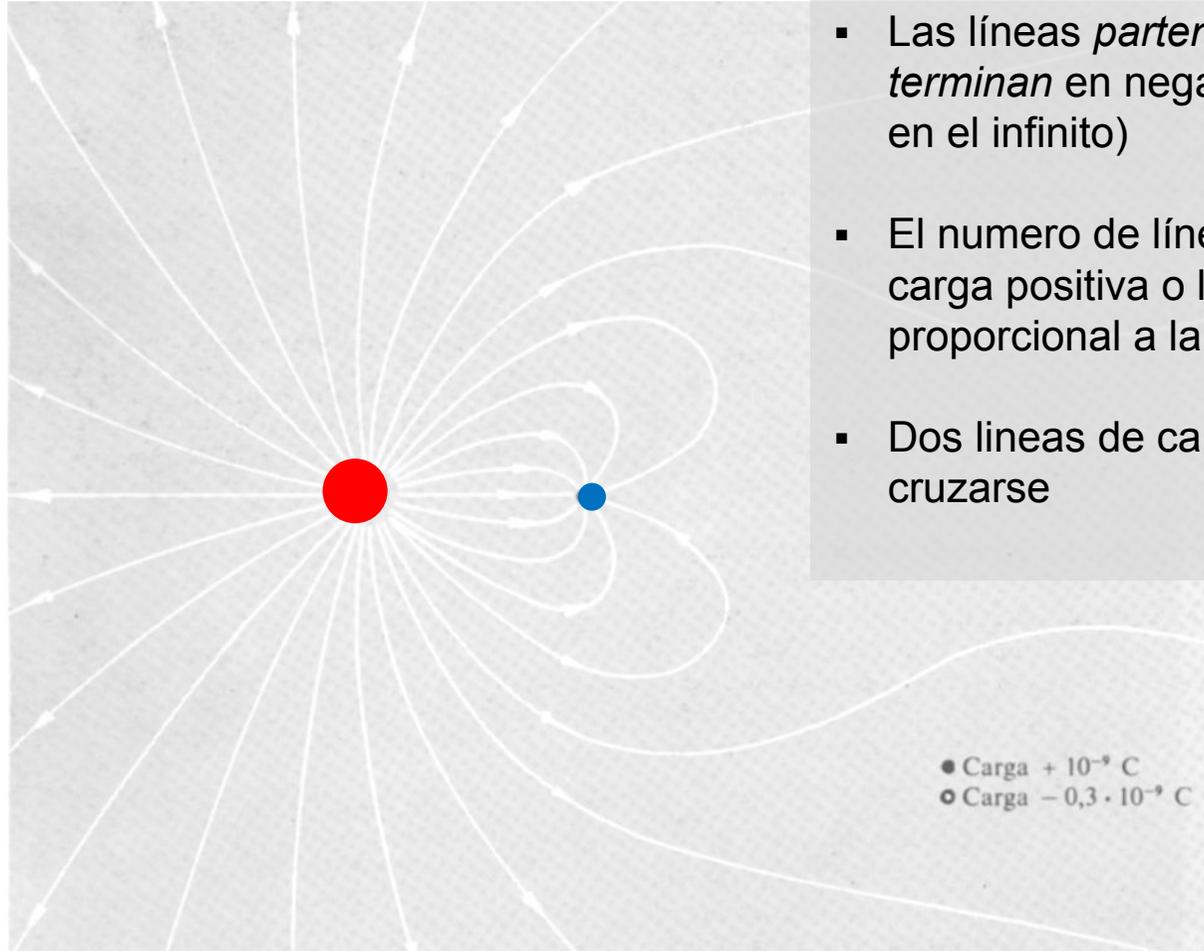
- Cerca de cada carga el campo local es aprox el generado por dicha carga
- Las líneas de campo respetan la simetría de las fuentes

Lineas de campo: 2 cargas



- Cerca de cada carga el campo local es aprox el generado por dicha carga
- Las líneas de campo respetan la simetría de las fuentes

