Física Teórica 3 — segundo cuatrimestre de 2025

Segundo recuperatorio - 17/12*

■ **Problema 1**. Dentro de un recipiente de volumen V hay dos especies de partículas bosónicas en equilibrio. Las partículas de la especie A tienen espín cero y masa $m_A = m$. Las de la especie B tienen espín cero y masa $m_B = m/R$, donde R es un entero mayor o igual que 2. La masa total es Nm. Hay una reacción entre las dos especies:

$$\underbrace{B + \ldots + B}_{R} \rightleftharpoons A.$$

a) Muestre que, para una densidad de masa fija, hay una temperatura crítica T_c por debajo de la cual las dos especies de partículas tienen una fase condensada.

b) Compare esta temperatura con las temperaturas críticas de cada gas considerado separadamente y a la misma densidad de masa.

c) Por debajo de la temperatura crítica, ¿qué fracción de la masa de la fase condensada corresponde a cada especie de partícula?

Fórmula útil: $\displaystyle\sum_{j=0}^{n} x^j = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$.

■ **Problema 2**. Un gas de N fermiones relativistas está confinado en una superficie de área $\mathcal{A}$. La masa de los fermiones es m y tienen espín s. Fijando el cero de la energía en $\mathbf{p} = 0$, la relación de dispersión de las partículas es $\epsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\epsilon_0^2 + (pc)^2} - \epsilon_0$, donde $\epsilon_0 = mc^2$.

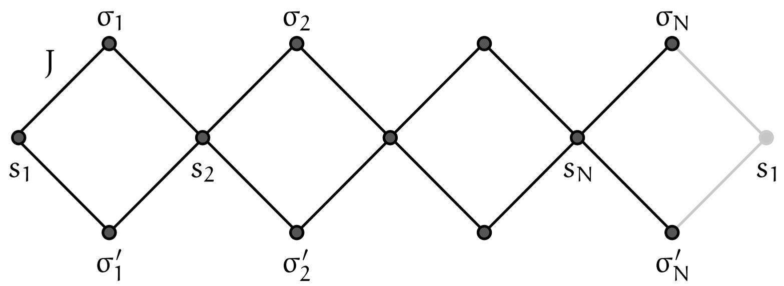
a) Escriba el logaritmo de la función de partición gran canónica en términos de las funciones de Fermi–Dirac.

b) Calcule la energía de Fermi como función de la densidad de partículas $N/\mathcal{A}$.

c) Calcule la energía por partícula a $T = 0$. El resultado debe quedar exclusivamente en términos ϵ_0 y de la energía de Fermi.

*leandrofernandez671@gmail.com, zanellaj@df.uba.ar

■ **Problema 3**. La figura muestra una cadena de Ising. Además del acoplamiento entre primeros vecinos, hay un campo externo B. Se definen $b = \beta\mu B$, $y = e^b$, $K = \beta J$ y $x = e^K$. La cadena es cerrada y tiene longitud N.



a) Muestre que la suma del factor de Boltzmann sobre los espines σ da como resultado un hamiltoniano efectivo para los espines s que es el de una cadena lineal usual. Encuentre la constante de acoplamiento y el campo efectivos.

b) Usando el resultado anterior y la expresión para el valor medio del espín de la cadena lineal, encuentre el valor medio de los espines s en el límite termodinámico. No es necesario que lleve sus cálculos hasta las últimas consecuencias. Indique claramente cuál es la serie de sustituciones que hay que hacer.

c) Escriba la función de partición de la cadena original en términos de la función de partición de la cadena lineal. Vale la misma aclaración que antes.

d) ¿Cuál es el valor medio de los espines σ en el límite termodinámico? Ídem.