Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2025

Laboratorio 1C: martes 14-20 hs

Lucía Famá, Federico Trupp, Camila Borrazás, Juan Sangiorgio, Lara Barreiro

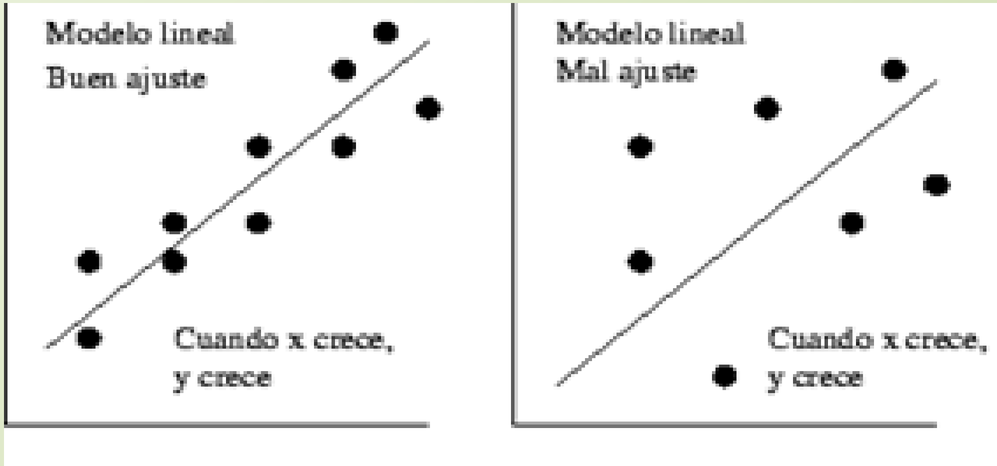
REPASO

Modelado por el Método de Cuadrados Mínimos

Relación entre dos medidas:

Empleo un modelo que mejor relacione las variables (que mejor aproxime a mis datos experimentales)

Caso más sencillo

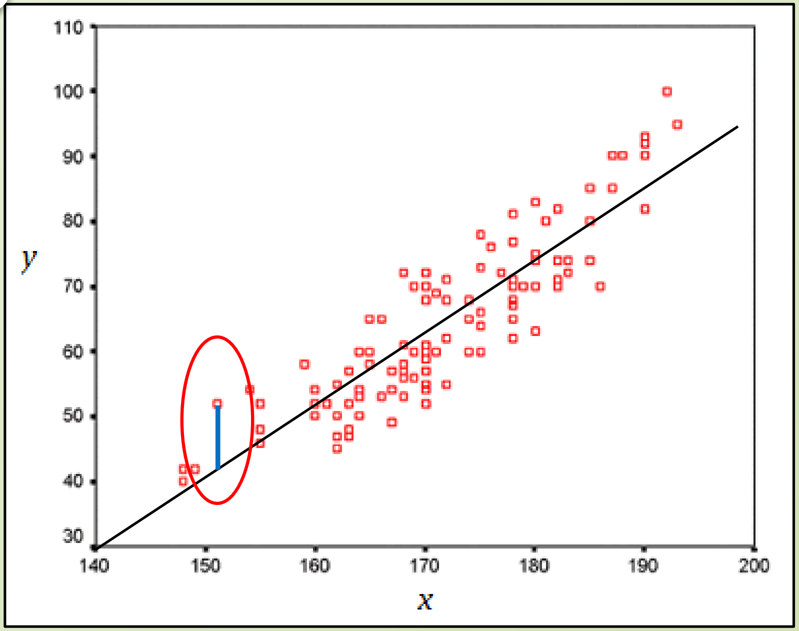


Modelo Lineal

Modelado por el Método de Cuadrados Mínimos

Modelo Lineal Más sencillo

Tomamos una serie de medidas (x_i, y_i)



Partamos asumiendo que la relación es:

$$y = mx + b$$

Busca encontrar los parámetros m y b que minimicen la distancia de los datos experimentales al modelo sólo en el eje "*y*"