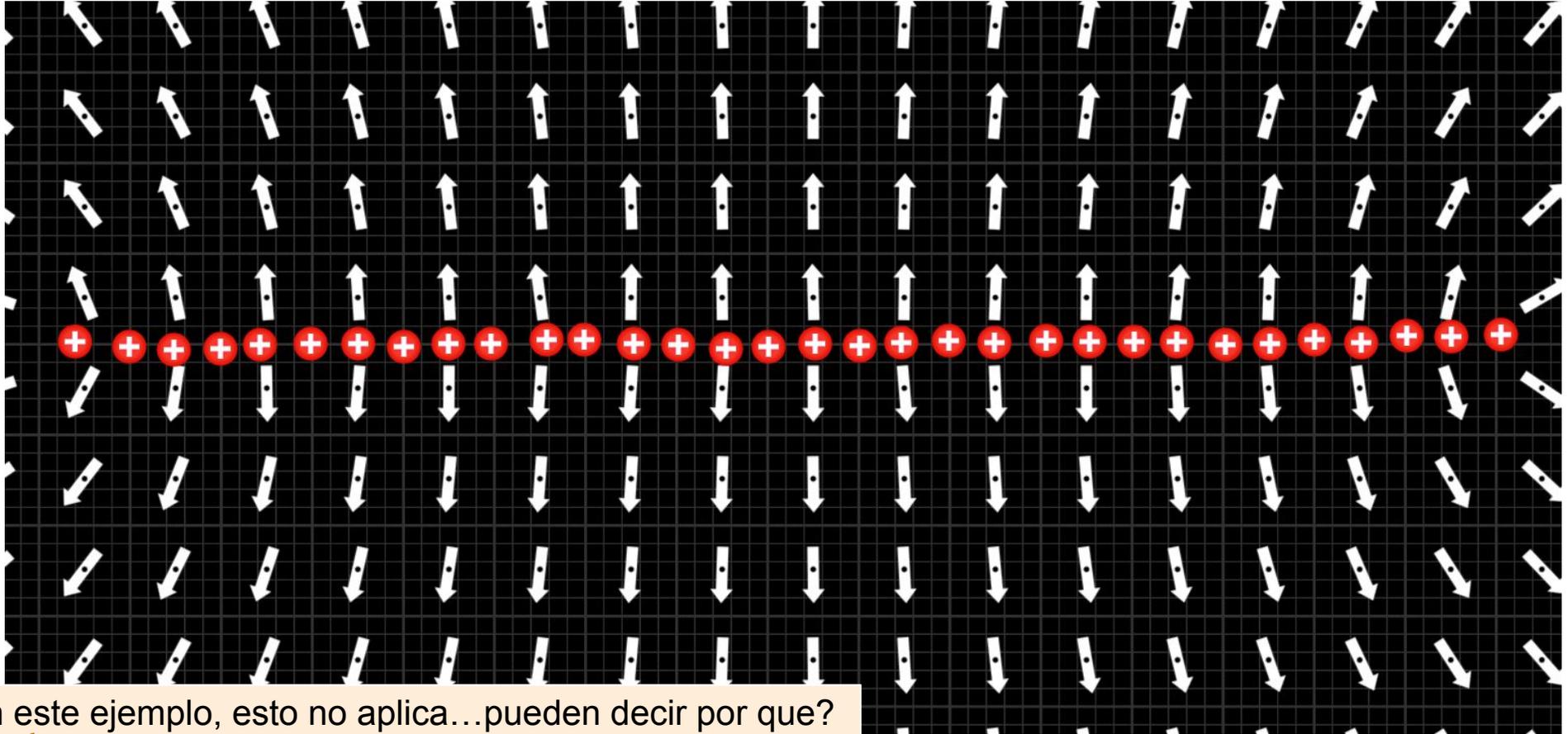
Lineas de campo: 2 cargas



- Las líneas *parten* de cargas positivas y *terminan* en negativas (o eventualmente en el infinito)
- El número de líneas que parten de la carga positiva o llegan a la negativa es proporcional a la magnitud de la carga
- Dos líneas de campo no pueden cruzarse

- Cerca de cada carga el campo local es aprox el generado por dicha carga
- Las líneas de campo respetan la simetría de las fuentes

Lineas de campo: 'hilo' cargado



En este ejemplo, esto no aplica... pueden decir por que?

