Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2025

Laboratorio 1C: martes 14-20 hs

Lucía Famá, Federico Trupp, Camila Borrazás, Juan Sangiorgio, Lara Barreiro

NUESTRO OBJETIVO!!!

*Obtener **una expresión** VÁLIDA del **resultado de una** MF*

Resultado

Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

Expresión

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)\ Ud.$$

Clase de Medición

- $\bar{x}$: Valor más representativo (x_0)
- Δx: Incerteza Absoluta → **Fuentes de incertezas**

→ **Mediciones Directas (MD)**

→ **Mediciones Indirectas (MI)**

Mediciones Directas (MD)

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

INCERTEZA ABSOLUTA

$$\Delta x = ?$$

Fuentes de incertezas

1- Pesa la fuente de incerteza INSTRUMENTAL

2- Pesa la fuente de incerteza ACCIDENTAL

Mediciones Directas (MD)

1- Pesa la fuente de incerteza INSTRUMENTAL

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Orienta la Tabla (Clase 1)

INCERTEZA ABSOLUTA

$$\Delta x = \sigma_{ap}$$

$$x = \left(\bar{x} \pm \sigma_{ap}\right) Ud.$$

Mediciones Directas (MD)

2- Pesa la fuente de incerteza ACCIDENTAL

Valor más representativo	Desviación Estándar Error de una medida	Error del promedio
$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$	$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}{N}}$	$\sigma_e = \frac{S}{\sqrt{N}}$

Si tomo N medidas:

Δx ***será igual al que resulte mayor entre*** $\boldsymbol{\sigma_e}$ ***y*** $\boldsymbol{\sigma_{ap}}$

- **Si tomamos 1 NUEVA MEDIDA**, la probabilidad de encontrarla en el intervalo de confianza $[\bar{x} - S, \bar{x} + S]$ **será de ~ 68%**

- **Si realizamos 1 NUEVA SERIE DE MEDIDAS**, la probabilidad de encontrar el valor más representativo $\bar{x_i}$ de la nueva serie en el intervalo de confianza $[\bar{x} - \sigma_e, \bar{x} + \sigma_e]$ **será de ~ 68%**

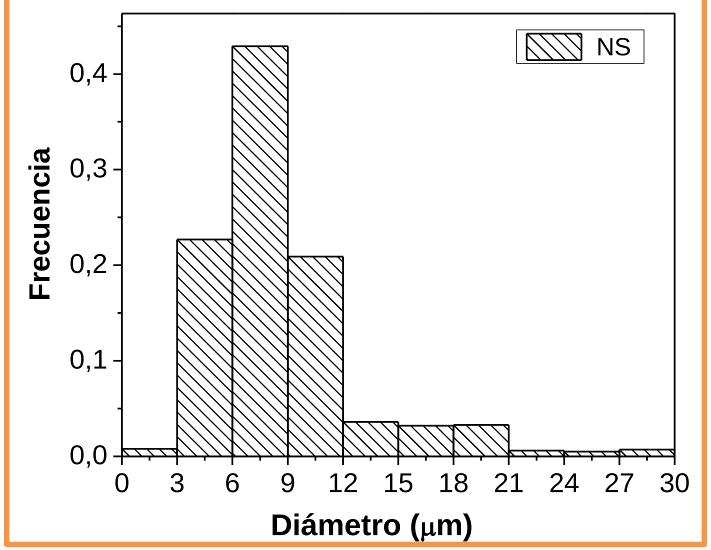
REPASO

¿Varían $\bar{x}$, S, σ_e con la variación de N, cómo varía?

¿Qué representa S en un experimento, con qué se relaciona?

¿Cuál es la probabilidad que una nueva medición se encuentre en el intervalo de confianza $\bar{x} - S \leq x \leq \bar{x} + S$?

¿Sé hacer histogramas superpuestos?



Mediciones Directas (MD)

3: Otros posibles casos …

¿Cuánto mide el diámetro del tronco?