REPASO

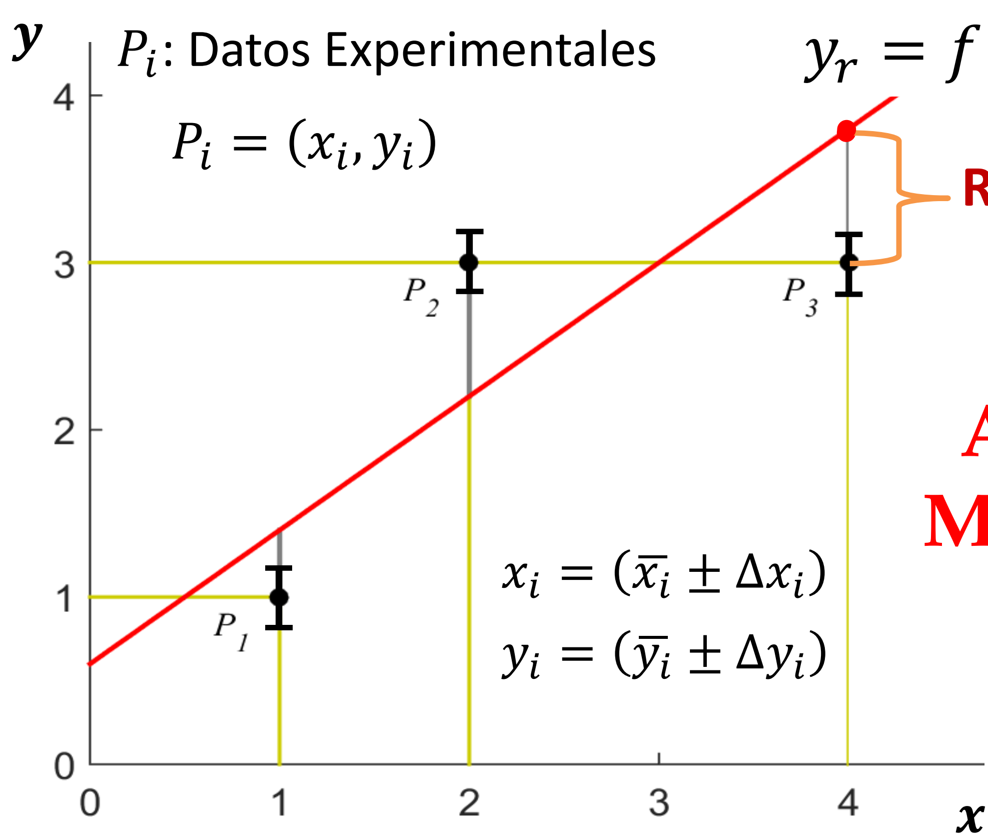
MODELADO POR EL MÉTODO DE CUADRADOS MÍNIMOS

Modelo Lineal ⇨ **Considerando la Distancia en "y"**

P_i: Datos Experimentales

$y_r = f(x) = mx + b$ *(Modelo)*

$P_i = (x_i, y_i)$



$x_i = (\bar{x}_i \pm \Delta x_i)$

$y_i = (\bar{y}_i \pm \Delta y_i)$

Residuos (δ_i) ⇨ $\delta_i = y_i - y_r$

Experimental

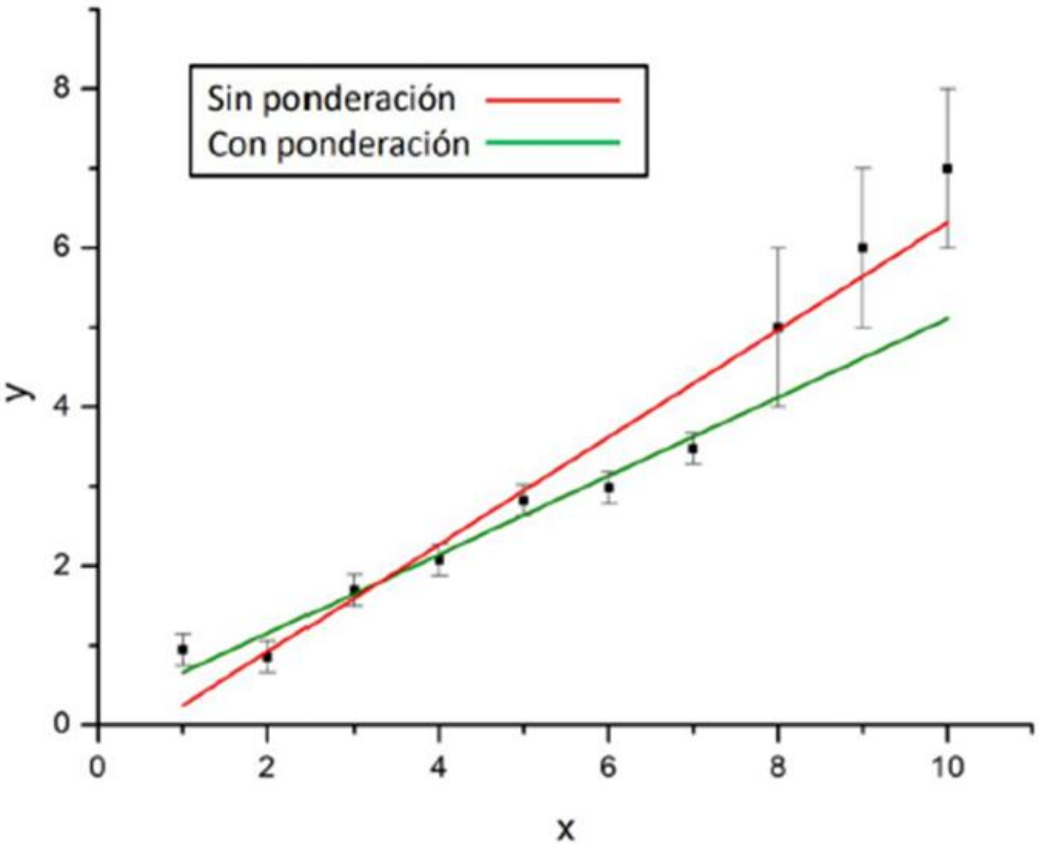
Recta

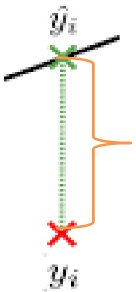
Asignar en el eje "y" la MF con menor precisión, es decir MAYOR ε_r