- ~~Cerca de cada carga el campo local es aprox el generado por dicha carga~~
- Las líneas de campo respetan la simetría de las fuentes

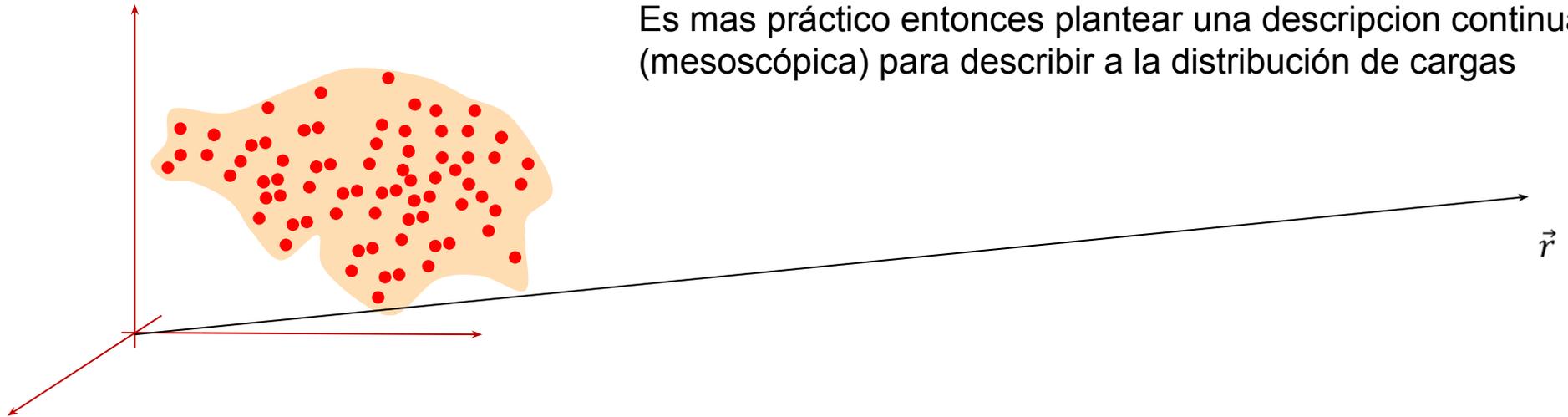
Distribuciones continuas de carga

- Los objetos físicos *portadores de cargas* son en última instancia **objetos discretos**. Sin embargo muchas veces **es ventajoso** pensar en **distribuciones continuas de carga**

Depende de cuál sea la descripción que interese elaborar.

Por ejemplo... interesa estimar el campo electrico para $\vec{r} \gg \text{dist típica entre cargas fuentes}$

Es mas práctico entonces plantear una descripción continua (mesoscópica) para describir a la distribución de cargas

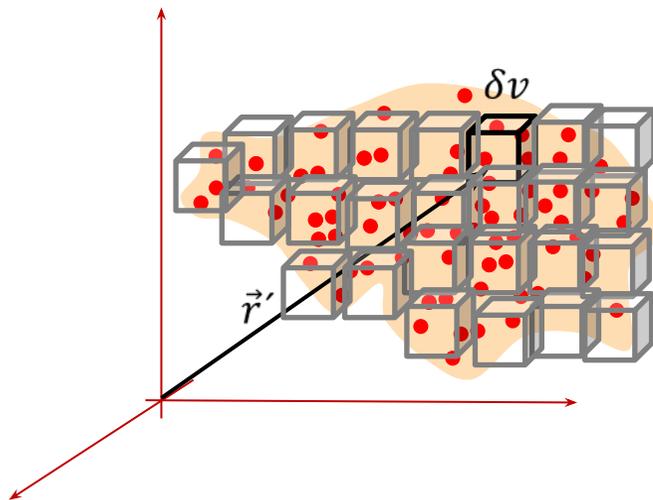


Distribuciones continuas de carga

- Los objetos físicos *portadores de cargas* son en última instancia **objetos discretos**. Sin embargo muchas veces **es ventajoso** pensar en **distribuciones continuas de carga**

Depende de cuál sea la descripción que interese elaborar.

