

Laboratorio 1

Movimiento armónico simple

2do cuatrimestre 2025

Adaptada de presentaciones de Javier Arellana, Federico Trupp y otros/as docentes del DF-Exactas UBA

Objetivos de hoy

- Caracterizar un resorte a partir de las cantidades que lo describen.
 - Longitud natural (l_0)
 - Constante elástica del resorte (k)
- Estudiar cómo podemos medir estos parámetros.

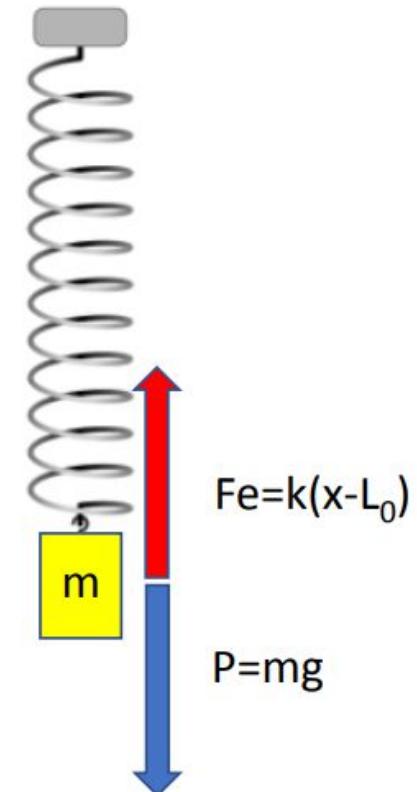
Dinámica del oscilador

Ecuaciones para el resorte:

$$mg - k(x - L_0) = m\ddot{x}$$

$$mg - kx + kL_0 = m\ddot{x}$$

$$g - \left(\frac{k}{m}\right)x + \left(\frac{k}{m}\right)L_0 = \ddot{x}$$



Medición de Constante Elástica

Método estático: $\Rightarrow \ddot{x} = 0$

$$g - \frac{k}{m}(x - l_o) = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta x$$

Medición de Constante Elástica

Método estático: $\Rightarrow \ddot{x} = 0$

$$g - \frac{k}{m}(x - l_o) = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta x$$

- ¿Cómo obtengo “k” desde los datos utilizando esta expresión?
- ¿Cómo mido l_o ?
- Masa efectiva del sistema [1] $M_{ef} = \frac{M}{3} + m$

[1] The springmass system revisited, J. T. Cushing, American Journal of Physics 52, 925 (1984); <https://doi.org/10.1119/1.13796>

Medición de Constante Elástica

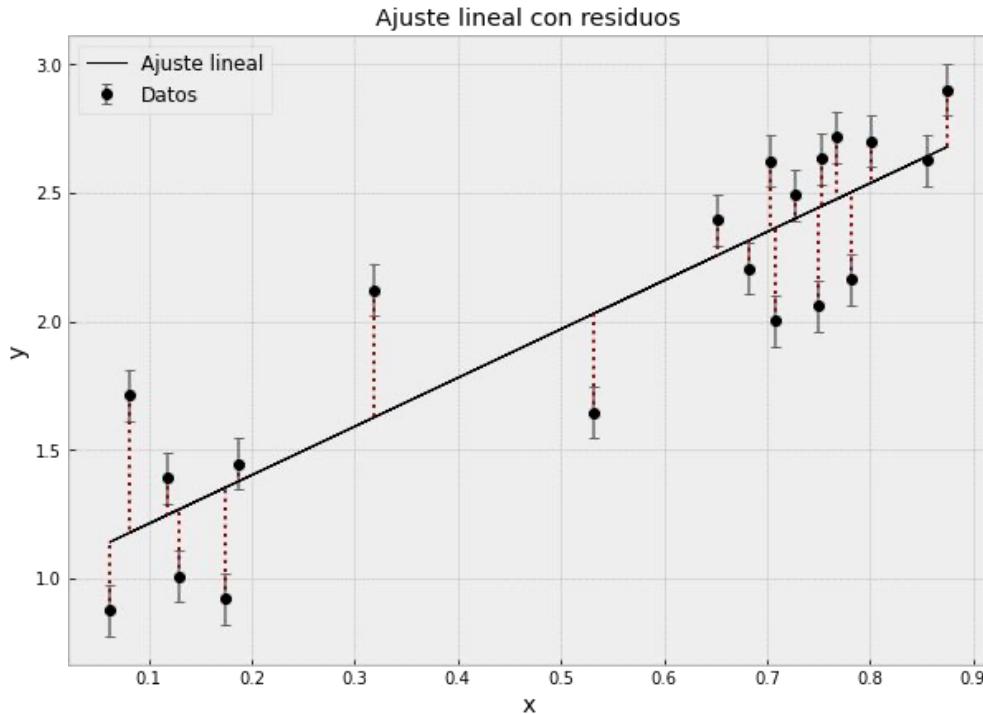
Método estático: $\Rightarrow \ddot{x} = 0$

