

# **MEDICIONES DIRECTAS 2 – DETERMINACIÓN DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO HISTOGRAMAS**

**Laboratorio 1 – 1er Cuatrimestre de 2025**

Departamento de Física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires



## Repaso de la clase pasada

### RESULTADO

Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

$$[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x] \text{ Unidad}$$

### Expresión del Resultado

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{Unidad}$$

$\bar{x} \rightarrow$  Valor más representativo

$\Delta x \rightarrow$  Incerteza Absoluta  
Error Absoluto

Error  
ABSOLUTO ( $\Delta x$ )

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2}$$

¿ $\sigma_e$ ?

Error  
NOMINAL ( $\sigma_N$ )

$$\sigma_N^2 = \sigma_{ap}^2 + \sigma_{in}^2 + \sigma_{cal}^2$$



*¿Cuál es el período del metrónomo?*



1,25 s

1,23 s

1,22 s

1,25 s

1,24 s

1,26 s

1,23 s

1,23 s



$$\sigma_{ap} = 0,01 \text{ s}$$

Algunos de los datos **difieren** entre sí en más de la **precisión del instrumento**

*Si mido más de 1 vez y obtengo datos **fuera del intervalo de confianza**  $[\bar{x} - \sigma_{ap}, \bar{x} + \sigma_{ap}] \rightarrow \Delta x = ?$*

## Distribución estadística - Histogramas

Supongamos que tomamos  $N$  mediciones de una MF  $\rightarrow \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un **dado**  $N = 100$  veces

| Medición # | Cara del dado |
|------------|---------------|
| 1          | 2             |
| 2          | 6             |
| 3          | 1             |
| ...        | ...           |
| 99         | 4             |
| 100        | 1             |



Medir el **período** de un **faro**  $N = 100$  veces

| Medición # | Tiempo (s) |
|------------|------------|
| 1          | 1,02       |
| 2          | 0,98       |
| 3          | 1,07       |
| ...        | ...        |
| 99         | 1,22       |
| 100        | 1,10       |



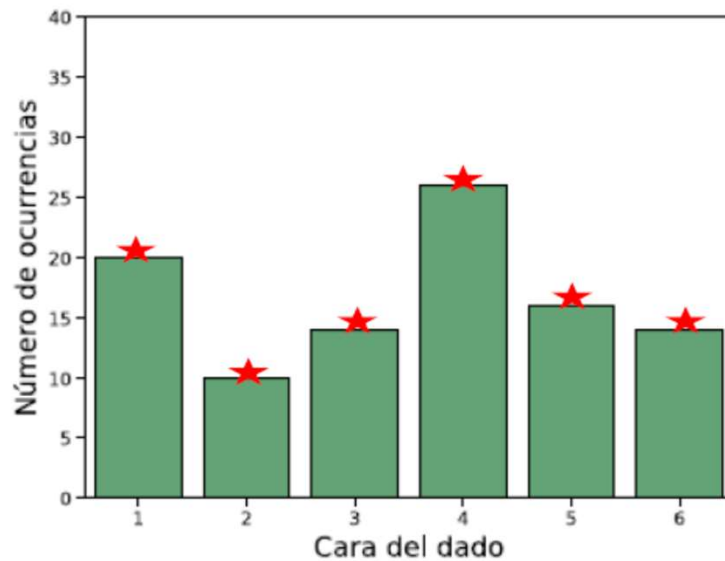
## Distribución estadística - Histogramas

### Histograma

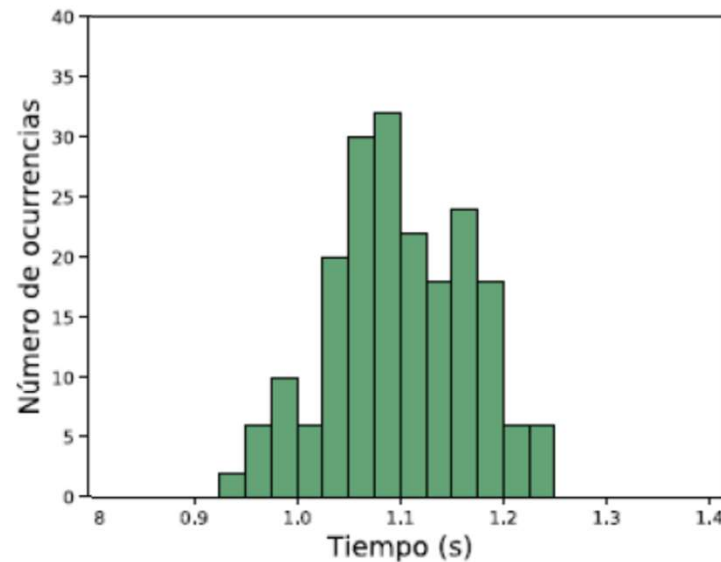


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\sum_j N^{\circ} \text{Ocurrencias}_j = N$$

# Distribución estadística

## Histogramas

Si tomamos  $N$  mediciones de la magnitud  $x$ , tenemos  $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen estos valores?

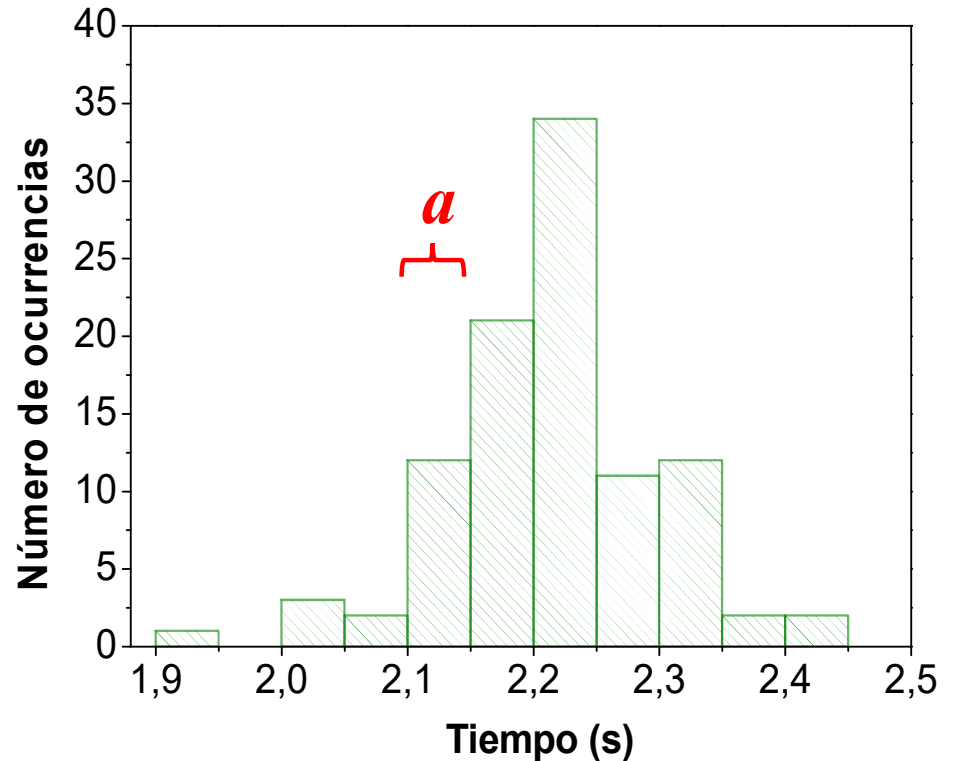
→ **Histograma**

Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

- Número total de datos:  $N$
- Rango:  $[x_{\min}, x_{\max}]$
- Intervalo de clase (bin size):  $a$
- 1<sup>er</sup> intervalo:  $[x_{\min}, x_{\min+a}]$
- Último intervalo:  $[x_{\max-a}, x_{\max}]$
- Cantidad de intervalos de clase:  $C$