Por ejemplo... interesa estimar el campo electrico para $\vec{r} \gg \text{dist típica entre cargas fuentes}$



Es mas práctico entonces plantear una descripción continua (mesoscópica) para describir a la distribución de cargas

Se consigna cuanta **carga por unidad de volumen** se encuentra dentro de un volumen δv centrado en \vec{r}'

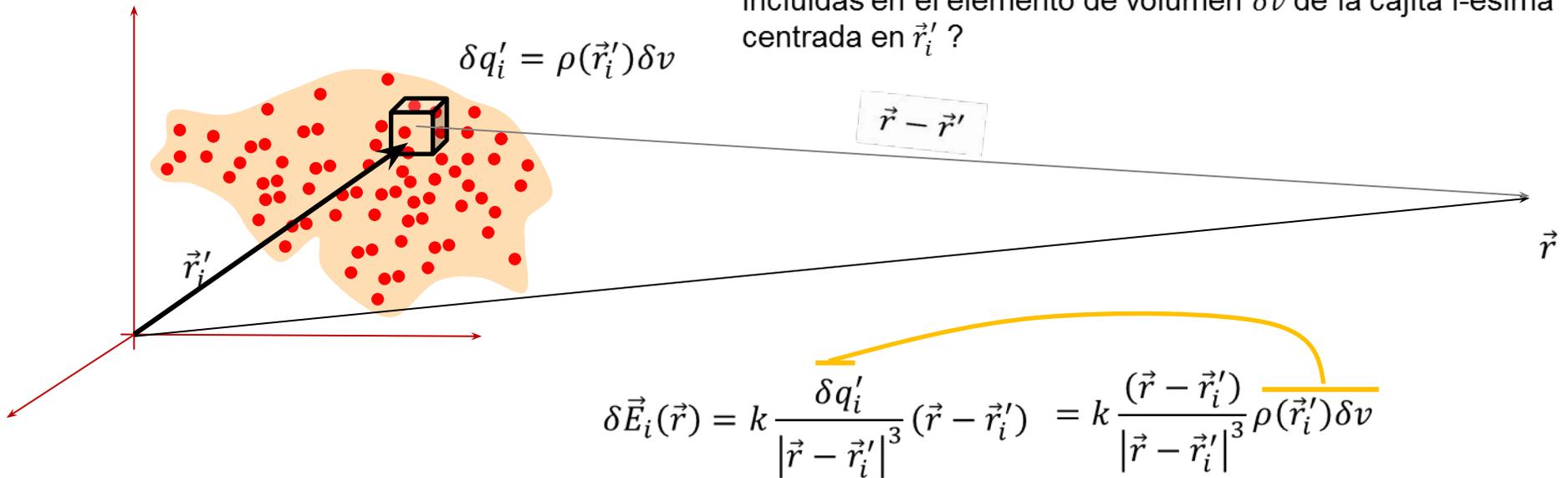
diferencial físico
 $0 \ll \delta v \ll \mathcal{O}(1)$

$$\rho(\vec{r}') = \frac{\delta q'}{\delta v}$$

Descripción continua de la distribución de fuentes

Campo producido por distribuciones continuas de carga

Cuál es la contribución al campo $\vec{E}(\vec{r})$ de las fuentes incluidas en el elemento de volumen δv de la cajita i -ésima centrada en \vec{r}'_i ?