Actividad 1:

- Para 10 valores masas medir el estiramiento del resorte
- Obtener la constante elástica a partir de un modelo lineal: $mg = kx - kl_0$

Rapaso:

- Cuadrados mínimos



Residuo:

$$\delta_i = y_i - f(x_i)$$

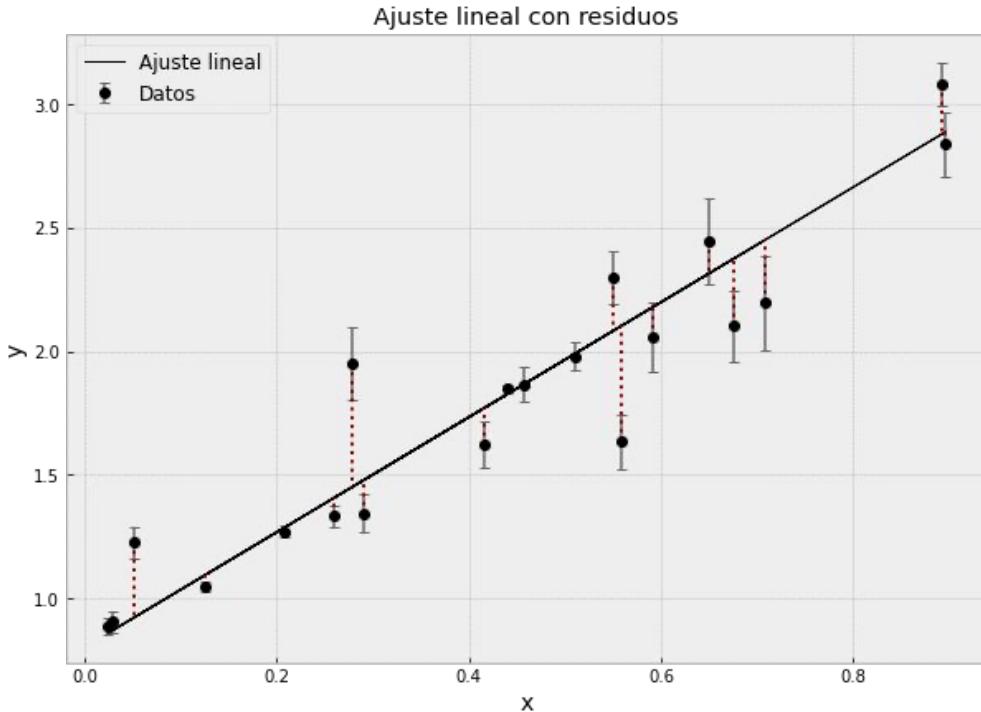
Quiero minimizar:

$$M = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \sum_{i=1}^N [y_i - (mx_i + b)]^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{array} \right.$$

Repaso:

- Cuadrados mínimos ponderados:



Residuo:

$$\delta_i = y_i - f(x_i)$$

Quiero minimizar:

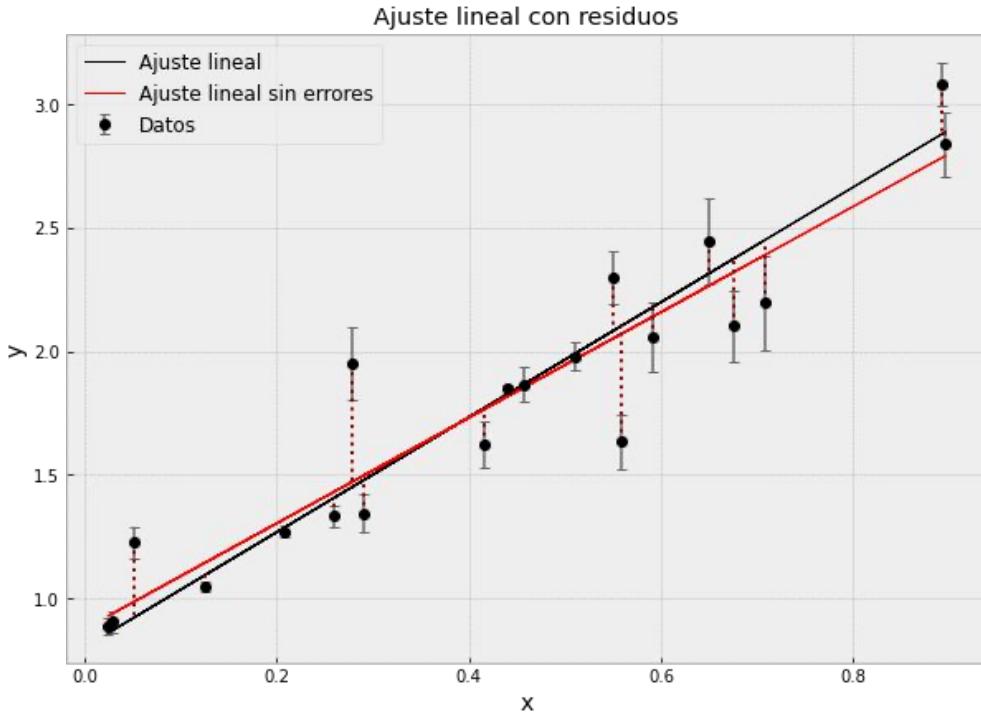
$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\Delta y_i} \right)^2$$

