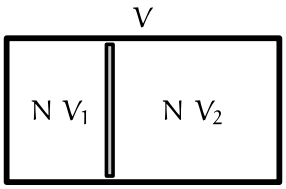
Física Teórica 3 — primer cuatrimestre de 2025
Segundo parcial (7/7)*

■ **Problema 1**. Un recipiente de volumen constante V está dividido en dos compartimientos mediante un tabique móvil y conductor del calor. Los compartimientos tienen volúmenes variables V_1 y V_2. En el primer compartimiento, hay N bosones de espín s_1, mientras que en el segundo, hay N bosones de espín $s_2 > s_1$. Las degeneraciones son g_1 y g_2. Las dos clases de partículas tienen la misma masa m. El sistema está a temperatura T. Los dos gases están en el límite termodinámico. La idea es describir el comportamiento de la fracción V_1/V_2 como función de T.



a) Calcule V_1/V_2 a temperaturas lo suficientemente altas como para que valga el régimen clásico. Dé las condiciones para la validez del resultado.

b) Para una temperatura T lo suficientemente alta como para que no haya condensados, encuentre el sistema de dos ecuaciones que permite calcular V_1/V_2 para un valor dado de alguna de las fugacidades, y diga cómo se relaciona dicha fugacidad con T.

c) Calcule la primera corrección cuántica al resultado del ítem a).

d) Imagine ahora que se parte del régimen clásico y se hace descender la temperatura muy lentamente. Diga qué gas condensa primero y dé un sistema de dos ecuaciones que permita calcular V_1/V_2 en la correspondiente temperatura crítica.

e) Describa cómo evoluciona el sistema si se sigue bajando T a partir de la primera transición de fase. Muestre que, antes de que condense el segundo gas, el tabique llega hasta una de las paredes, cuando T es aún finita, y explique cómo es posible.

f) Explique qué sucede si luego se sigue bajando la temperatura hasta $T = 0$, y, en particular, indique si el sistema atraviesa una segunda transición de fase.

■ **Problema 2**. Considere un gas de electrones como un gas ideal de fermiones de espín $\frac{1}{2}$. Existe una reacción $e^- + e^- \rightleftharpoons B$ que permite que los electrones se combinen de a pares, formando partículas bosónicas. Estas partículas tienen espín cero y masa $m_B = 2m_e$, de manera que la masa total Nm_e se conserva. Los dos gases se encuentran en equilibrio a temperatura T en un recipiente de volumen V.

a) Utilizando la condición de equilibrio químico $2\mu_e = \mu_B$, muestre que, en el régimen clásico, el número de electrones es mucho mayor que el número de bosones.

b) Muestre que a $T = 0$ sucede lo contrario: el sistema es puramente bosónico.

c) Muestre que hay una transición de fase y determine la temperatura crítica $T^{(c)}$: i) en términos sólo de la energía de Fermi correspondiente a la densidad del sistema, y ii) sólo en términos de la temperatura crítica del gas de Bose a la misma densidad.

■ **Problema 3**. Los espines de una cadena de Ising abierta de longitud N tienen momento magnético μ y constante de acoplamiento J. **Sólo** sobre el primer espín actúa un campo externo B. Se definen $K = \beta J$ y $b = \beta\mu B$. Encuentre el valor medio de s_j. *Ayuda*: no es necesario escribir ninguna matriz; si $s = \pm 1$, $\cosh Ks = \cosh K$ y $\sinh Ks = s \sinh K$.

*nico.koven@gmail.com, zanellaj@df.uba.ar