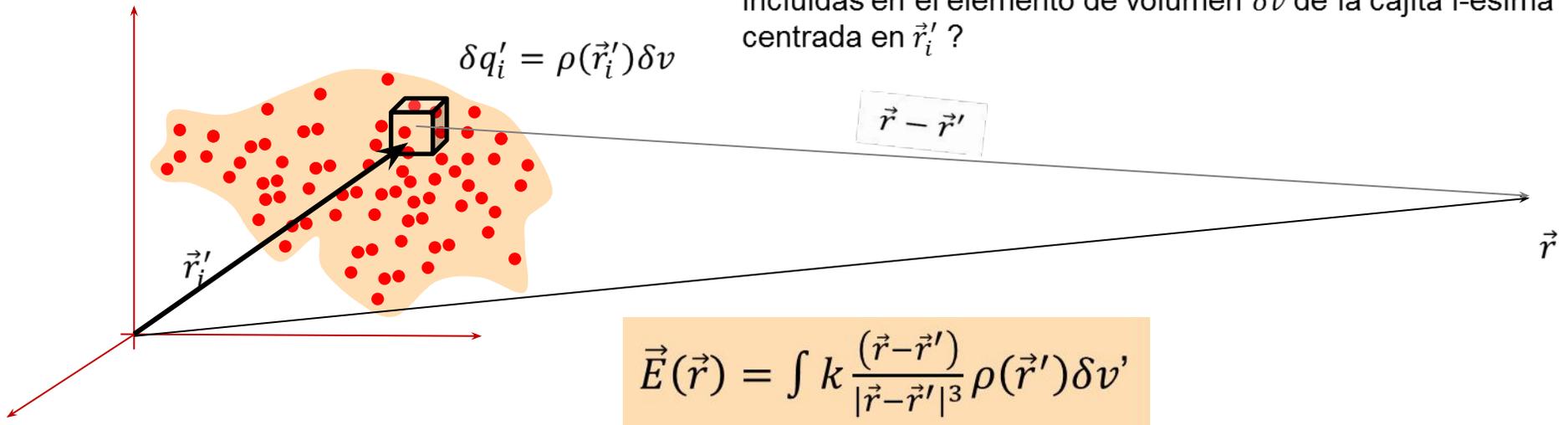


El campo eléctrico **total** resulta de sumar la contribución de las cargas de todas las cajitas

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \delta \vec{E}_i(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \rho(\vec{r}'_i) \delta v \quad \xrightarrow[0 < \delta v \ll 1]{N \rightarrow \infty} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \int k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') \delta v'$$

Campo producido por distribuciones continuas de carga

Cuál es la contribución al campo $\vec{E}(\vec{r})$ de las fuentes incluidas en el elemento de volumen δv de la cajita i -ésima centrada en \vec{r}'_i ?



- Cada $\delta v'$ contribuye al campo total
- El resultado es la suma de todas esas contribuciones
- El campo se calcula como una integral en volumen sobre las *variables fuente*
- Toda la información sobre las fuentes está contenida en $\rho(\vec{r}')$

Campo producido por distribuciones continuas de carga

densidad de carga en volumen

$\delta q'_i = \rho(\vec{r}'_i) \delta v$

$\vec{E}(\vec{r}) = \iiint k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') \delta v'$

densidad de carga superficial

$\delta q'_i = \sigma(\vec{r}'_i) \delta s$

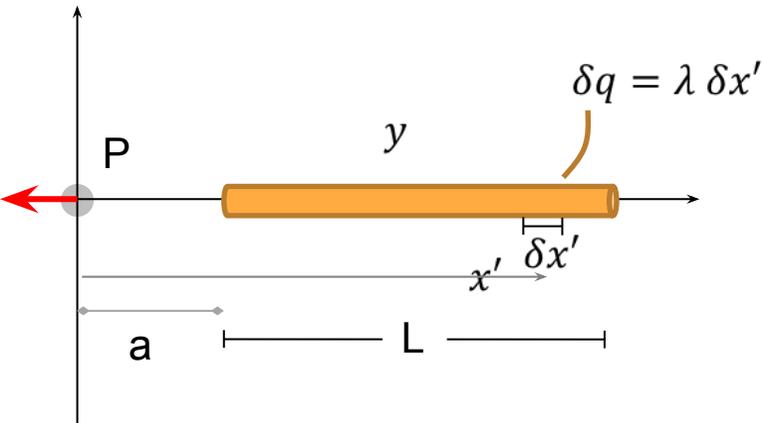
$\vec{E}(\vec{r}) = \iint k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \sigma(\vec{r}') \delta s'$

densidad de carga lineal

$\delta q'_i = \lambda(\vec{r}'_i) \delta x'$

$\vec{E}(\vec{r}) = \int k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \lambda(\vec{r}') \delta x'$