- Deberíamos tomar medidas a lo largo del tronco:

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$\bar{D} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} D_i$$

INCERTEZA ABSOLUTA

$$\Delta D = \frac{D_{Max} - D_{min}}{2}$$

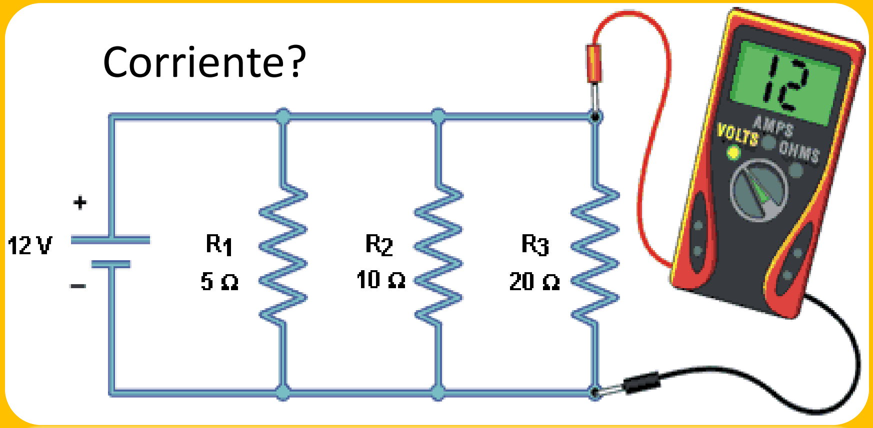
Objetivos de la clase de hoy

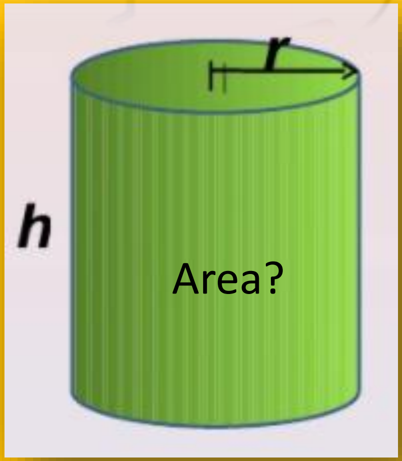
Obtener **una expresión válida** de una MF determinada a partir de **Mediciones Indirectas**

Determinar el volumen de un objeto mediante diferentes métodos

Aprender a usar nuevos instrumentos de medición de longitud

Mediciones Indirectas (MI)





Indirectas (MI)

- La medida deseada se obtiene a partir de un proceso matemático sobre otras medidas
- Ej.: superficie de un cuerpo a partir de la medida de sus lados.

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 3

OBTENER EL VOLUMEN DE UN OBJETO MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- **Determinar el volumen de un objeto mediante diferentes métodos utilizando el criterio de mediciones indirectas.**

RECUERDEN QUE ESTO SIGNIFICA QUE DEBEN OBTENER UNA ***EXPRESIÓN VÁLIDA*** *DE* V.

PARA ELLO, SIEMPRE DEBEN OBTENER EL ***VALOR MÁS REPRESENTATIVO DE V*** $(\overline{V})$ ***Y SU ERROR ABSOLUTO*** (ΔV).

Mediciones Indirectas (MI)

Mediciones Indirectas (MI)

Valor de una MF determinada en forma indirecta

$$\boldsymbol{W = f(x, y, z, \dots)}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$

$$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$$

$$\vdots$$

x, y, z ... variables independientes

$$\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

Valor más representativo

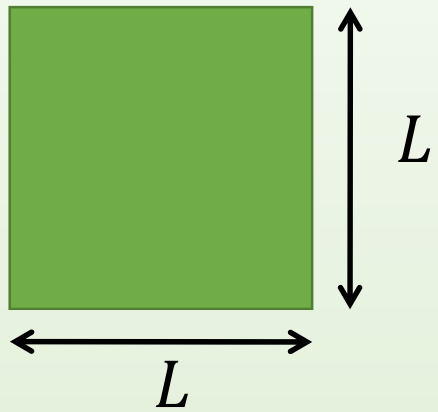
Error Absoluto

Podemos tratar de estimar el valor de una MF

Supongamos el ejemplo del Área de un cuadrado

ÁREA de un cuadrado $\boxed{A = L^2 \quad (1)}$

MIDO L**:** $L = (L_0 \pm \Delta L)\, Ud.$



$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\, Ud.}$$

Valor más representativo → $\boxed{A_0 = L_0^2}$ → $\boxed{\boldsymbol{A_0 = A(L_0)}}$

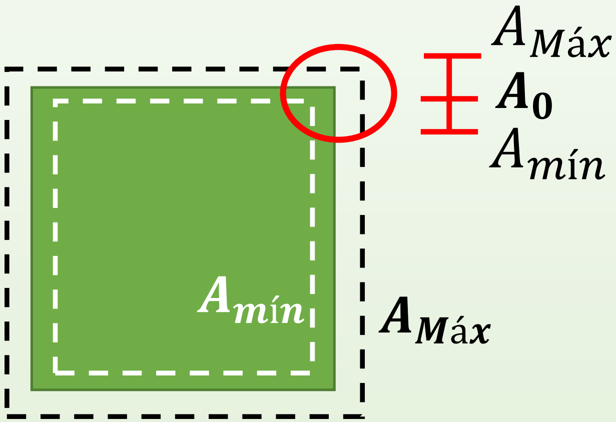
Reemplazar en Eq. (1) el valor más representativos de L

Incerteza Absoluta???