$$\begin{cases} m = \text{algo feo} \\ b = \text{algo feo} \end{cases}$$

Pero son
formas
exactas!

Rapso:

- Cuadrados mínimos ponderados:



Residuo:

$$\delta_i = y_i - f(x_i)$$

Quiero minimizar:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\Delta y_i} \right)^2$$

$$\begin{cases} m = \text{algo feo} \\ b = \text{algo feo} \end{cases}$$

Pero son
formas
exactas!

Repaso: Parámetros de bondad

- Coeficiente de Pearson
 $-1 \leq r \leq 1$

$$r = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

$$Var(y) = S_y^2 = \frac{1}{N} \sum (y_i - \bar{y})^2$$

$$Cov(x, y) = S_{xy} = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

- Coeficiente de Determinación
 $0 \leq R^2 \leq 1$

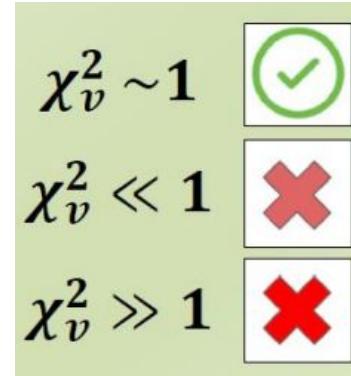
$$R^2 = \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}$$

si la relación es lineal, coincide con Pearson

- Chi cuadrado reducido

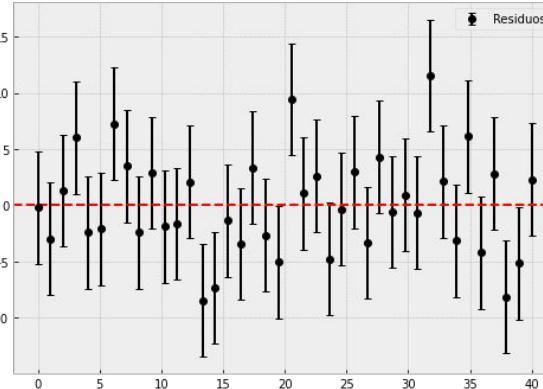
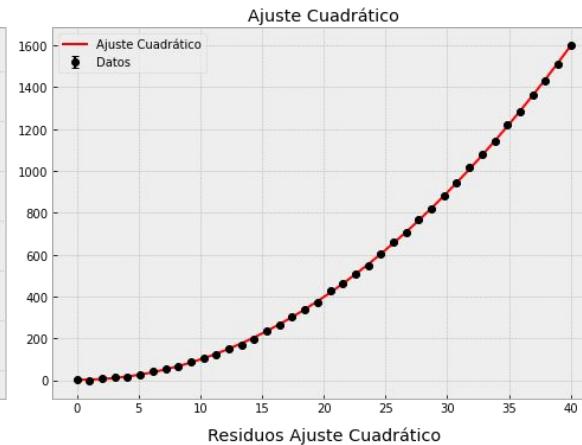
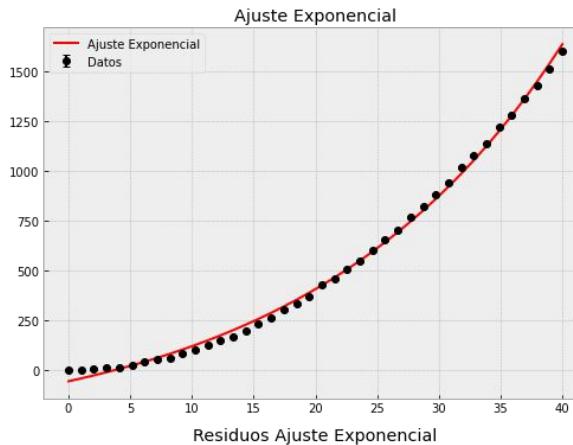
$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\Delta y_i} \right)^2$$