Campo sobre el eje de una distribución de carga **lineal**



$$\delta \vec{E}_i(\vec{r}) = k \frac{\delta q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i) = k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \lambda(x'_i) \delta x'$$

$$= k \frac{(-x'_i)}{|x'_i|^3} \lambda \delta x' \hat{x} = -k \lambda \frac{\text{sign}(x'_i)}{(x'_i)^2} \delta x' \hat{x}$$

$$\text{sign}(x'_i) = \frac{x'_i}{|x'_i|}$$

$$\vec{r} = 0$$

$$\vec{r}'_i = x'_i \hat{x}$$

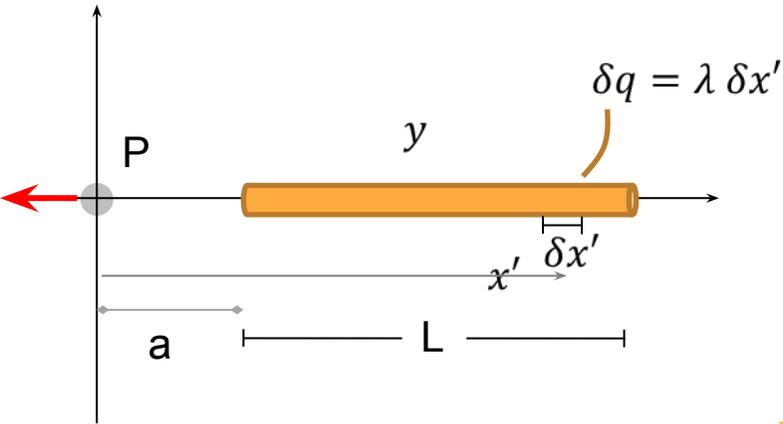
$$\lambda(x'_i) = \lambda$$

$$\vec{E}_P = -k \lambda \int_a^{a+L} \frac{\text{sign}(x')}{(x')^2} \delta x' \hat{x} = -k \lambda \int_a^{a+L} \frac{1}{(x')^2} \delta x' \hat{x}$$

$$= -k \lambda \left[-\frac{1}{x'} \right]_a^{a+L} \hat{x} = k \lambda \left[\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a} \right] \hat{x} = k \lambda \left[\frac{a - (a+L)}{(a+L)a} \right] \hat{x}$$

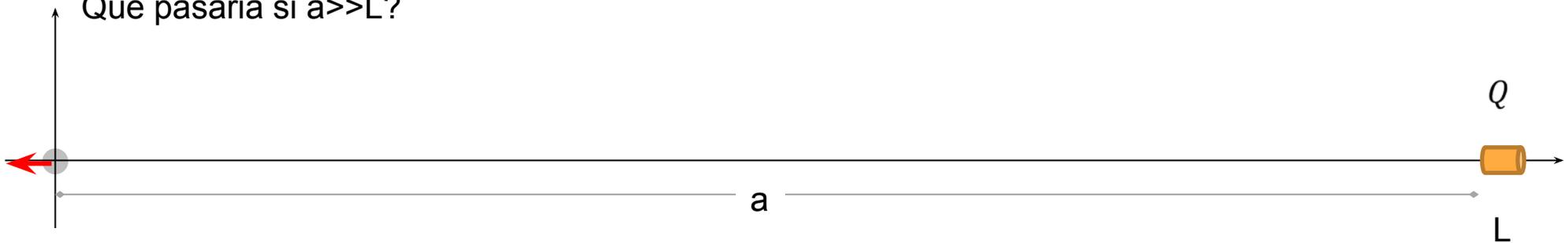
$$\vec{E}_P = -k \frac{\lambda L}{(a+L)a} \hat{x}$$

Campo sobre el eje de una distribución de carga **lineal**



$$\vec{E}_P = -k \frac{\lambda L}{(a+L)a} \hat{x} = -k \frac{Q}{(a+L)a} \hat{x}$$