Podemos tratar de estimar el valor de una MF

Supongamos el ejemplo del Área de un cuadrado

ÁREA de un cuadrado $\boxed{A = L^2 \qquad (1)}$



MIDO L**:** $L = (L_0 \pm \Delta L)\ Ud.$

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.}$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$

$$A_{mín} \leq A \leq A_{Máx}$$

Valor más representativo A_0

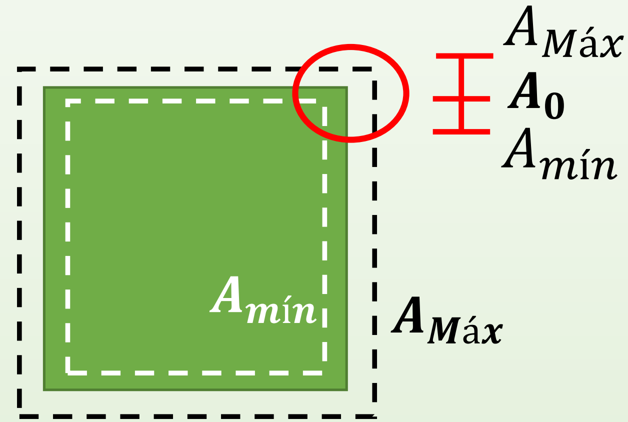
$$A_0 = \frac{A_{Máx} + A_{mín}}{2} = \frac{(L_0 + \Delta L)^2 + (L_0 - \Delta L)^2}{2}$$

$$A_0 = \frac{{L_0}^2 + 2L_0\Delta L - 2L_0\Delta L + {L_0}^2}{2} = \frac{2{L_0}^2}{2} \qquad \boxed{A_0 = {L_0}^2}$$

Podemos tratar de estimar el valor de una MF

Supongamos el ejemplo del Área de un cuadrado

ÁREA de un cuadrado $A = L^2 \qquad (1)$



MIDO L**:** $L = (L_0 \pm \Delta L)\ Ud.$

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.}$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$

$$A_{mín} \leq A \leq A_{Máx}$$

Error Absoluto ΔA

$$\Delta A = \frac{A_{Máx} - A_{mín}}{2} = \frac{(L_0 + \Delta L)^2 - (L_0 - \Delta L)^2}{2}$$

$$\Delta A = \frac{4L_0\Delta L + \cancel{2\Delta L^2}}{2} = 2L_0\Delta L$$

$$\boxed{\Delta A = 2L_0\Delta L}$$

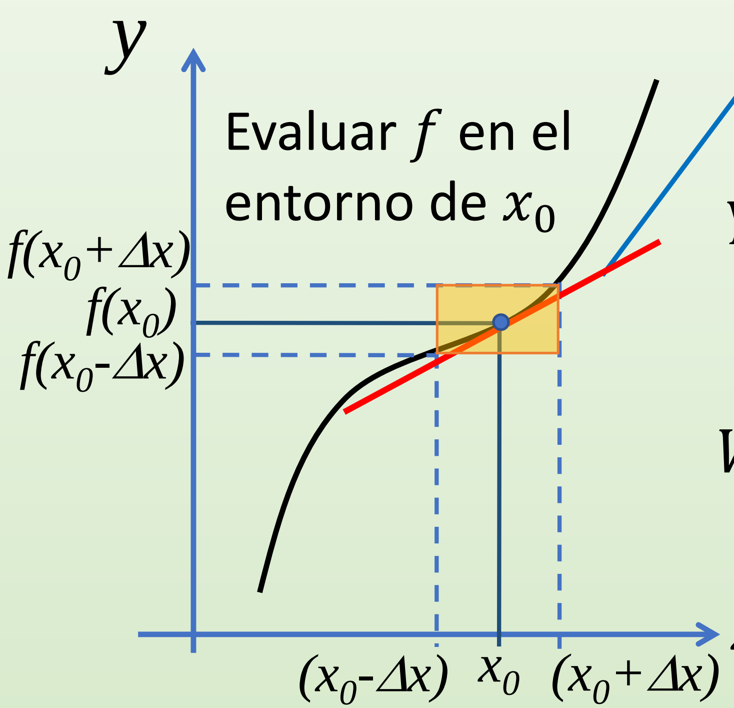
RESULTADO del ÁREA del cuadrado

$$\boldsymbol{A = \left(L_0{}^2 \pm 2L_0\Delta L\right) Ud.}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de 1 MF

$$\boxed{W = f(x)} \qquad \boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.} \qquad x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$