$$\varepsilon_{ry} \gg \varepsilon_{rx}$$

SIN Ponderar vs CON Ponderación

Al ponderar, considera más relevantes a las medidas más precisas





Residuos

$$\delta_i = y_i - y_r$$

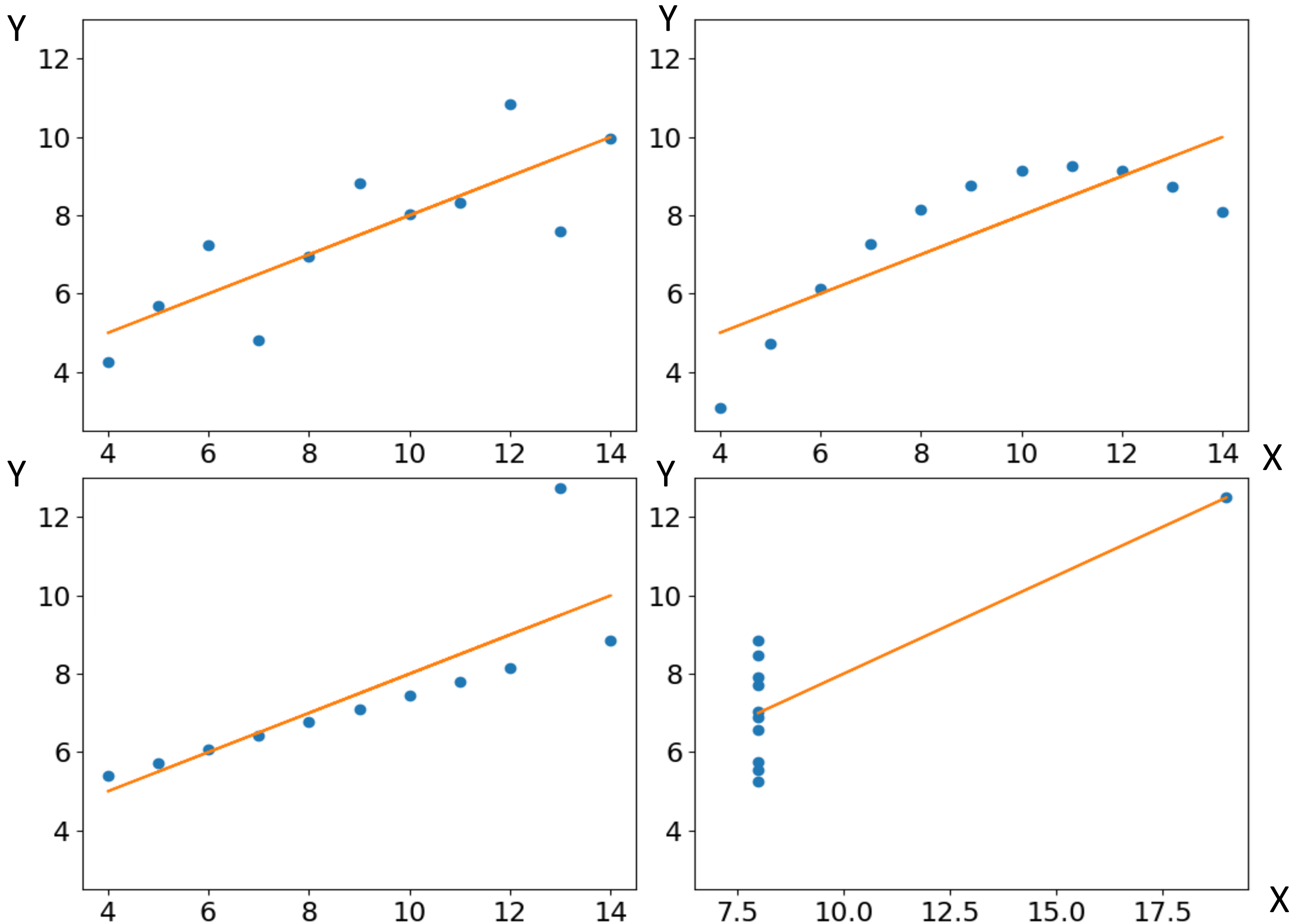
SIN

$$M = \sum_{1}^{N} [y_i - (mx_i + b)]^2$$

CON

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i}\right]^2$$

Cómo sé si el modelo es adecuado???



Objetivos de la clase de hoy

Conocer los parámetros que nos servirán para evaluar a calidad de un modelo:
Parámetros de Bondad

Determinar el valor de **la aceleración de la gravedad *g*** en un **experimento de péndulo simple**

Parámetros de BONDAD

*Los Parámetros de Bondad pueden darnos una idea de la **discrepancia entre los valores observados** (datos experimentales) **y los esperados según el modelo de estudio***

Parámetros de BONDAD

1- Coeficiente de Correlación de Pearson (r)

SOLO para un modelo LINEAL

Indica cómo es la correlación entre las variables X e Y

¿Existe algún patrón entre ellas?

$$\boxed{r = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}}$$

$$Var(x) = {S_x}^2 = \frac{1}{N}\sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$Var(y) = {S_y}^2 = \frac{1}{N}\sum (y_i - \bar{y})^2$$

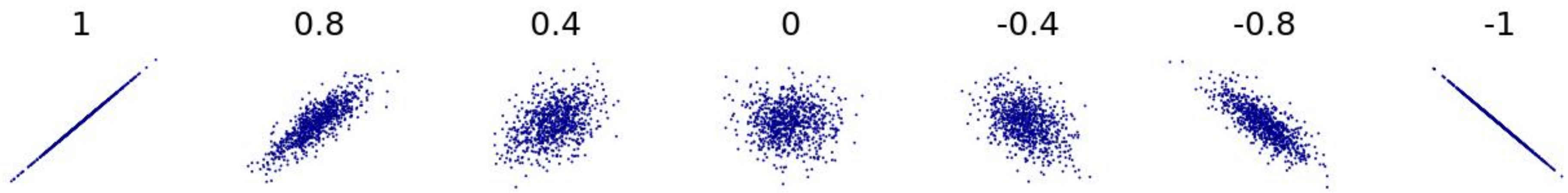
$$\boxed{-1 \le r \le 1}$$

$$Cov(x,y) = S_{xy} = \frac{1}{N}\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Se espera que $|r| \sim 1$

Parámetros de BONDAD

1- Coeficiente de Correlación de Pearson (r)



•**Si r = 1:** Correlación positiva perfecta. El índice refleja la dependencia total entre ambas dos variables, la que se denomina relación directa: cuando una de las variables aumenta, la otra variable aumenta en proporción constante.

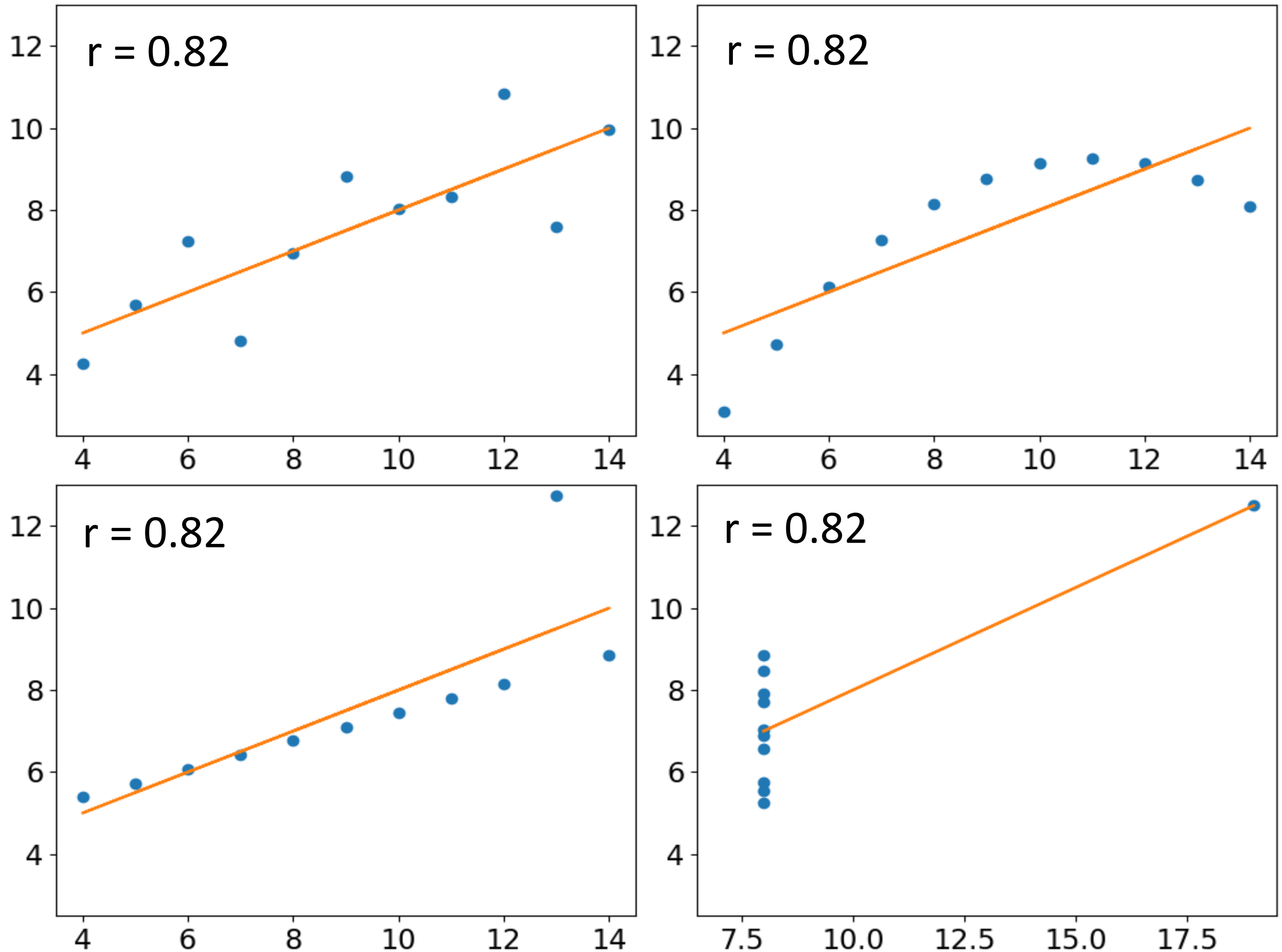
•**Si 0 < r < 1:** Refleja que se da una correlación positiva.

