Física Teórica 3 — segundo cuatrimestre de 2025

Primer recuperatorio - 12/12*

■ **Problema 1**. Un gas reticular de n partículas ocupa un volumen V particionado en N celdas de volumen v. La concentración de partículas es $c = n/N$. Cada celda puede tener como máximo dos partículas. Una celda vacía o una celda con una sola partícula tienen energía cero. Cuando una celda tiene dos partículas, estas se comportan como un oscilador armónico cuántico, con un espectro no degenerado de energías $\ell\hbar\omega$, con $\ell = 0, 1, 2, \ldots$

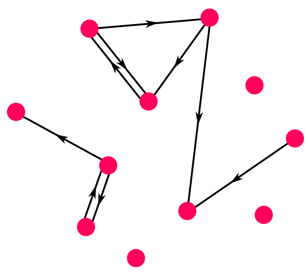
a) Calcule la función de partición gran canónica del sistema.

b) Escriba la energía y la presión como funciones de β y z.

c) Encuentre la relación entre c, β y z.

d) Calcule la energía por partícula y la presión como funciones de T y c en el régimen de bajas concentraciones, conservando términos de hasta orden c^2.

■ **Problema 2**. En un grafo dirigido de k vértices, cada arista tiene asociada una dirección. Puede haber hasta dos aristas entre cada par de vértices, una en cada dirección. Para denotar la arista que va desde el vértice i hasta el vértice j se usa la notación (i, j). La figura muestra un ejemplo de este tipo de grafos. Las flechas indican la dirección de cada arista. La arista (i, j) es ascendente si $j > i$, y descendente si $j < i$.



En el modelo estadístico de estos grafos, la unidad fundamental son los pares de vértices. Dados dos vértices i y j, si la arista (i, j) pertenece al grafo, su contribución a la energía del grafo es $\epsilon \pm \epsilon_0$, donde el signo más corresponde al caso $j < i$ y el signo menos al caso $j > i$. Es decir, si $\epsilon_0 > 0$, se favorece a las aristas ascendentes.

a) ¿Cuántas aristas ascendentes hay? ¿Cuántas descendentes? Es decir, los números máximos de aristas de cada tipo que pueden pertenecer al grafo.

b) Encuentre la función de partición canónica del grafo.

c) ¿Cuáles son los números medios de aristas descendentes y ascendentes?

*leandrofernandez671@gmail.com, zanellaj@df.uba.ar

■ **Problema 3**. Un gas de partículas libres (es decir, no hay choques entre las partículas) ocupa todo el espacio, salvo por una región esférica de radio a centrada en el origen. Esta región se mantiene aislada mediante una pared. El gas está en equilibrio, con densidad de partículas n_0 y temperatura T. La masa de las partículas es m. En el instante $t = 0$, se elimina la pared, de manera que el gas puede expandirse por todo el espacio.

a) Encuentre $n(t)$, la densidad de partículas en el origen como función del tiempo. El resultado debe quedar expresado en términos de la función complementaria del error,

$$\mathrm{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty dw\, e^{-w^2}. \tag{1}$$

b) Encuentre $\epsilon(t)$, la densidad de energía en el origen como función del tiempo.

c) ¿Cuál es la escala de tiempo característica?

d) Encuentre expresiones aproximadas para n, ϵ y $\bar{\epsilon} = \epsilon/n$ para tiempos largos.

e) Encuentre expresiones aproximadas para n, ϵ y $\bar{\epsilon} = \epsilon/n$ para tiempos cortos.

Fórmulas útiles: $\mathrm{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} + \ldots\right)$, $\quad \mathrm{erfc}(x) = \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}\,x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \mathcal{O}(x^{-4})\right]$.