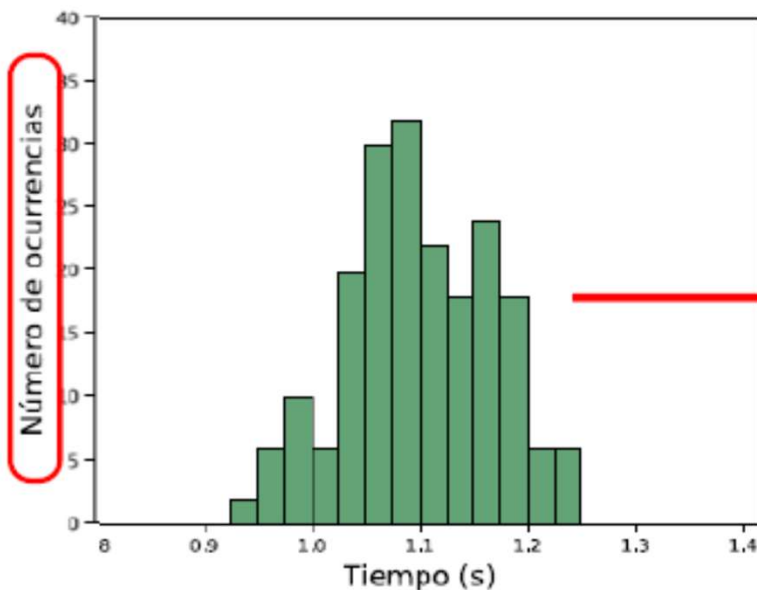
$$a = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{C}$$

$$\sum_j N^{\circ} \text{Ocurrecencia}_j = N$$

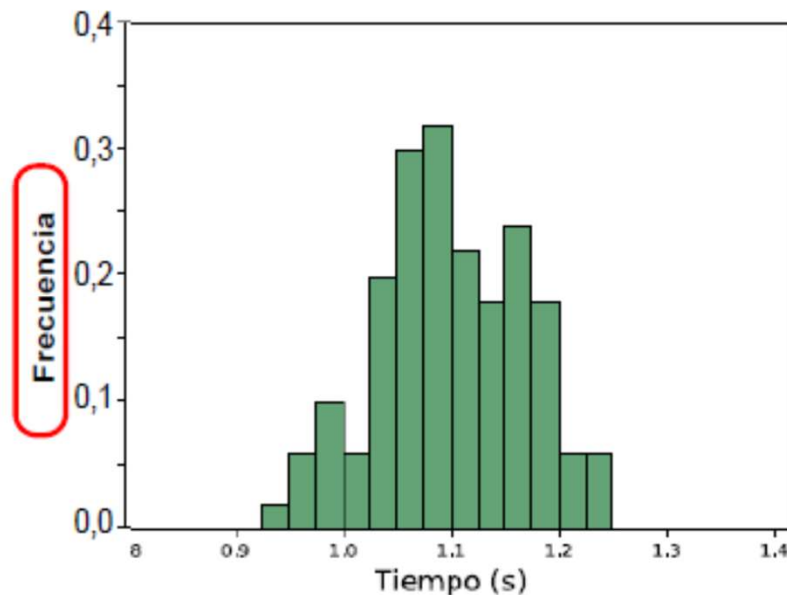


## Resultados del Experimento - Histogramas

Medir el período de un faro N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\frac{N^{\circ} \text{ Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

Condición de Normalización

$$\sum_j F_j = 1$$



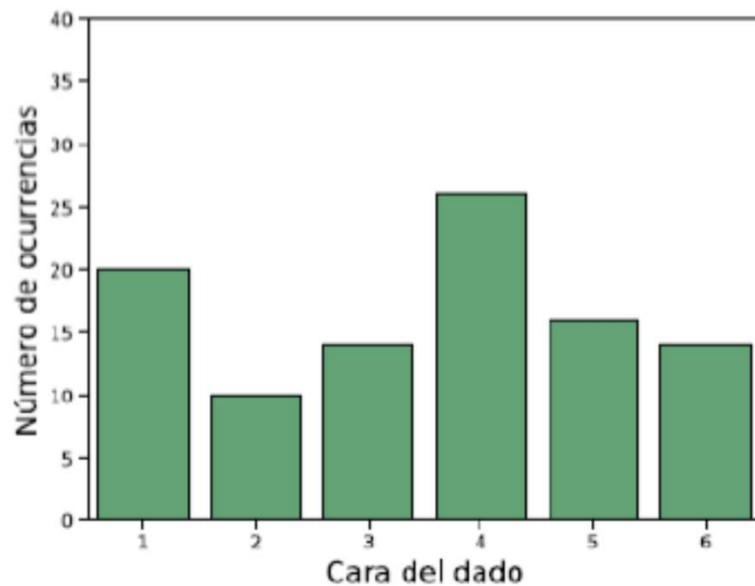
## Resultados del Experimento - Histogramas