Recta tangente a f en x_0

$$Y = f(x_0) + f(x_0)'(x - x_0)$$

$$W = f(x) \approx f(x_0) + \underbrace{\left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} \overbrace{(x - x_0)}^{\Delta x}}$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0)}$$

$$\Delta W^2 = \left(\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x_0}\right)^2 \Delta x^2$$

Ej. del Caso del área del cuadrado: W depende de 1 MF x

AREA de un cuadrado $\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\, Ud.}$

$\boxed{A = L^2 \quad (1)}$ $L = (L_0 \pm \Delta L)\, Ud.$

Valor más representativo

$$W_0 = f(x_0)$$

$$A_0 = f(L_0)$$

$$\boxed{A_0 = {L_0}^2}$$

Error Absoluto

$$\Delta W^2 = \left(\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x_0} \right)^2 \Delta x^2$$

$$\Delta A^2 = \left(\left. \frac{dA}{dL} \right|_{L_0} \right)^2 \Delta L^2$$

$$\Delta A^2 = (2L_0)^2 \Delta L^2 \Rightarrow \boxed{\Delta A = 2L_0 \Delta L}$$

RESULTADO del AREA del cuadrado

$$\boxed{\boldsymbol{A = {L_0}^2 \pm 2L_0 \Delta L}}$$

Ej. del Caso del área del cuadrado: W depende de 1 MF x

AREA de un cuadrado

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\, Ud.}$$

$$\boxed{A = L^2}$$

$$L = (15{,}3 \pm 0{,}1)\ cm$$

Valor más representativo

$$A_0 = A(L_0)$$

$$A_0 = A(15{,}3)$$

$$\boxed{A_0 = 15{,}3^2 = 234{,}09\ cm}$$

Error Absoluto

$$\Delta A^2 = \left(\left.\frac{dA(L)}{dL}\right|_{L_0}\right)^2 \Delta L^2$$

$$\Delta A^2 = \left(\left.\frac{dA}{dL}\right|_{15{,}3}\right)^2 0{,}1^2$$

$$\Delta A^2 = (2 * 15{,}3)^2 0{,}1^2 \Rightarrow \boxed{\Delta A = 3{,}06\ cm}$$

Expresión del Resultado con 2 cifras significativas

$$\boxed{\boldsymbol{A = (234{,}1 \pm 3{,}1)\ cm}}$$

Supongamos que queremos estimar el resultado

Ej. SUMA $\boxed{L = a + b \quad (2)}$

$$a = (a_0 \pm \Delta a)\ Ud.$$

$$b = (b_0 \pm \Delta b)\ Ud.$$

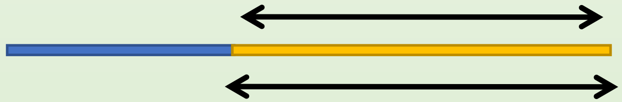
$$\boxed{L = (L_0 \pm \Delta L)\ Ud.}$$

$$a_0 - \Delta a \leq a \leq a_0 + \Delta a$$

$$b_0 - \Delta b \leq b \leq b_0 + \Delta b$$

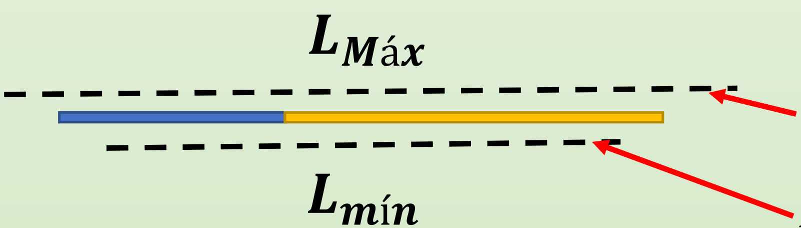
$$L_0 - \Delta L \leq L \leq L_0 + \Delta L$$

$$b_{mín} = b_0 - \Delta b$$



$$b_{Máx} = b_0 + \Delta b$$

$$L_{mín} \leq L \leq L_{Máx}$$



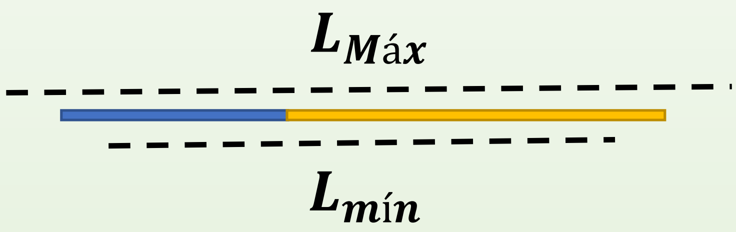
$$L_{Máx} = (a_0 + \Delta a) + (b_0 + \Delta b)$$

