
Clase 15:

Ecuaciones de la Física Matemática

Ecuaciones de la Física Matemática

- Motivación en el marco de la materia
- PDEs canónicas
- Ecuaciones paradigmáticas
 - Ecuación de Laplace/Poisson
 - Ecuación del calor
 - Ecuación de ondas
- Bibliografía

Motivación en el marco de la materia

- Ecuaciones diferenciales de fenómenos físicos

$$\xleftarrow{\text{Operador diferencial}} \mathcal{L}\varphi(x, y) = F(x, y) \xrightarrow{\text{Fuente}} \text{PDEs de 2do orden}$$

+ condiciones de contorno y/o condiciones iniciales



$$\xrightarrow{\hspace{1cm}} \varphi(x, y)$$

- Diferencias finitas
- Métodos espectrales

PDEs de 2do orden

Me definen familias de ecuaciones canónicas

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + \dots = 0$$

Según el determinante:

$$B^2 - 4AC < 0 \quad \text{Elíptica}$$

$$\nabla^2 u = 0 \quad (\text{Laplace})$$

$$\nabla^2 u = f \quad (\text{Poisson})$$

$$B^2 - 4AC = 0 \quad \text{Parabólica}$$

$$u_t = D\nabla^2 u \quad (\text{calor / difusión})$$

$$B^2 - 4AC > 0 \quad \text{Hiperbólica}$$

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad (\text{ondas})$$

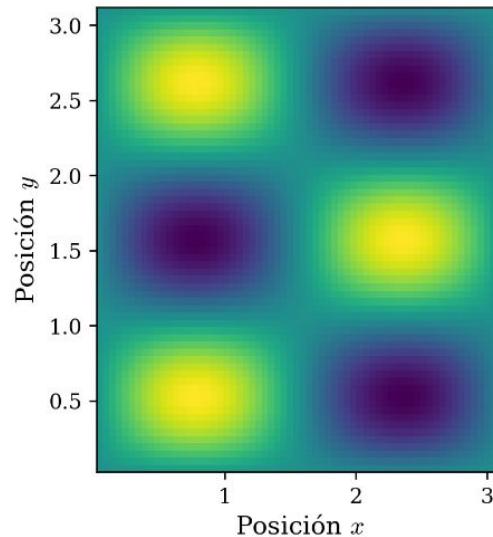
Ecuaciones de Laplace y de Poisson

No hay direcciones preferenciales: equilibrio estático

$$\nabla^2 u = 0 \quad (\text{Laplace})$$

$$\nabla^2 u = f \quad (\text{Poisson})$$

+ 2 condiciones de contorno

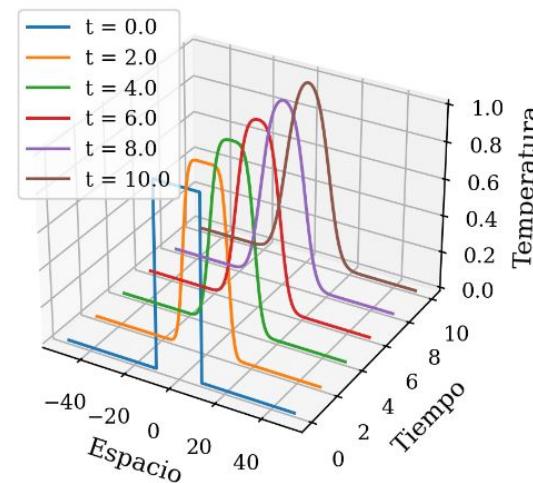


Ecuación del calor o de difusión

Hay una dirección privilegiada: progreso a equilibrio “lijado”

$$u_t = D\nabla^2 u \quad (\text{calor / difusión})$$

- + 2 condiciones de contorno
- + 1 condición inicial

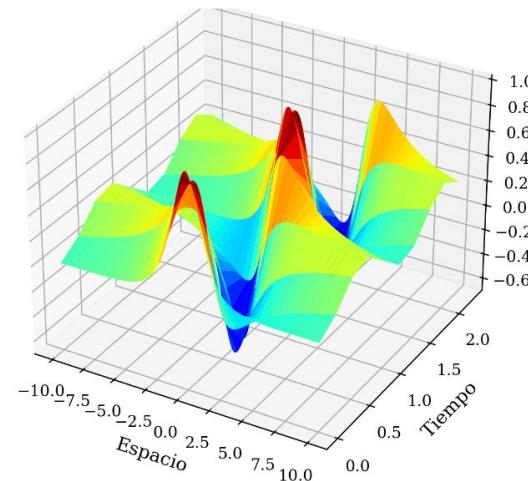


Ecuación de ondas

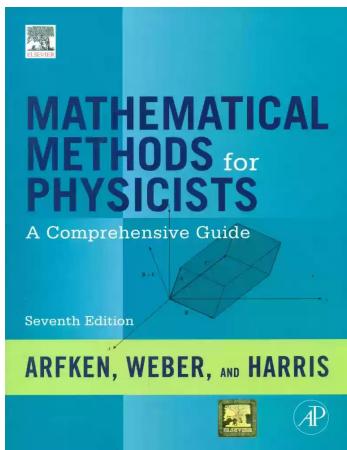
Existen 2 direcciones privilegiadas: propagación de ondas con velocidad finita

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad (\text{ondas})$$

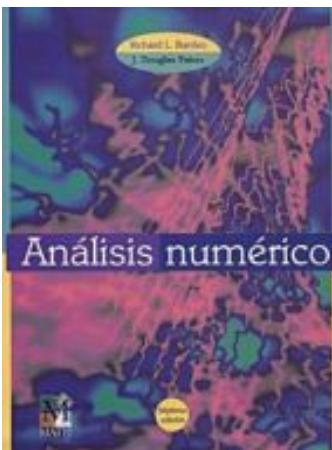
- + 2 condiciones de contorno
- + 2 condiciones iniciales



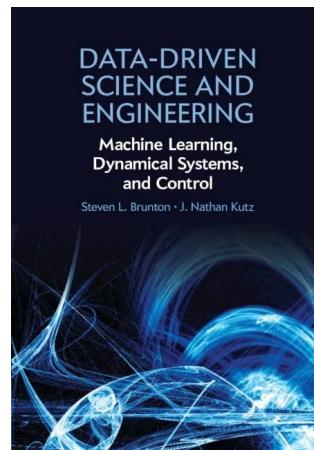
Bibliografía recomendada



Arfken et al 2012



Burden & Faires 2010



Brunton & Kutz 2019