### Histograma

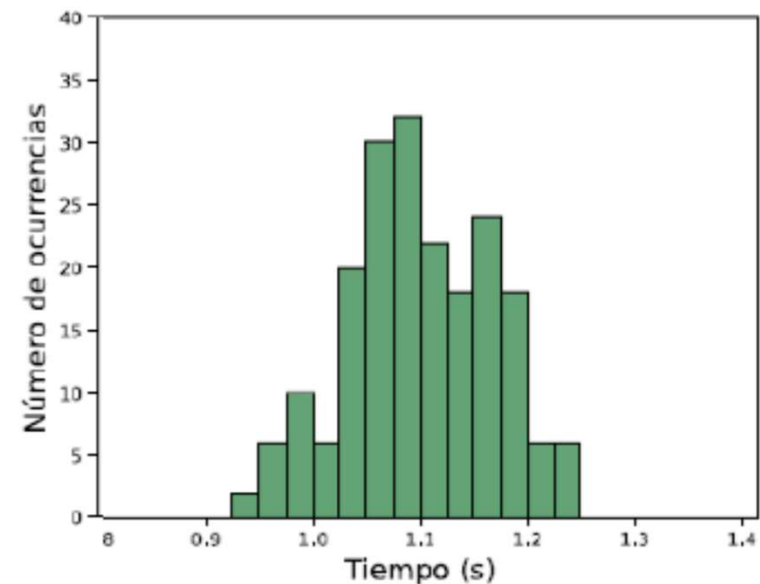


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado  $N = 100$  veces



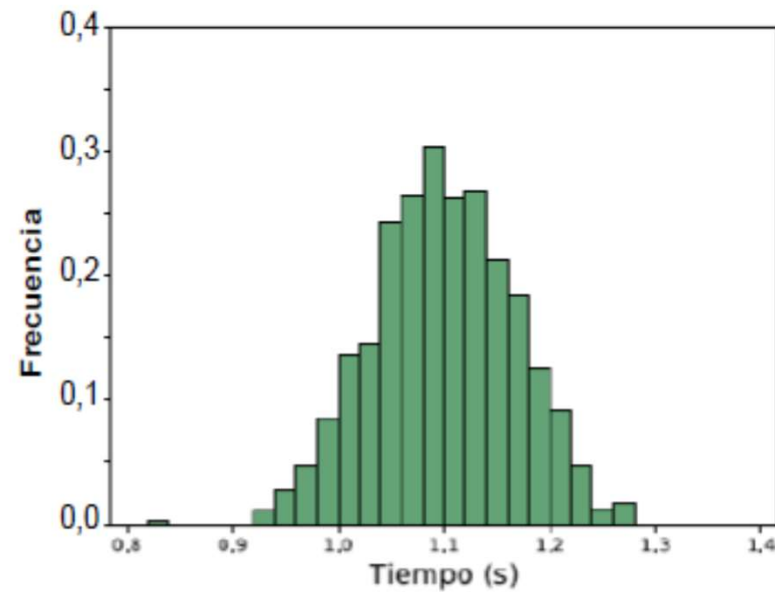
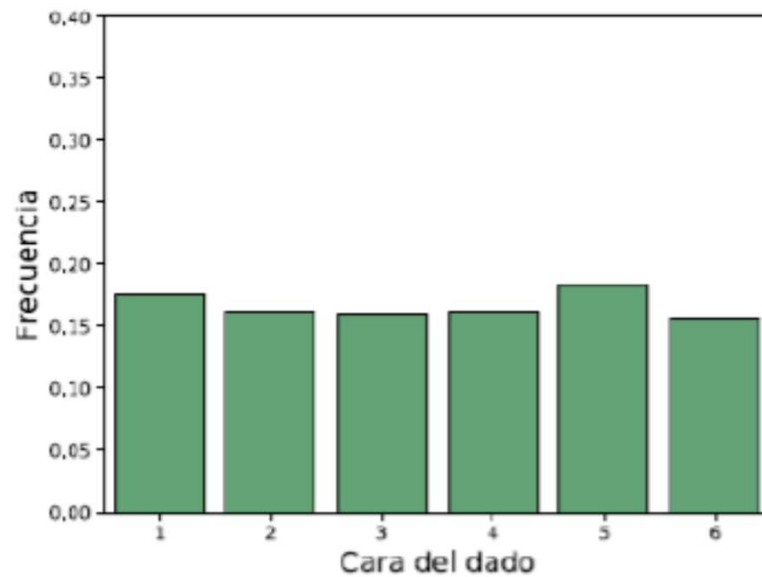
Medir el período de un faro  $N = 100$  veces