•**Si r = 0:** En este caso no hay una relación lineal. Aunque no significa que las variables sean independientes, puede haber relaciones no lineales entre ambas.

•**Si -1 < r < 0:** Indica que existe una correlación negativa.

•**Si r = -1:** Indica una **correlación negativa perfecta** y una dependencia total entre ambas variables lo que se conoce como **"relación inversa"**, que es cuando una de las variables aumenta, la otra variable disminuye en proporción constante.

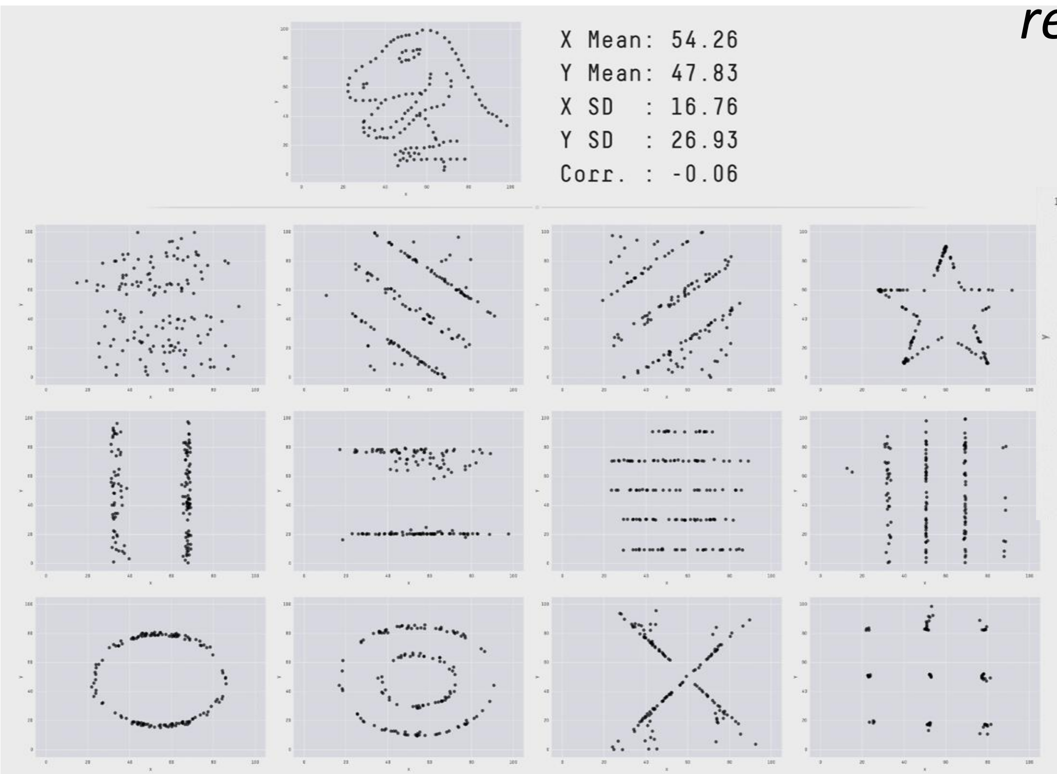
Pero **OJO!!!!** **Estos casos tienen igual valor de r!!!!!!**

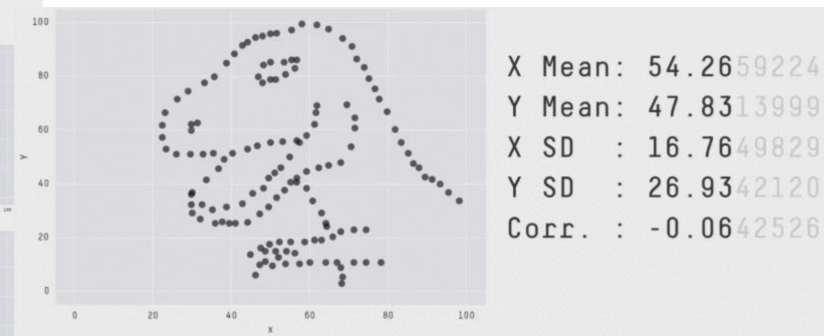


Estos casos tienen los MISMOS Parámetros Estadísticos!!!

Datasaurus dozen

… pero que producen gráficos diferentes
Por eso la IMPORTANCIA de las representaciones gráficas