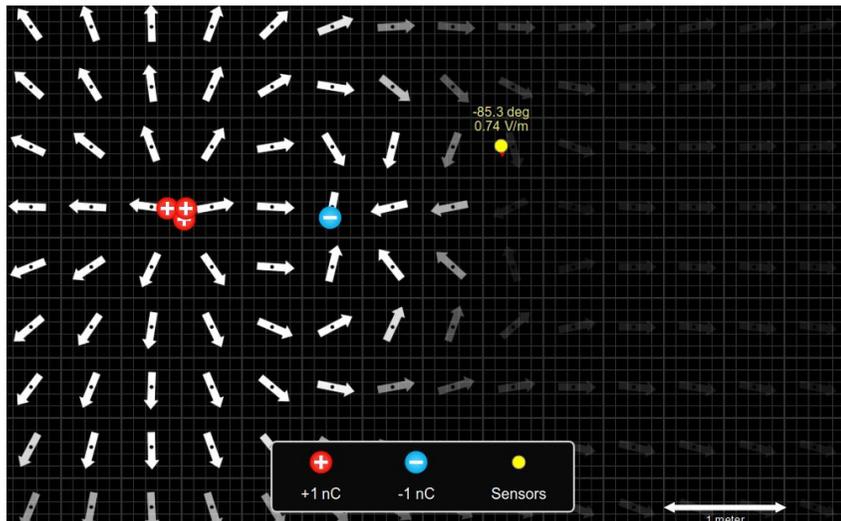
Que pasaria si $a \gg L$?



$$\vec{E}_P = -k \frac{Q}{(a+L)a} \hat{x} = -k \frac{Q}{a^2 \left(1 + \frac{L}{a}\right)} \hat{x} \sim -k \frac{Q}{a^2} \hat{x}$$