$$\longrightarrow \quad \chi_\nu^2 = \frac{\chi^2}{N - 2}$$



Repaso: Parámetros de bondad

➤ Gráfico de residuos

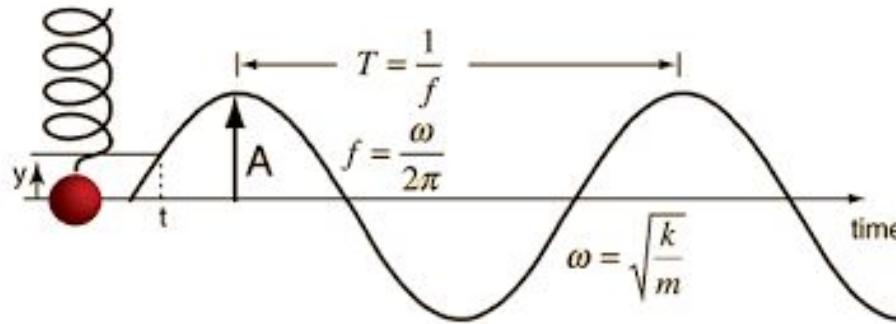


Medición de Constante Elástica

Método dinámico: $\Rightarrow \ddot{x} \neq 0$

$$g - \frac{k}{m}(x - l_0) = \ddot{x} \Rightarrow \frac{k}{m} \equiv \omega_o^2$$

$$T = 2\pi/\omega_o \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \begin{cases} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{cases}$$

Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{array} \right.$$

- Sensor Fuerza:

Especificaciones: [Vernier](#)



Mide en un rango de 0.01N a 50N

- $\pm 10N$, resolución 0.01N
- $\pm 50N$, resolución 0.05N

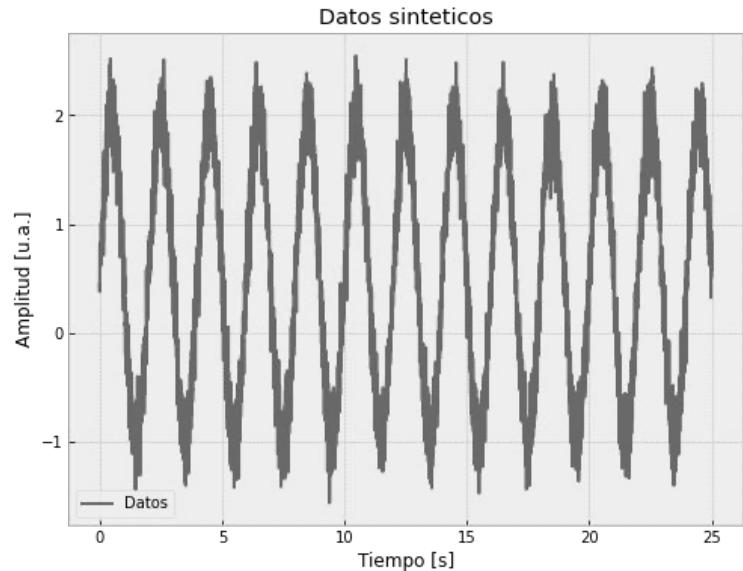
Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{array} \right.$$

- Sensor Fuerza:

Especificaciones: [Vernier](#)

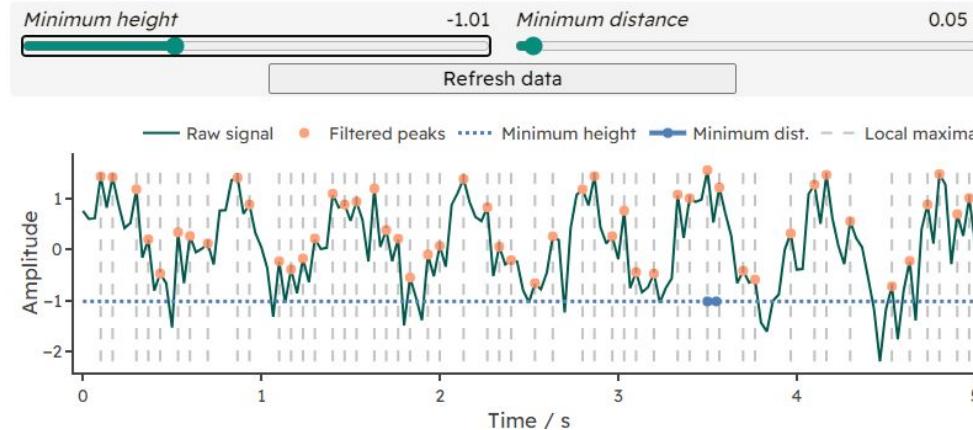


Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{array} \right.$$

- Filtrado de señal: [Find peak interactivo](#)