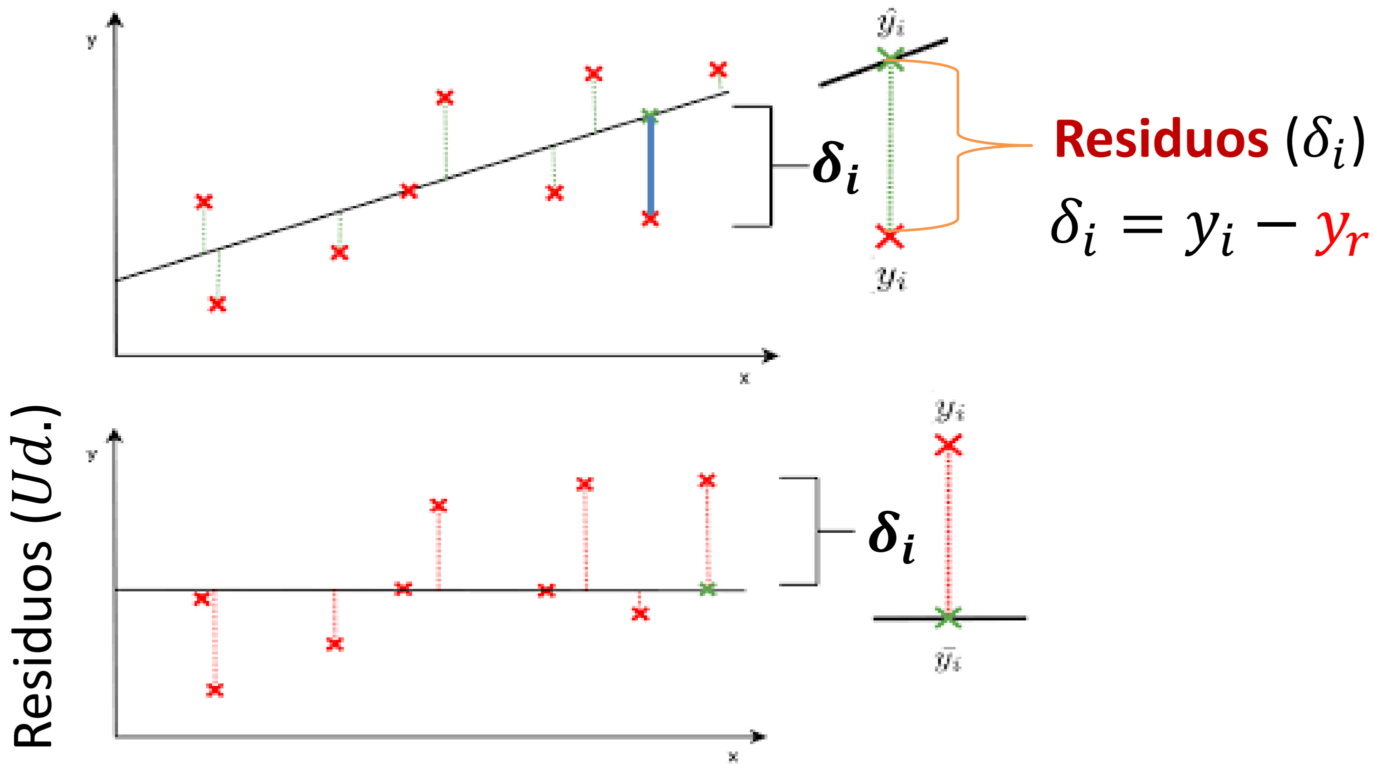


https://www.autodesk.com/research/publications/same-stats-different-graphs

Parámetros de BONDAD

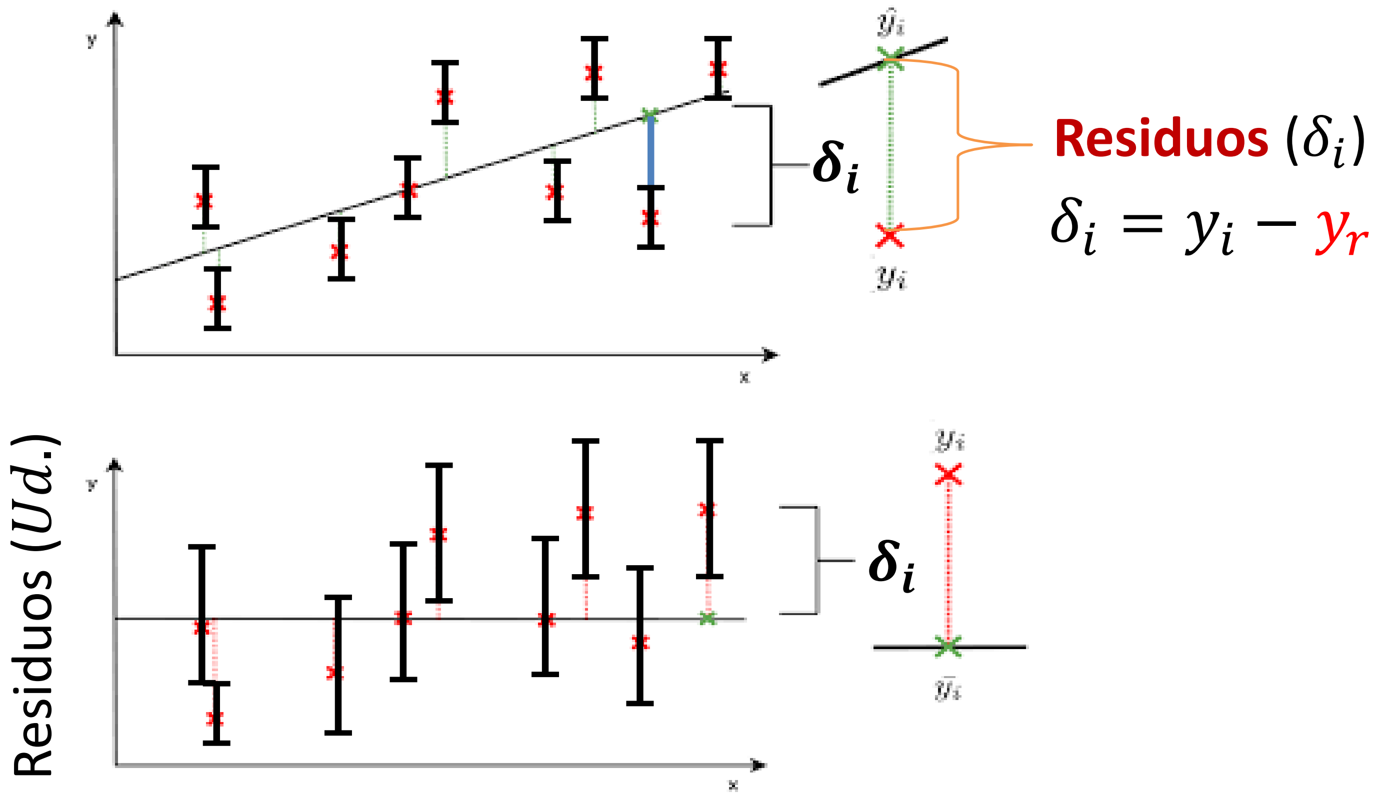
2- Gráfico de Residuos

Para TODOS los modelos



Los residuos deben estar distribuidos en forma ALEATORIA alrededor del cero y NO DEBEN tener ESTRUCTURA

2- Gráfico de Residuos:
SIEMPRE se grafican con incertezas



Los residuos deben estar distribuidos en forma aleatoria alrededor del cero y NO DEBEN tener ESTRUCTURA