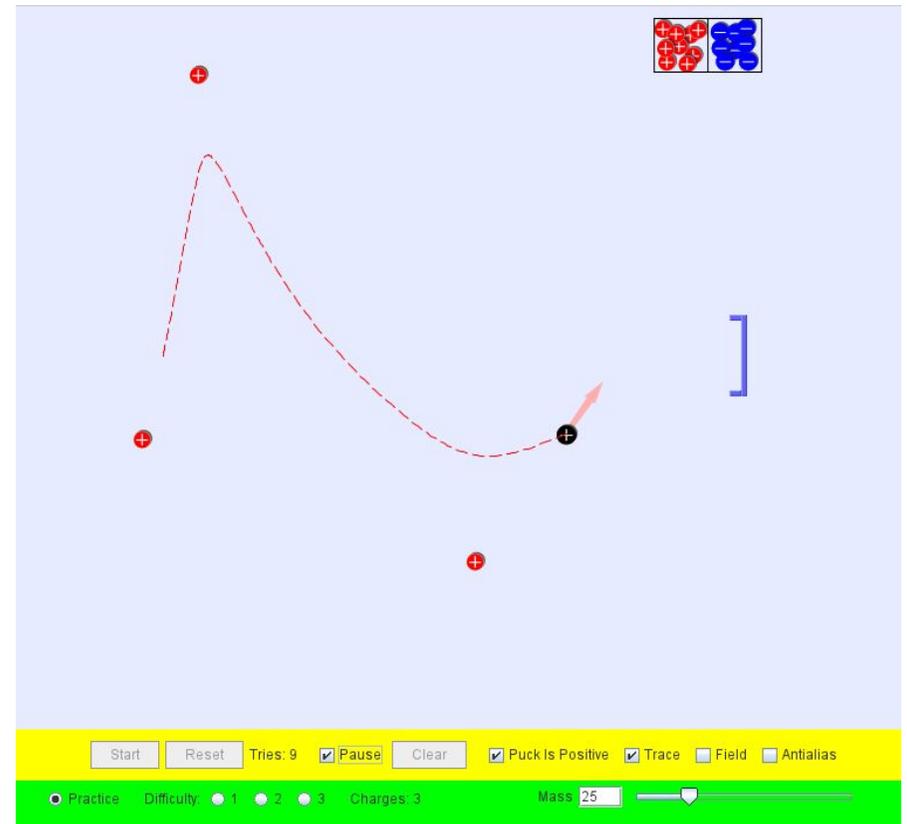
Animemosnos

- Phet charges-and-fields
- Desafio electric-hockey

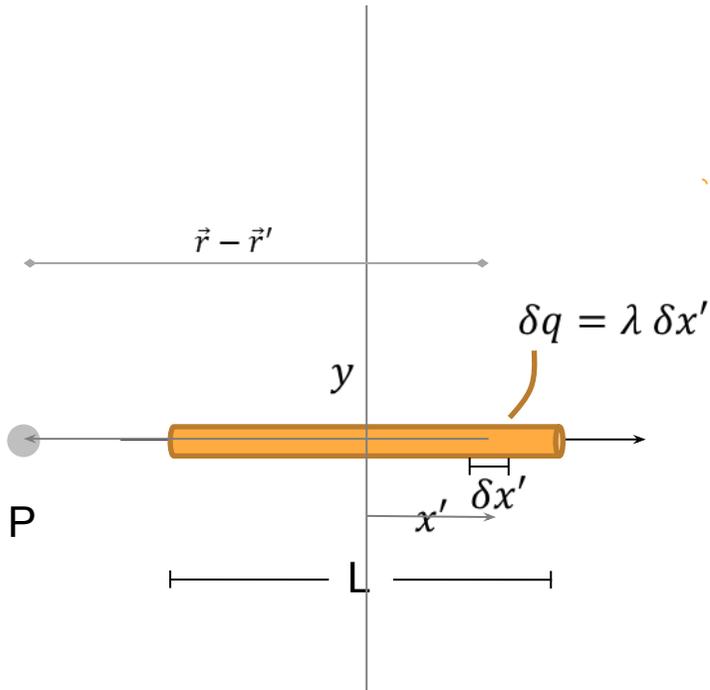


<https://phet.colorado.edu/en/simulation/charges-and-fields>

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/electric-hockey>



Campo sobre el eje de una distribución de carga **lineal**



$$\delta \vec{E}_i(\vec{r}) = k \frac{\delta q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i) = k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \lambda(x'_i) \delta x'$$

$$\vec{r} = x \hat{x}$$

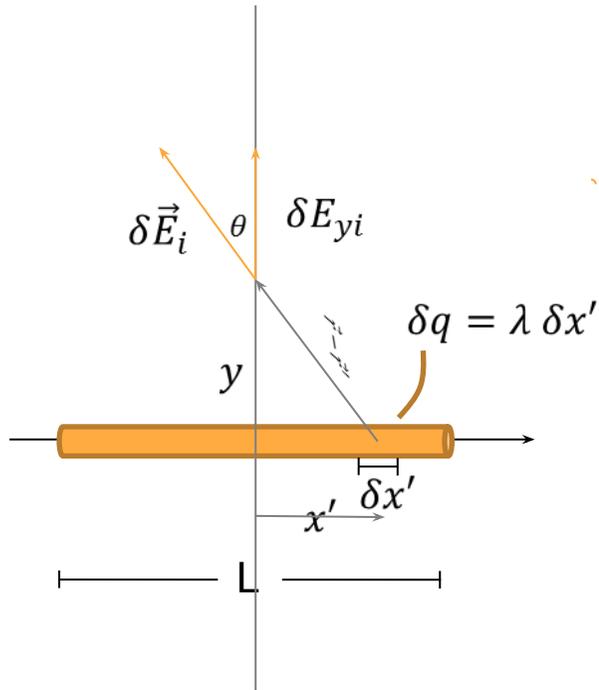
$$\vec{r}'_i = x'_i \hat{x}$$

$$= k \frac{(x - x'_i)}{|x - x'_i|^3} \lambda(x'_i) \delta x' \hat{x}$$

$$\delta \vec{E}_i(x) = \frac{k \lambda}{(x - x'_i)^2} \delta x' \hat{x}$$

$$\vec{E}(x) = k \lambda \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{(x - x')^2} \delta x' \hat{x} = k \lambda \left[\frac{1}{x - x'} \right]_{-L/2}^{L/2} \hat{x}$$

Campo sobre el eje de una distribución de carga **lineal**



$$\delta \vec{E}_i(\vec{r}) = k \frac{\delta q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i)$$

$$\delta E_{yi}(\vec{r}) = \delta E_i(\vec{r}) \cos \theta = \delta E_i \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y^2}}$$

$$\vec{r}'_i = x'_i \hat{x}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'_i| = \sqrt{x'^2 + y^2}$$

$$= k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \lambda(\vec{r}'_i) \delta x'$$