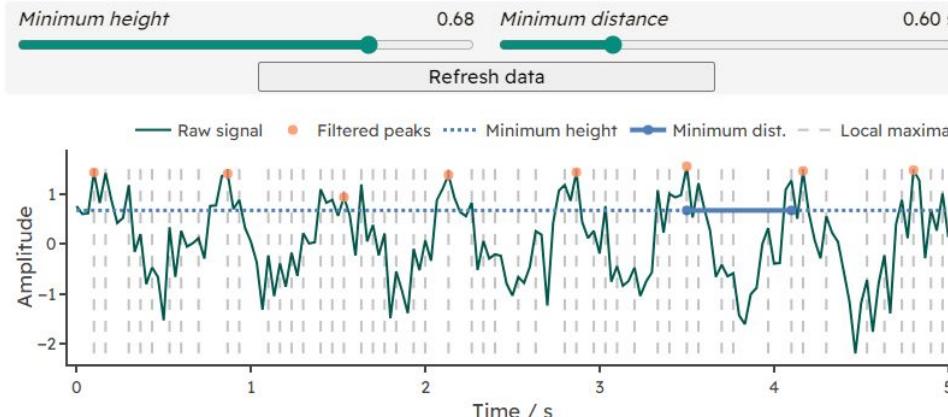


Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{array} \right.$$

- Filtrado de señal: [Find peak interactivo](#)



Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \begin{cases} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{cases}$$

Algunas preguntas

- ¿Tengo que medir $F(t)$?
- ¿Debo ajustar $m(T)$ o $T(m)$?
- ¿Puedo realizar un ajuste no lineal?

Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \begin{cases} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{cases}$$

Algunas preguntas

- ¿Tengo que medir $F(t)$? No, puedo medir el voltaje de salida. ¿Ventajas?
- ¿Debo ajustar $m(T)$ o $T(m)$?
- ¿Puedo realizar un ajuste no lineal?

Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{array} \right.$$

Algunas preguntas

- ¿Tengo que medir $F(t)$? No, puedo medir el voltaje de salida. ¿Ventajas?
- ¿Debo ajustar $m(T)$ o $T(m)$? ¡Miremos los errores relativos!
- ¿Puedo realizar un ajuste no lineal?

Medición del periodo

- ¿Cómo obtengo “T” desde mi sistema?

$$F(t) = -kx(t) \quad \begin{cases} x(t) = B \cos(\omega t + \Phi) \\ f(t) = A \cos(\omega t + \Phi) \end{cases}$$

Algunas preguntas

- ¿Tengo que medir $F(t)$? No, puedo medir el voltaje de salida. ¿Ventajas?
- ¿Debo ajustar $m(T)$ o $T(m)$? ¡Miremos los errores relativos!
- ¿Puedo realizar un ajuste no lineal? Podría ser un buen ejercicio, pero no lo haremos aún

Medición de Constante Elástica

Método dinámico: $\Rightarrow \ddot{x} \neq 0$

Actividad 2:

- Para 10 valores masas medir el periodo del sistema.
- Graficar la relación entre periodo y masa. Elegir un modelo que describa sus mediciones a partir de una linealización y hallar “k”.
- (*Opcional*) Medir posición de la masa para todo tiempo (Tracker video analysis) y hallar “k”: [Tracker](#)

Medición de Constante Elástica

Método dinámico: $\Rightarrow \ddot{x} \neq 0$

Dos opciones de linealización:

- cambio de variables como hasta ahora
- cambio de variables utilizando logaritmo

Actividad 2:

- Para 10 valores masas medir el periodo del sistema.
- Graficar la relación entre periodo y masa. Elegir un modelo que describa sus mediciones a partir de una linealización y hallar “k”.
- (*Opcional*) Medir posición de la masa para todo tiempo (Tracker video analysis) y hallar “k”: [Tracker](#)



Aclaraciones importantes:

- Masa máxima que soportan los resortes: 200g
- Optimizar el tiempo juntando mediciones de los métodos dinámico y estático
- Elección de la frecuencia de muestreo

Otros:

[Simulador Curve Fitting](#)