## Distribución de probabilidad

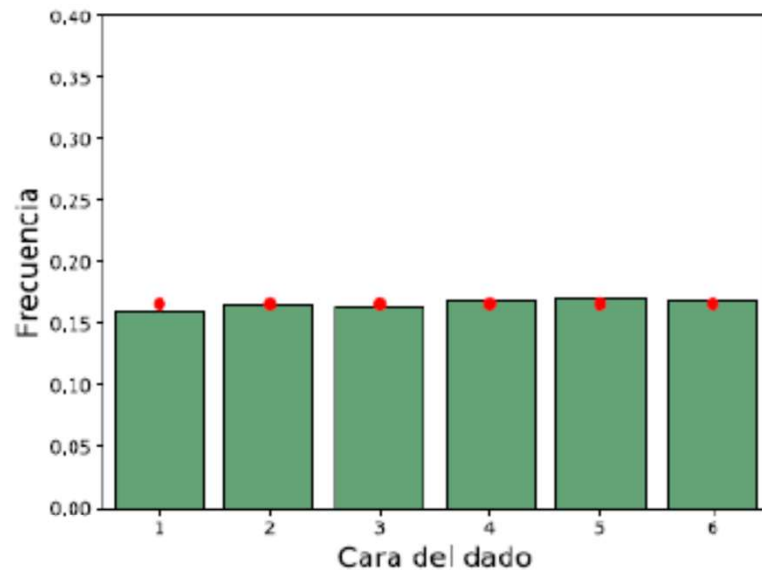
N = 1000



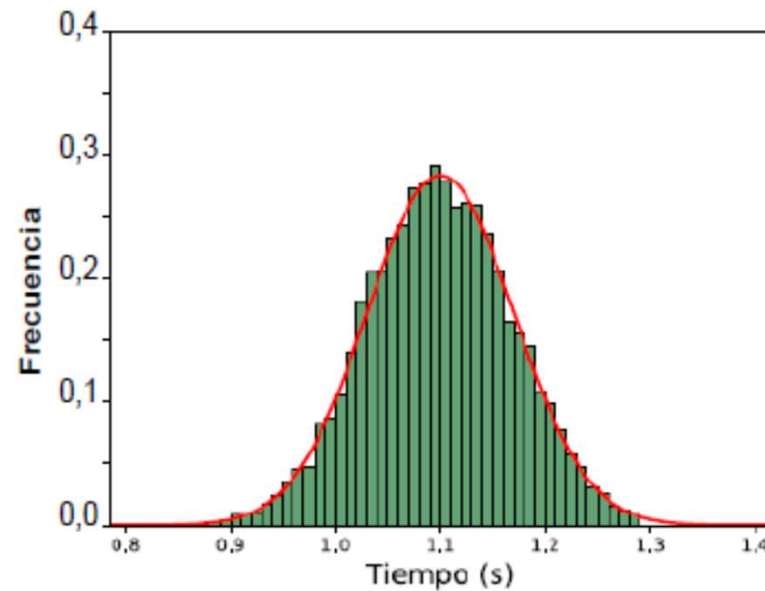
## Distribución de probabilidad

$N = 10000$

### Distribución de probabilidades



Discreto



Continuo



# Valores característicos

## MODA

$M_o, x_{mo}$ : Valor de  $x$  que corresponde al máximo de frecuencia

## MEDIANA

$Me, \tilde{x}$ : Valor de  $x$  que divide el 50% de los datos

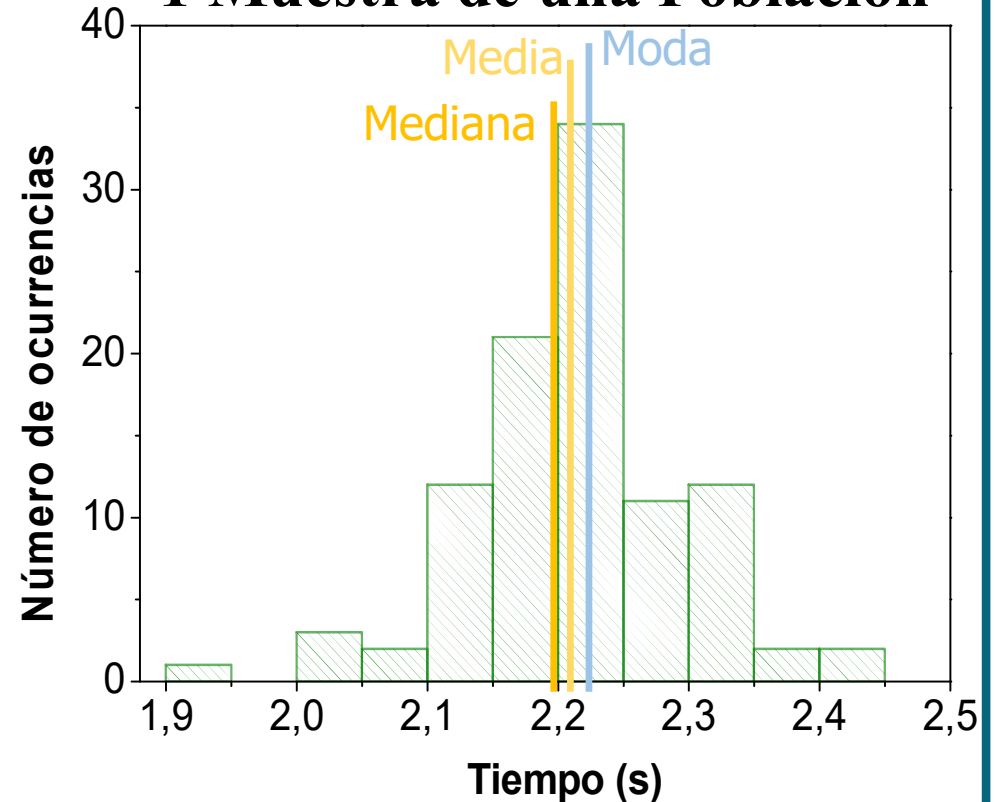
## MEDIA ( $\bar{x}$ )

$\bar{x}$ : Promedio o media aritmética



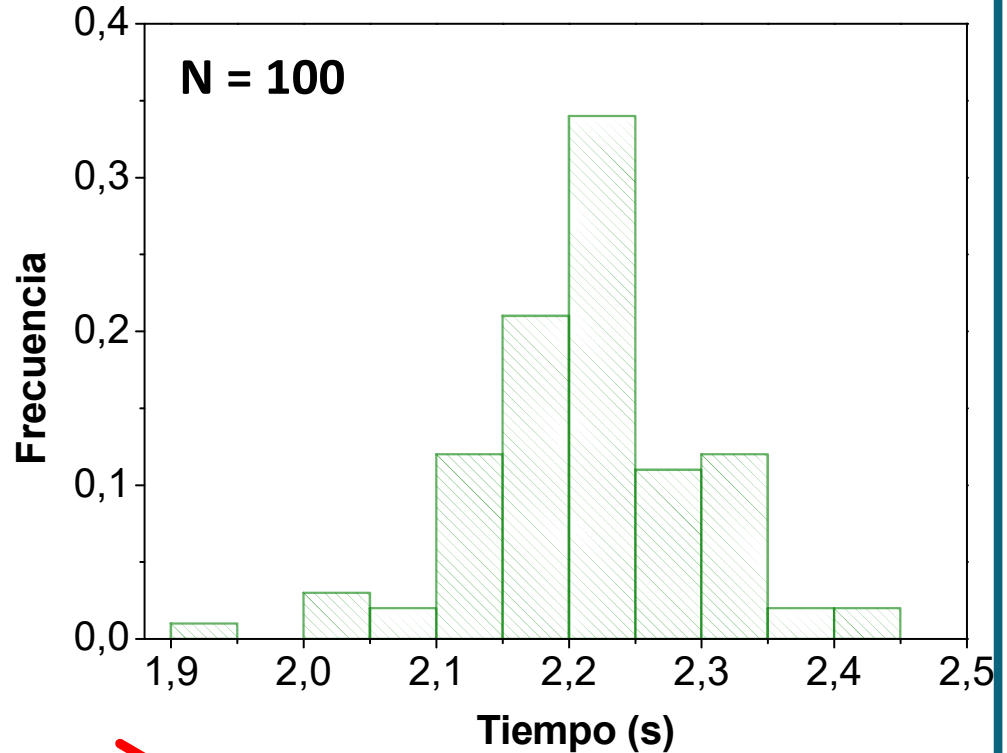
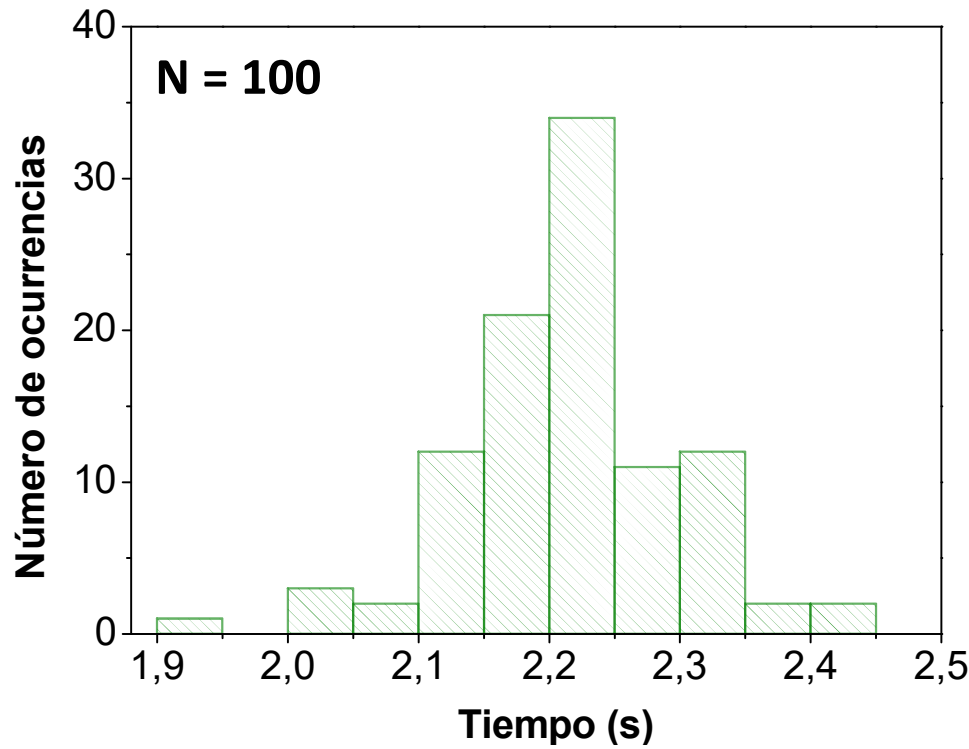
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