$$L_{mín} = (a_0 - \Delta a) + (b_0 - \Delta b)$$

Puedo Estimar el valor de L

Supongamos que queremos estimar el resultado

Ej. SUMA $\boxed{L = a + b \quad (2)}$



$$L_{mín} \leq L \leq L_{Máx}$$

$$L_{Máx} = (a_0 + \Delta a) + (b_0 + \Delta b)$$

$$L_{mín} = (a_0 - \Delta a) + (b_0 - \Delta b)$$

Valor más representativo L_0

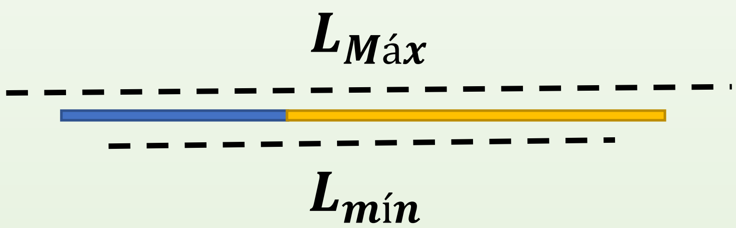
$$L_0 = \frac{L_{Máx} + L_{mín}}{2} = \frac{(a_0 + \cancel{\Delta a}) + (b_0 + \cancel{\Delta b}) + (a_0 - \cancel{\Delta a}) + (b_0 - \cancel{\Delta b})}{2}$$

$$L_0 = \frac{2(a_0 + b_0)}{2} \Rightarrow \boxed{L_0 = a_0 + b_0 = \boldsymbol{L(a_0, b_0)}}$$

Reemplazar en Eq. (2) los valores más representativos de $\boldsymbol{a}$ y de $\boldsymbol{b}$

Estimemos un posible valor de L

Por ej.:* *SUMA de dos MF $\boxed{L = a + b \quad (2)}$



$$L_{mín} \leq L \leq L_{Máx}$$

$$L_{Máx} = (a_0 + \Delta a) + (b_0 + \Delta b)$$

$$L_{mín} = (a_0 - \Delta a) + (b_0 - \Delta b)$$

Error Absoluto ΔL

$$\Delta L = \frac{L_{Máx} - L_{mín}}{2} = \frac{(\cancel{a_0} + \Delta a + \cancel{b_0} + \Delta b) - (\cancel{a_0} - \Delta a + \cancel{b_0} - \Delta b)}{2}$$

$$L_0 = \frac{2(\Delta a + \Delta b)}{2}$$

$$\boxed{\Delta L = \Delta a + \Delta b}$$

Difiere del cálculo, pero es una posible estimación!!!

Casos comunes: Incerteza en MI que podemos aproximar

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.}$$

Sumas y Restas:

$$\boxed{A = B + C} \qquad \boxed{A_0 = B_0 + C_0} \qquad \boxed{\Delta A = \Delta B + \Delta C}$$

$$\boxed{A = B - C} \qquad \boxed{A_0 = B_0 - C_0} \qquad \boxed{\Delta A = \Delta B + \Delta C}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de 2 MF x, y

$$\boxed{W = f(x,y)} \qquad \boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$

x, y son variables independientes

<u>*Desarrollo de Taylor*</u>

Derivada parcial respecto de la variable x

$$W = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} (x - x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} (y - y_0) + \ \ldots$$

$x \approx x_0$

$y \approx y_0$

Δx

Δy

Derivada parcial respecto de la variable x, evaluada en x_0 *e* y_0

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de 2 MF x, y

$$W = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \underbrace{\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}(x-x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}(y-y_0)} + \ \ldots$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0,y_0)}$$

$$\boxed{\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta y^2}}$$

¿Si calculo con las fórmulas la suma de dos variables?