Por esto la **NECESIDAD** de evaluar los **RESIDUOS**

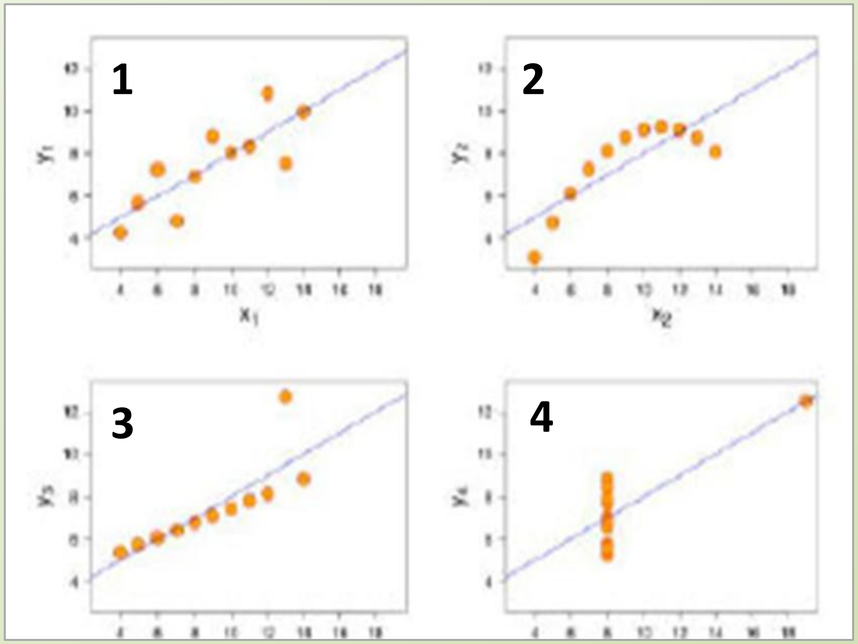
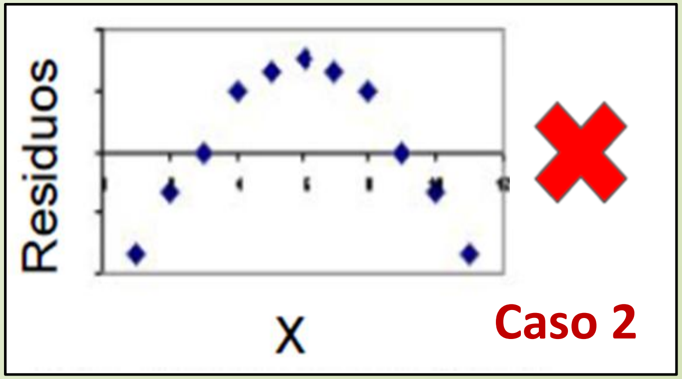
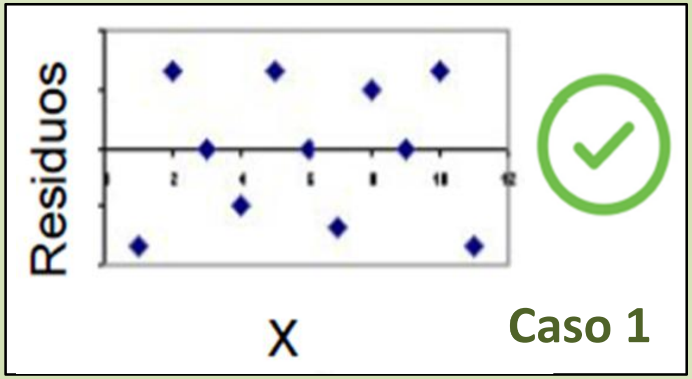


Gráfico de Residuos

En los casos 2, 3 y 4 la distribución de los datos alrededor de la recta no es normal. **Los residuos tienen estructura**





Parámetros de BONDAD

3- Chi cuadrado reducido (χ_v^2)

Para TODOS los modelos

*Dimensiona cuánto difieren los datos experimentales de los del modelo. **Pesan los residuos y Δy***

$$\chi_v^2 = \frac{\chi^2}{N - gl}$$

N = número de datos

gl: los grado de libertad

CASO LINEAL gl = 2

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i}\right]^2$$

Se espera que χ_v^2

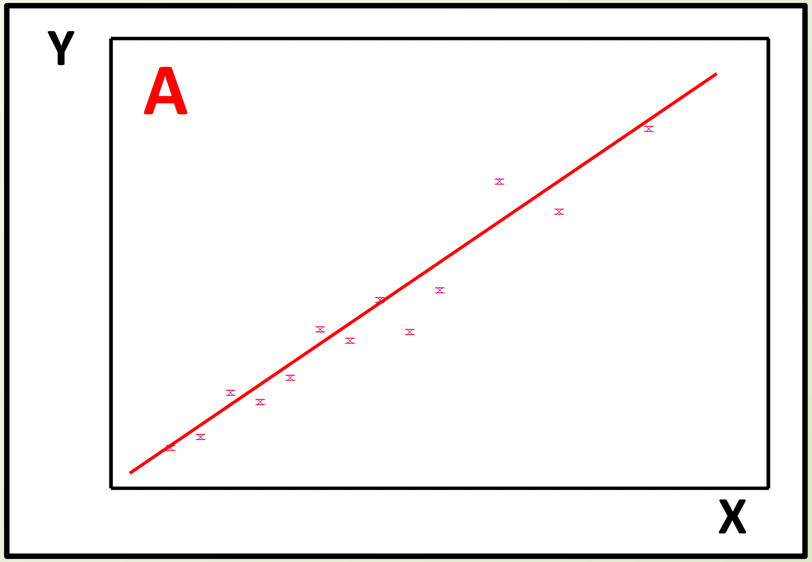
$$\begin{cases} \chi_v^2 \sim 1 \\ \chi_v^2 \ll 1 \\ \chi_v^2 \gg 1 \end{cases}$$

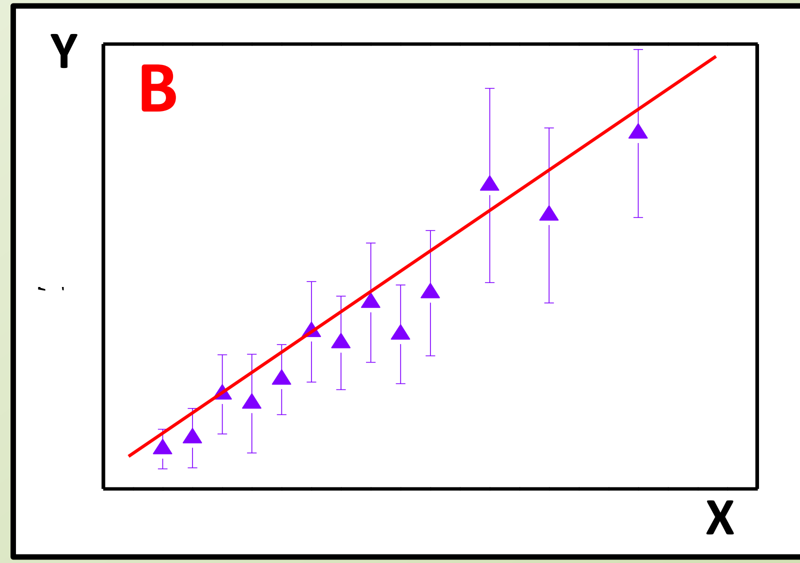
¿Qué significa $\chi_v^2 \sim 1$?