## 1 Muestra de una Población





# Cómo comparo histogramas



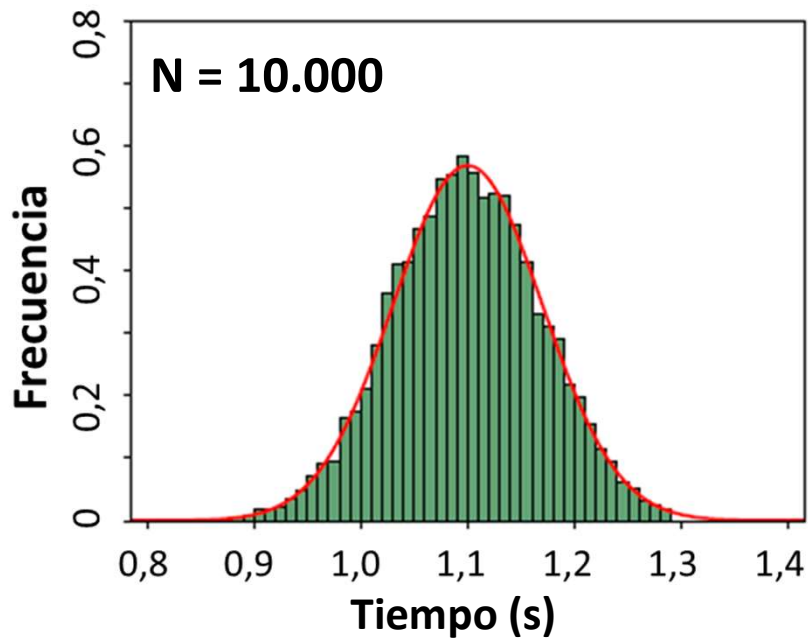
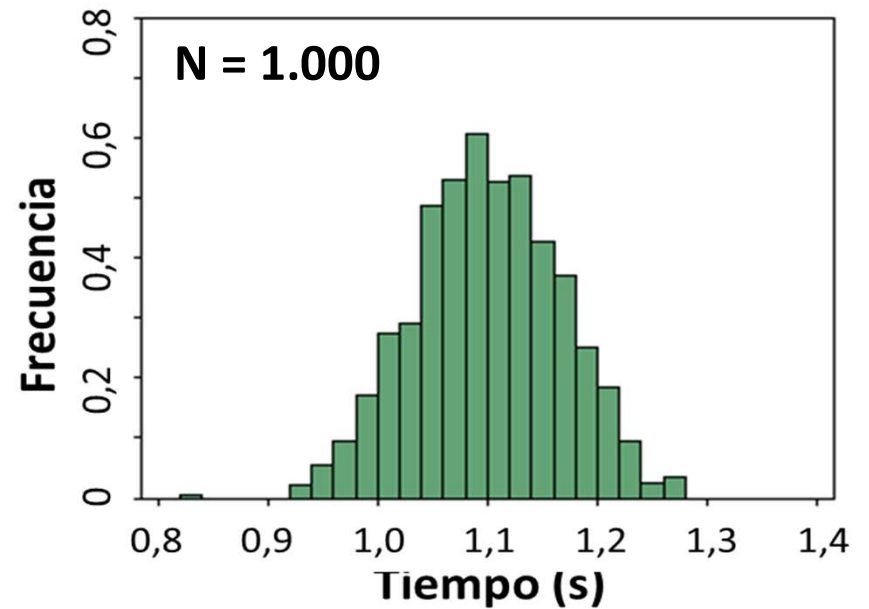
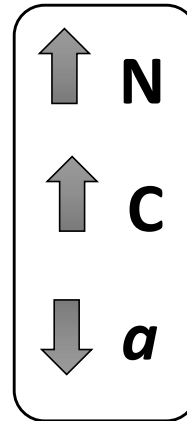
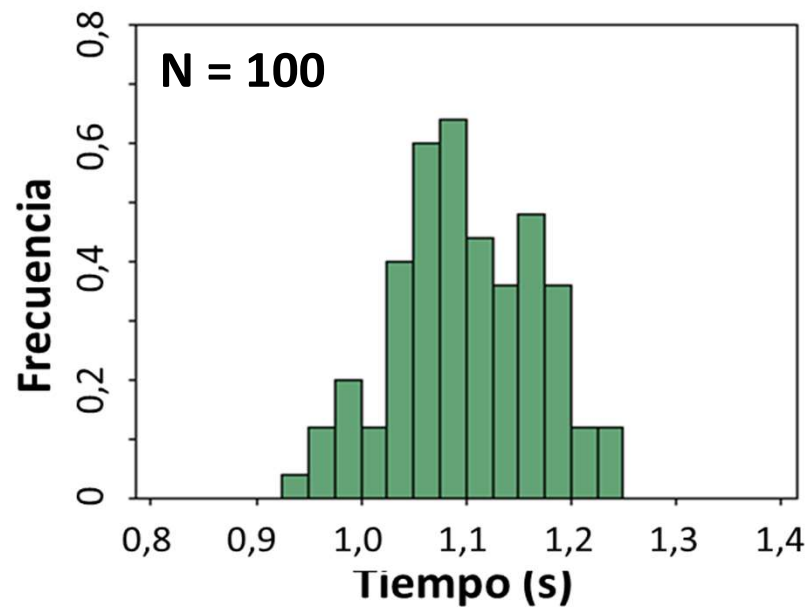
$$\frac{\text{Número de Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

Condición de Normalización  $\rightarrow \sum_i F_i = 1$

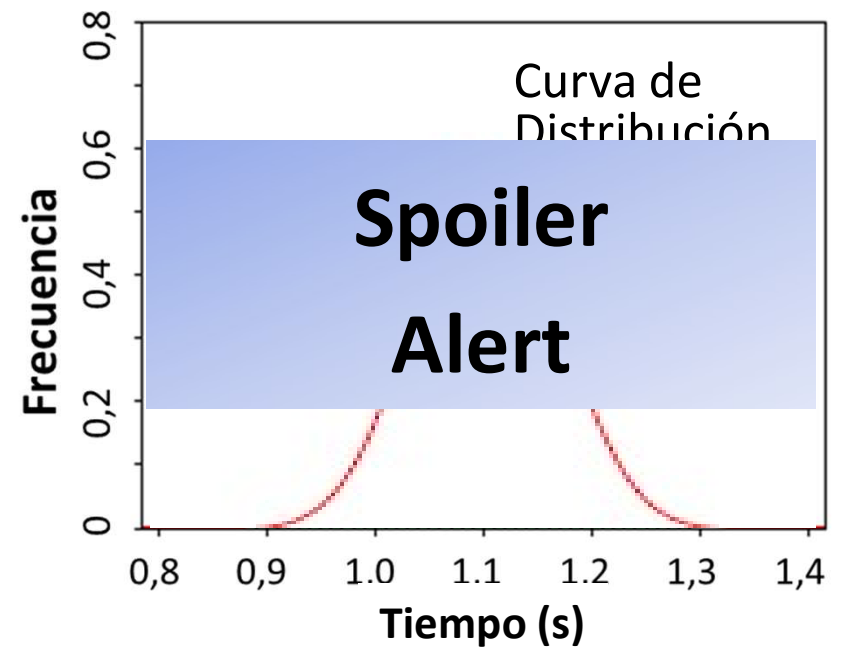
Material Adicional  
Información para  
confeccionar  
histogramas



## ¿Si aumenta N?



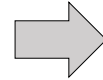
$N \rightarrow \infty$   
 $a \rightarrow dx$