SUMA de dos MF $\boxed{L = a + b \quad (2)}$

$$a = (a_0 \pm \Delta a)\ Ud.$$

$$b = (b_0 \pm \Delta b)\ Ud.$$

$$\boxed{L = (L_0 \pm \Delta L)\ Ud.}$$

Valor más representativo

$$L_0 = L(a_0, b_0) \Rightarrow \boxed{L_0 = a_0 + b_0}$$

Incerteza Absoluta

$$\Delta L^2 = \left(\left.\frac{\partial L(a,b)}{\partial a}\right|_{a_0,b_0}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\left.\frac{\partial L(a,b)}{\partial b}\right|_{a_0,b_0}\right)^2 \Delta b^2$$

$$\Delta L^2 = 1.\Delta a^2 + 1.\Delta b^2 \Rightarrow \boxed{\Delta L = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}}$$

Generalizando …

Mediciones Indirectas (MI)

Valor de una MF determinada en forma indirecta

$$\boldsymbol{W = f(x, y, z, \dots)} \longrightarrow W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$
$$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$$
$$\vdots$$

x, y, z ... variables independientes

$$W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots)$$

$$\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x,y,\dots)}{\partial x}\right|_{\substack{x_0,\\ y_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x,y,\dots)}{\partial y}\right|_{\substack{x_0,\\ y_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta y^2 + \ \dots}$$

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 3

OBTENER EL VOLUMEN DE UN OBJETO MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- **Determinar el volumen de un objeto mediante diferentes métodos utilizando el criterio de mediciones indirectas.**

*RECUERDEN QUE ESTO SIGNIFICA QUE DEBEN OBTENER UNA **EXPRESIÓN VÁLIDA** DE V.*

*PARA ELLO, SIEMPRE DEBEN OBTENER EL **VALOR MÁS REPRESENTATIVO DE** V $(\overline{V})$ **Y SU ERROR ABSOLUTO** (ΔV).*

Mediciones Indirectas (MI)

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

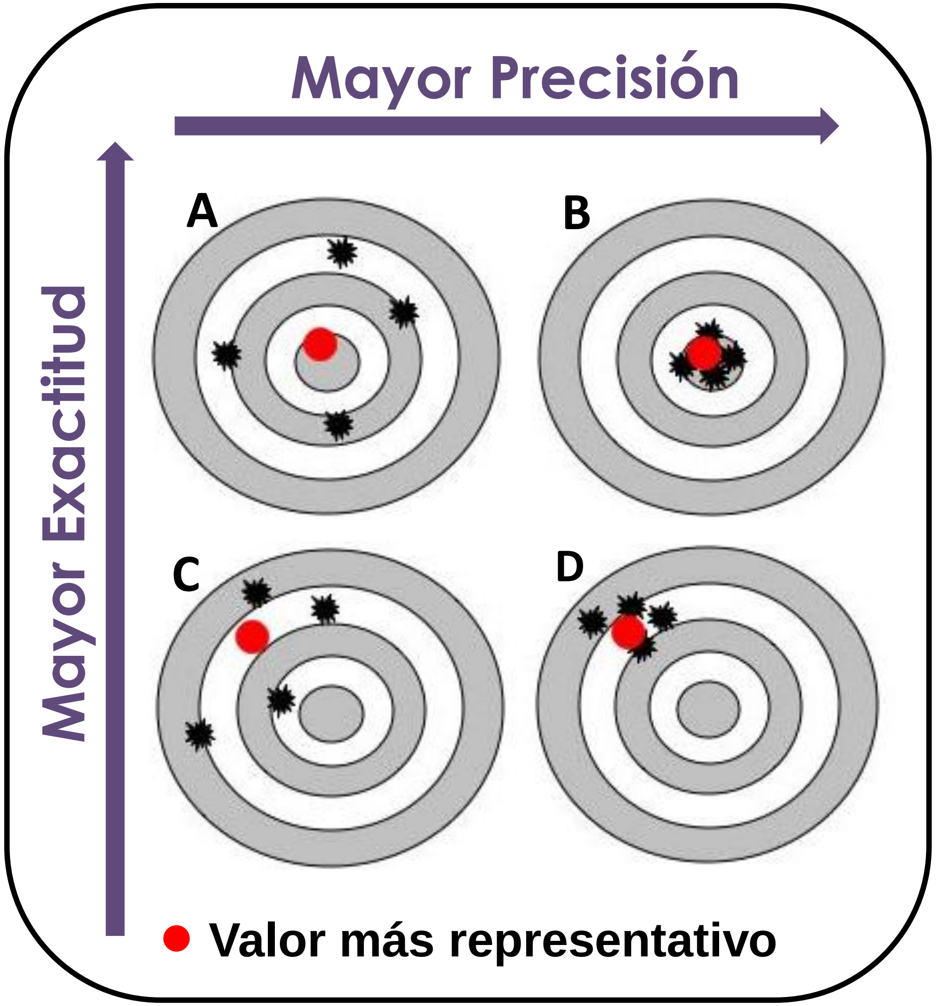
Exp. 3

OBTENER EL VOLUMEN DE UN OBJETO MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- **Determinar el volumen de un objeto mediante diferentes métodos utilizando el criterio de mediciones indirectas.**