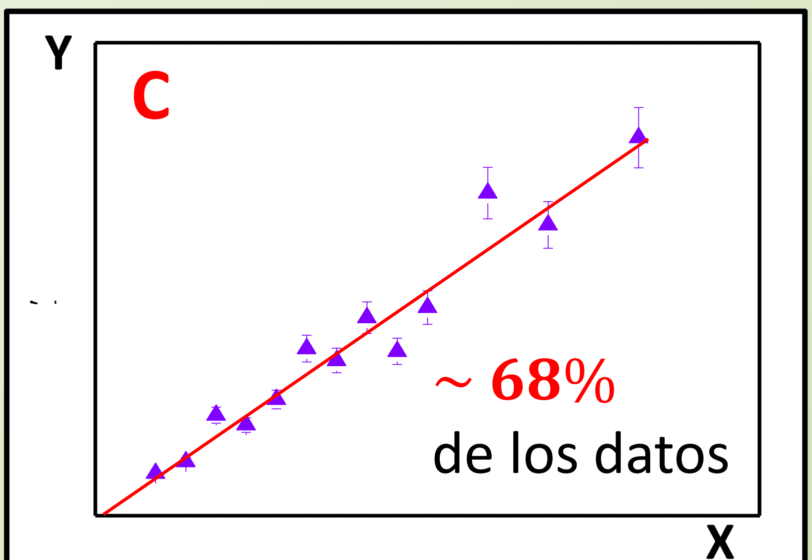
$$\chi_v^2 = \frac{\chi^2}{N-2}$$

Pesan los residuos y Δy

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i} \right]^2$$







$$\begin{cases} \chi_v^2 \sim 1 & \text{C} \\ \chi_v^2 \ll 1 & \text{B} \\ \chi_v^2 \gg 1 & \text{A} \end{cases}$$

Parámetros de BONDAD

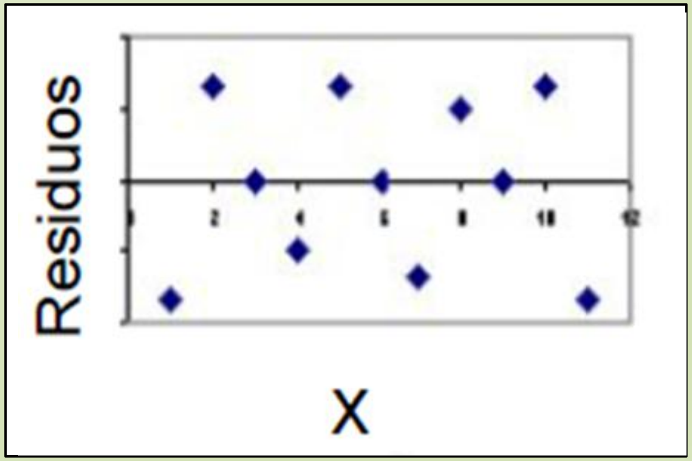
¿Qué esperamos?

Parámetros de BONDAD que nos servirán de ayuda:

Coeficiente de Correlación de Pearson r $\Rightarrow$ $|r| \sim 1$

Chi-cuadrado reducido χ^2_v $\Rightarrow$ $\chi^2_v \sim 1$

Residuos Sin ESRUCTURA $\Rightarrow$



EXPERIMENTO

Exp. 5

ACTIVIDAD

Determinar la aceleración de la gravedad g en un experimento de un péndulo simple

$$\boldsymbol{g = (\bar{g} \pm \Delta g)\, Ud.}$$

- ✓ **1ero:**

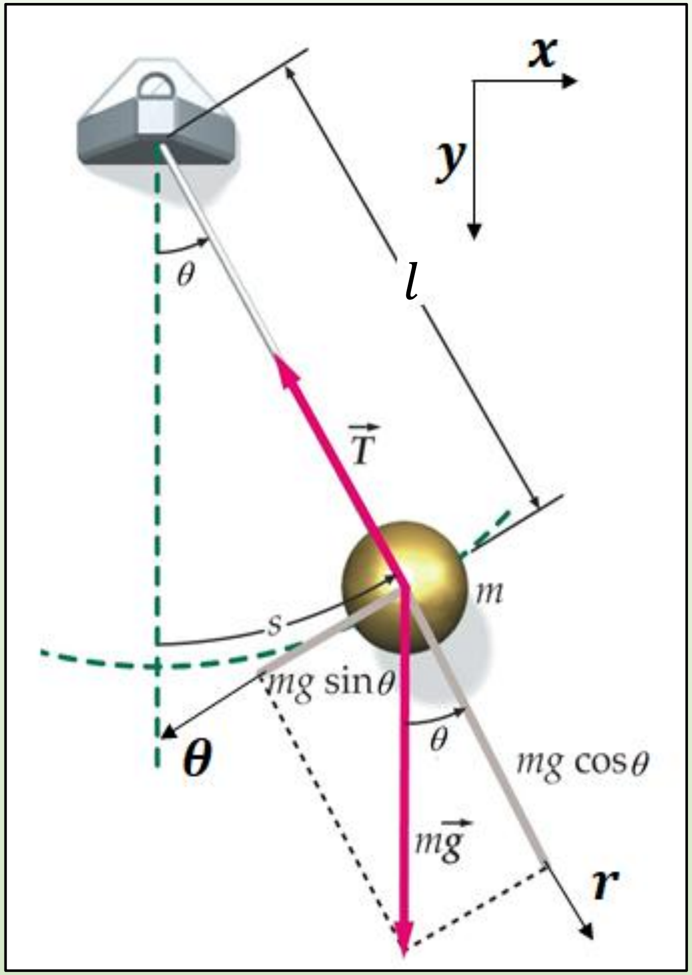
SIEMPRE hay que ***buscar las LEYES FÍSICAS*** *que conozcamos* ***QUE CONTENGAN LA MF*** *que deseamos calcular.*

- ✓ **2do:**

Buscar CUÁL O ***CUÁLES PUEDEN APLICARSE*** *con el* ***equipamiento con el que contamos***

Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



2da Ley de Newton: $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{r}}: mgcos\theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}: -\cancel{m}gsen\theta = \cancel{m}a_\theta \rightarrow a_\theta = -gsen\theta \end{cases}$$

$$s = l\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a_\theta = \frac{d^2s}{dt^2} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -gsen\theta$$