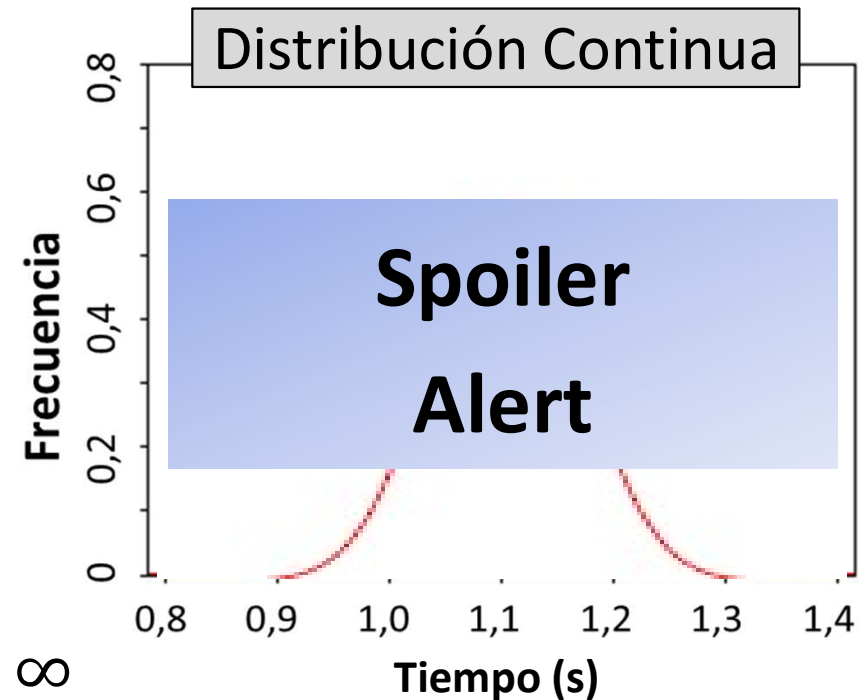
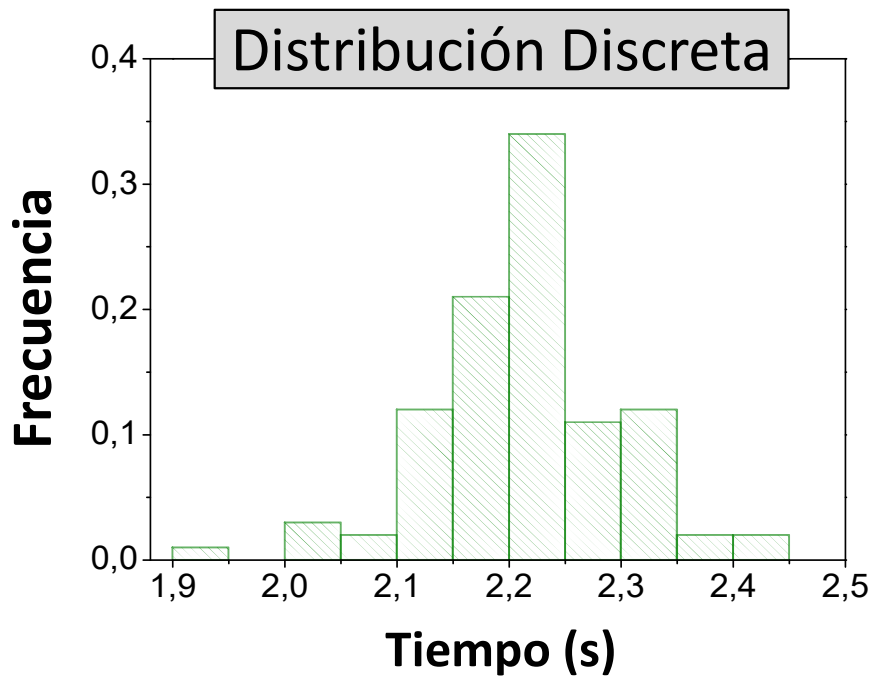
# Objetivo

Estimar los parámetros de la distribución a partir de los datos medidos

Tenemos una muestra finita de datos



Queremos estimar los parámetros de la distribución



$N \rightarrow \infty$

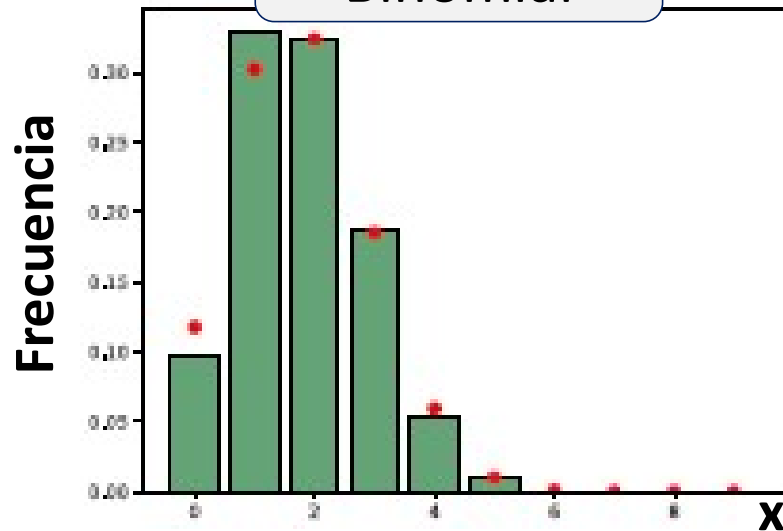
$\bar{x}$  → ?

$S$  → ?