Posibles Métodos

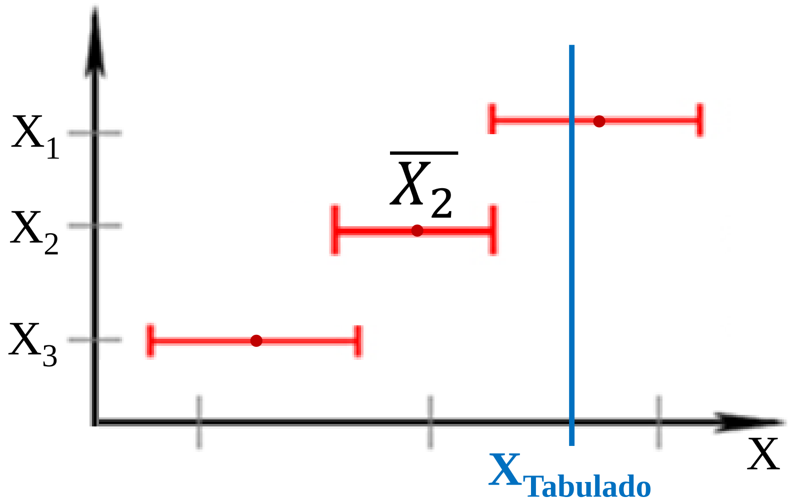
¿Cómo comparo Resultados de una misma MF? Exactitud y Precisión



A y C son MENOS PRECISOS que B y D

C y D son MENOS EXACTOS que A y B

¿Cómo comparo Resultados de una misma MF?



Precisión:

Se evalúan los intervalos de confianza (que es lo mismo que evaluar ΔX) de las diferentes medidas.

El resultado con menor valor de ΔX será el más preciso.

Para pensar

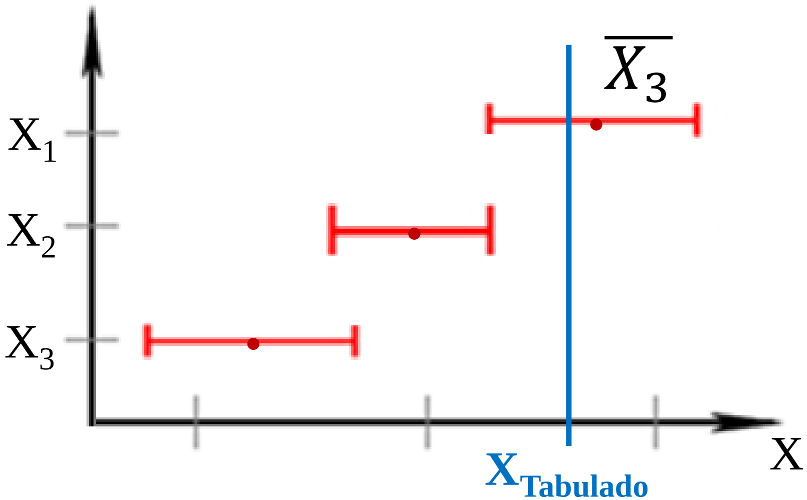
$g_1 = 9{,}81 \pm 0{,}07$

$g_2 = 9{,}73 \pm 0{,}03$

$g_3 = 9{,}99 \pm 0{,}35$

¿Qué resultado es más preciso?

¿Cómo comparo Resultados de una misma MF?



Exactitud:

Se evalúa la cercanía del valor más representativo ($\bar{X}$) de las diferentes medidas con el valor tabulado

El resultado con $\bar{X}$ más cercano al $\mathbf{X_{Tabulado}}$ será el más exacto

Para pensar

$g_1 = 9{,}81 \pm 0{,}07$

$g_2 = 9{,}73 \pm 0{,}03$

$g_3 = 9{,}99 \pm 0{,}35$

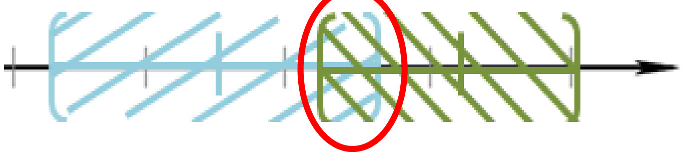
¿Qué resultado es más exacto si $g_{tabulado} = 9{,}80665\ m/s^2$ **?**