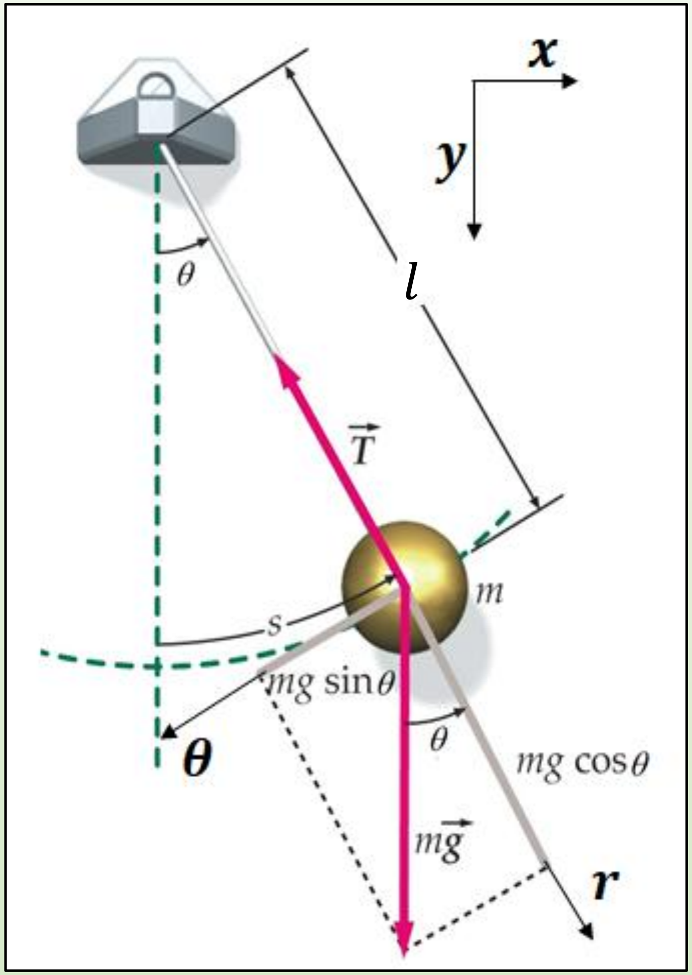
$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} + gsen\theta = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sen\theta = 0}$$

Ecuación diferencias de 2do orden

Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sen\theta = 0}$$

$$\theta \ll 1 \Rightarrow sen\theta \approx \theta \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

Solución: $\theta(t) = \theta_0 \cos(wt + \varphi)$

donde $w = \sqrt{\frac{g}{l}}$ $\quad \mathrm{f} = \frac{w}{2\pi}$ $\quad \mathrm{T} = \frac{2\pi}{w}$

Período de un péndulo de longitud *l*

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Período de un Péndulo Simple

Aproximación de pequeñas oscilaciones

Ecuación diferencias de 2^do orden

$$l\,\ddot{\theta} + g sen\theta = 0$$

Θ(º)	Θ(rad)	senΘ	dif. %	Θ(º)	Θ(rad)	senΘ	dif. %
0	0,00000	0,00000	0,00	15	0,26180	0,25882	1,15
2	0,03491	0,03490	0,02	20	0,34907	0,34202	2,06
5	0,08727	0,08716	0,13	25	0,43633	0,42262	3,25
10	0,17453	0,17365	0,51	30	0,52360	0,50000	4,72

EXPERIMENTO

Exp. 5

ACTIVIDAD

Determinar la aceleración de la gravedad *g* en un experimento de un péndulo simple empleando un modelo lineal del método de cuadrados mínimos

1- Medir ***T* y *l* de diferentes péndulos** (cambiar la longitud del péndulo entre **30-120 o 150 cm, traten de que estén equiespaciados!**!)

$$T_1 = T_0 \pm \Delta T \qquad l_1 = l_0 \pm \Delta l$$

$$T_2 = T_0' \pm \Delta T' \qquad l_2 = l_0' \pm \Delta l'$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$T_n = T_0{}^{n\prime} \pm \Delta T_n{}^{n\prime} \qquad l_n = l_0{}^{n\prime} \pm \Delta l_n{}^{n\prime}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 5

Determinar la aceleración de la gravedad *g* en un experimento de un péndulo simple empleando un modelo lineal del método de cuadrados mínimos

2- Graficar T **en función de** l**.** *¿Se relacionan en forma lineal?*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

NOOOOOO!! La relación NO es lineal!! No puedo usar un modelo lineal en este gráfico!

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

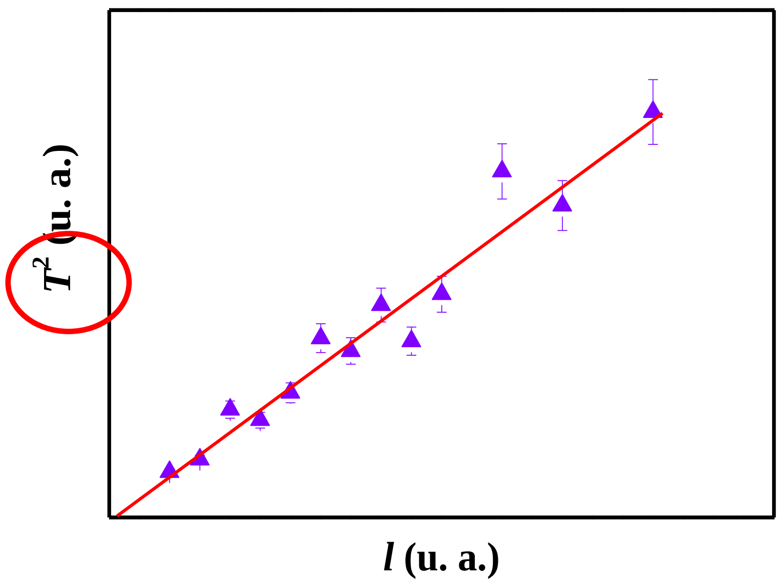
Exp. 5

¿Cómo utilizo un modelo lineal cuando la relación NO es lineal?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\overset{T}{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\overset{\tilde{l}}{\sqrt{l}}$$

$$\underset{\tilde{T}}{T^2} = \underbrace{\frac{4\pi^2}{g}}_{\text{Pendiente}}\underset{l}{l}$$



✓ $y = mx + b$

EXPERIMENTO

Exp. 5

ACTIVIDAD

1- Medir **T y l de diferentes péndulos** (longitudes entre 30-120 o 150 cm, equiespaciados!!)

2- Graficar **T en función de l.** *Evaluar la relación funcional que observan y comparar con la teoría*

3- Calcular ε_r de T^2 y l.

4- Graficar T^2 en función de l (o l en función de T^2, **según los ε_r** (gráfico de puntos con errores absolutos) junto con un **modelo lineal del método de cuadrados mínimos: $y = ax + b$** y agregar **el gráfico de residuos con las incertezas absolutas en Y**

5- **Expresar** los resultados de a y b. *Discutir si b resultó lo esperado. ¿Con qué podría relacionarse b?.* Escribir los resultados de los **parámetros de bondad r** y χ_v^2.

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 5

6- Obtener y expresar el **resultado de g** **(NO olviden incerteza absoluta, Unidades y 2 cifras significativas!!!).**

EXPERIMENTO

Exp. 5

¿Cómo mido T ?

1- Evitemos trabajo si ya sabemos mucho sobre el péndulo! Medir el tiempo total que trascurre en N = 40 períodos y calcular:

$$\boxed{T = \frac{T_{40}}{N}}$$

2- Y la incerteza absoluta de T? Piensen y lo discutimos!!!

INFORME 2

ENTREGA EN EL CAMPUS EN FORMATO PDF

MARTES 6 DE MAYO HASTA LAS 12 HORAS

COPIAR FORMATO DE LA PLANTILLA DE INFORME