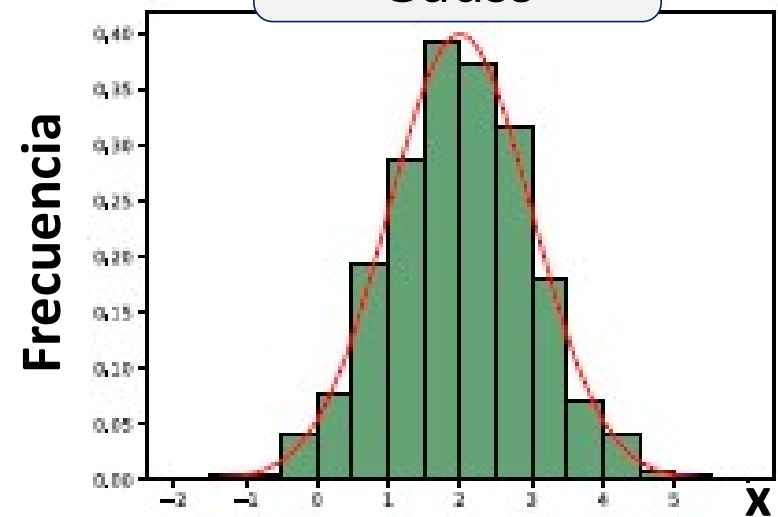


# Ejemplos de distribuciones

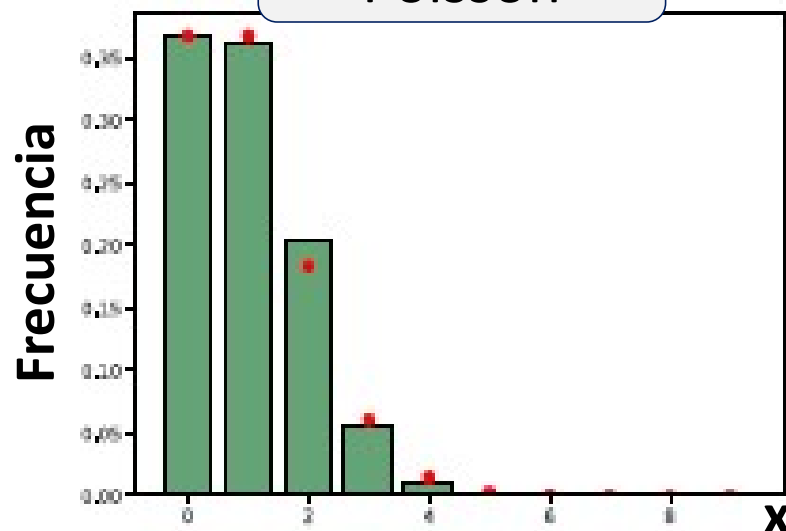
Binomial



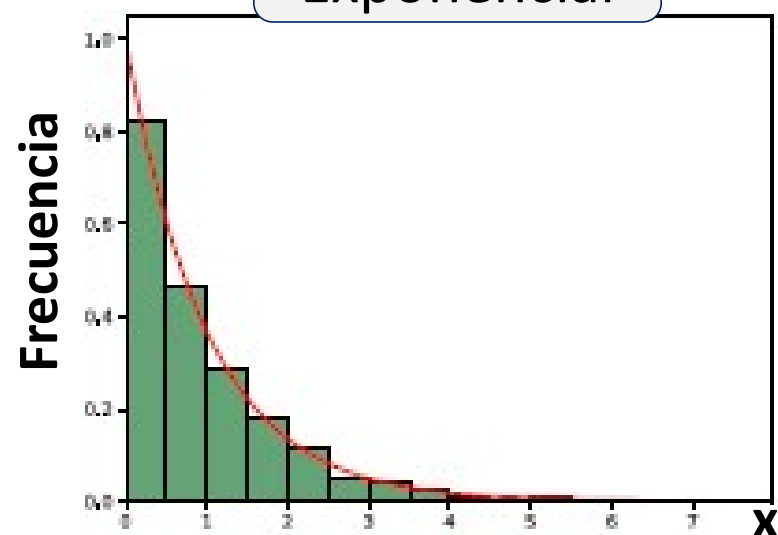
Gauss



Poisson



Exponencial

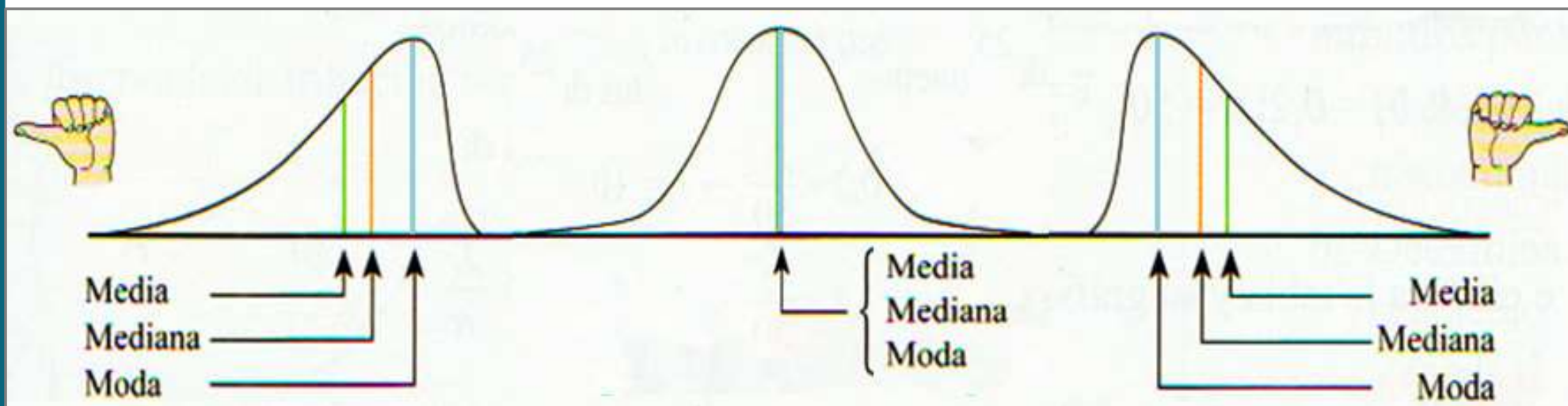


# Media Moda y Mediana

**Curva sesgada a la izquierda**

**Curva Simétrica**

**Curva sesgada a la derecha**



$\text{Media} < \text{Mediana} < \text{Moda}$

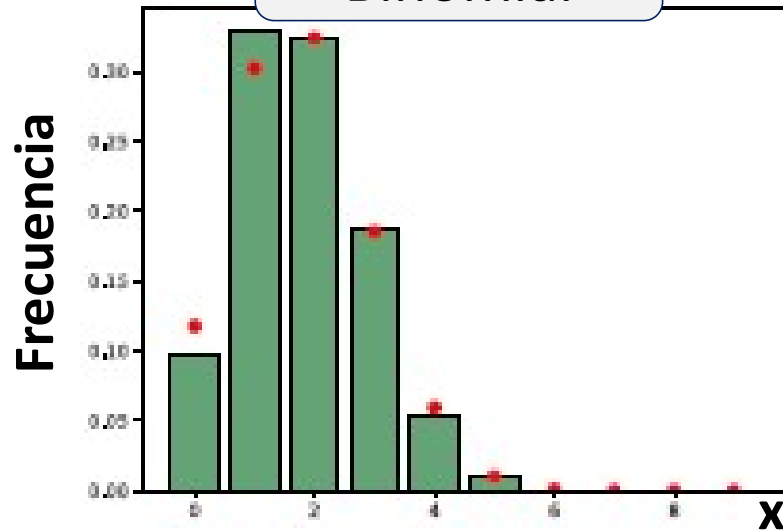
$\text{Moda} > \text{Mediana} > \text{Media}$