Diferencias Significativas

MÉTODO GRÁFICO: Sirve para comparar más de 2 resultados al mismo tiempo

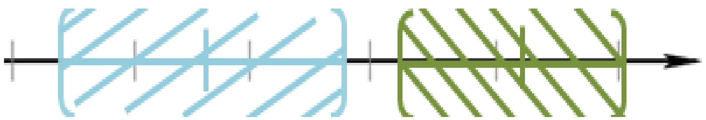
$A = \bar{A} \pm \Delta A$ $\quad$ $B = \bar{B} \pm \Delta B$

Si $A \cap B \neq \emptyset$



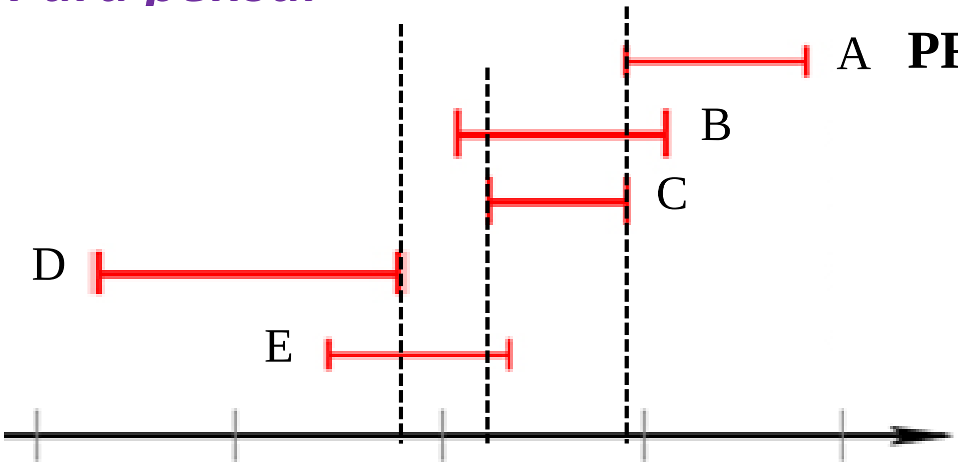
$\Rightarrow$ A y B **NO PRESENTAN** Diferencias Significativas

Si $A \cap B = \emptyset$



$\Rightarrow$ A y B **SÍ PRESENTAN** Diferencias Significativas

Para pensar



Comparando D con A, B y C:
PRESENTAN diferencias significativas

$D \cap A = \emptyset, D \cap B = \emptyset$ y $D \cap C = \emptyset$

¿Qué ocurre entre D y E?

¿Y entre A y B, A y C, y A y E?

¿Y entre B y C, y B y E?

Diferencias Significativas

MÉTODO CON FÓRMULA: Se puede usar de a pares de resultados

$A = \bar{A} \pm \Delta A$ $\qquad$ $B = \bar{B} \pm \Delta B$

$$\boxed{\text{Si } |\bar{A} - \bar{B}| \leq \Delta A + \Delta B} \Rightarrow \boxed{\text{A y B } \textbf{NO PRESENTAN} \text{ Diferencias Significativas}}$$

Para pensar

A= 2,278 ± 0,023

B= 1,964 ± 0,019

C= 2,11 ± 0,34

Comparando A con B. Presentan diferencias significativas, porque:

$|\bar{A} - \bar{B}| = 0{,}314$ y $\Delta A + \Delta B = 0{,}042$

Como $0{,}314 > 0{,}042$ $\Rightarrow$ A y B presentan diferencias significativas

¿Qué ocurre entre B y C? ¿Y entre A y C?

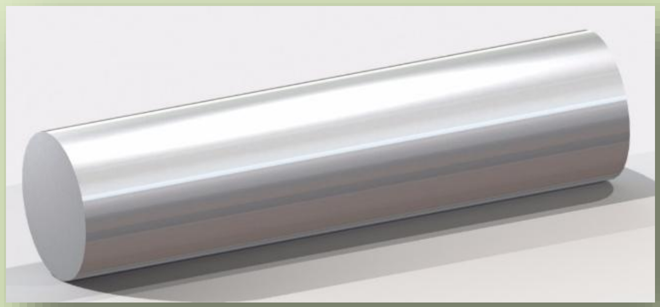
CONFIABILIDAD

¿Cómo sabemos si una medición es confiable?

Debemos **cuestionarnos** ***sobre***: el método, instrumento, objeto, observador...**EVALUAR LAS HIPÓTESIS EMPLEADAS!!**

Uso como hipótesis que la naranja es ovalada

Uso datos que no medí



Barra de aluminio

¿Es aluminio puro?

INFORME 1

ENTREGA EN EL CAMPUS EN FORMATO PDF

MARTES 15 DE ABRIL

HASTA LAS 12 HORAS