$\text{Moda} = \text{Mediana} = \text{Media}$

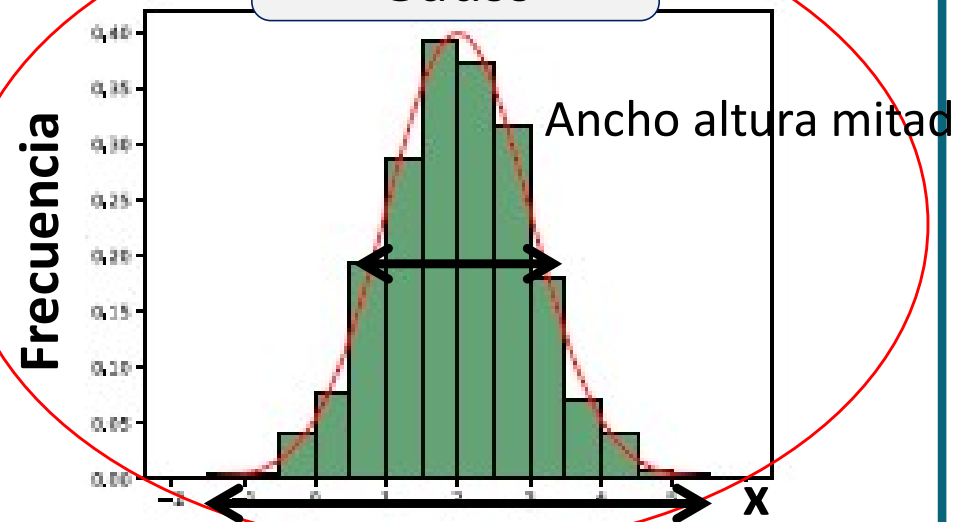


# Ejemplos de distribuciones

Binomial

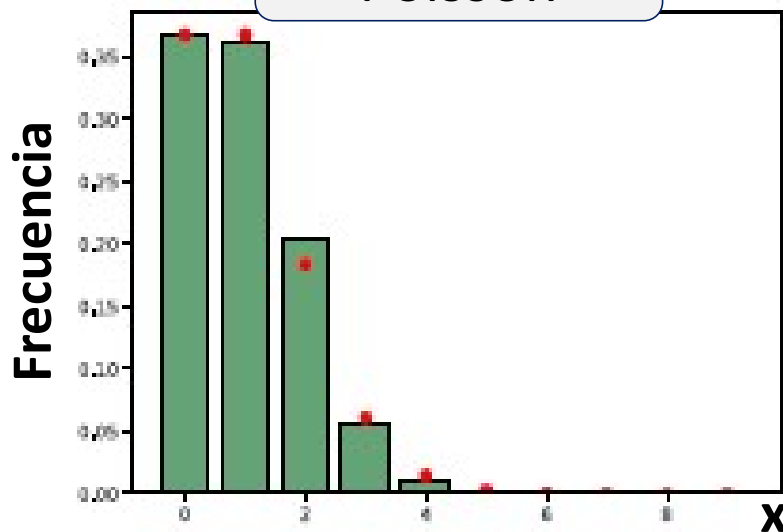


Gauss

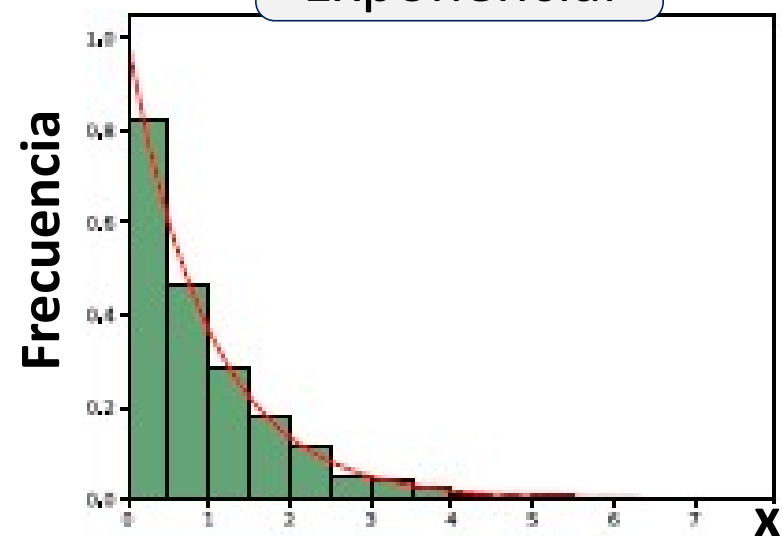


$X_{\max} - X_{\min}$

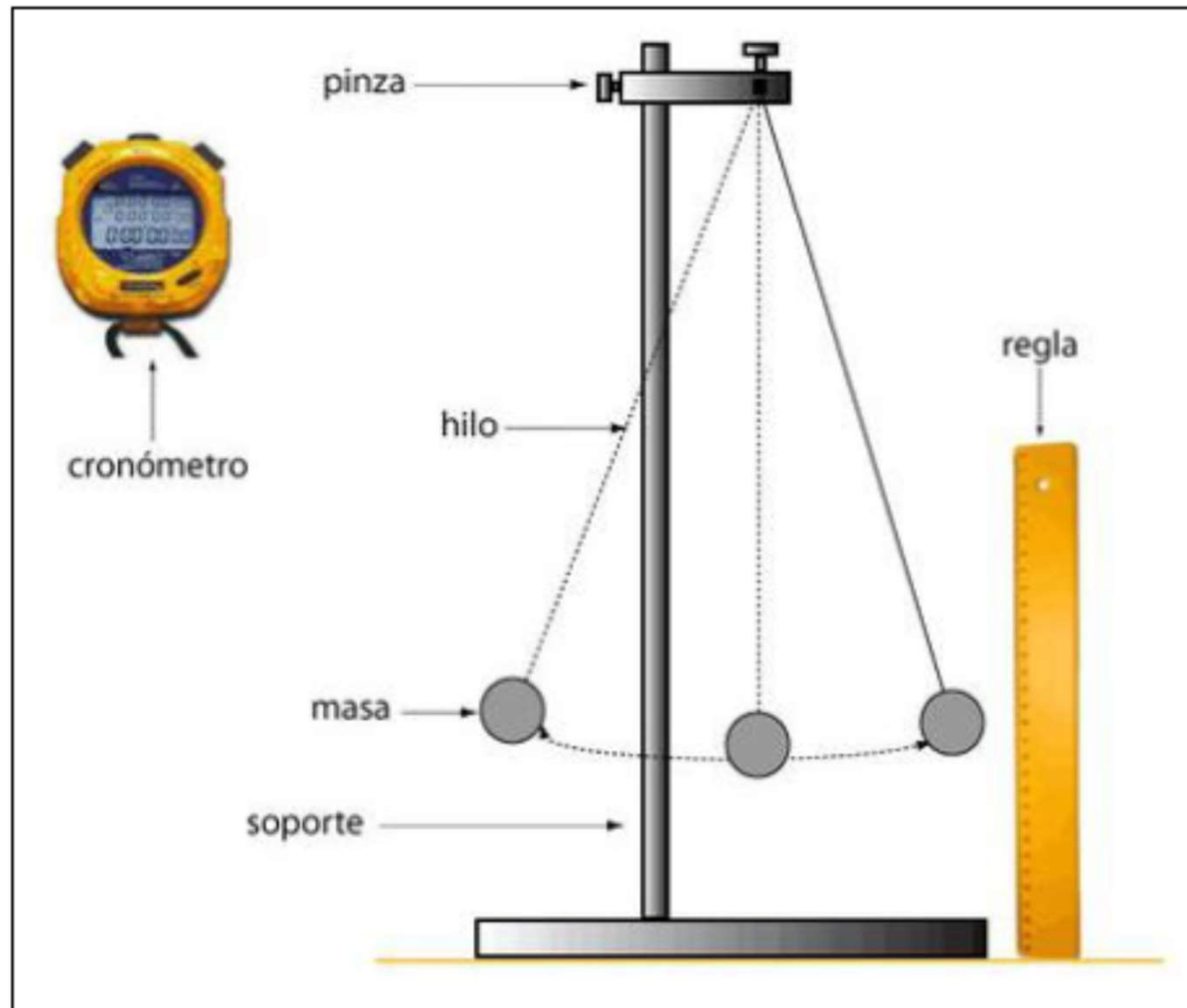
Poisson



Exponencial



### DETERMINAR EL PERÍODO DE UN PÉNDULO



Cronometro web

*Variables:*

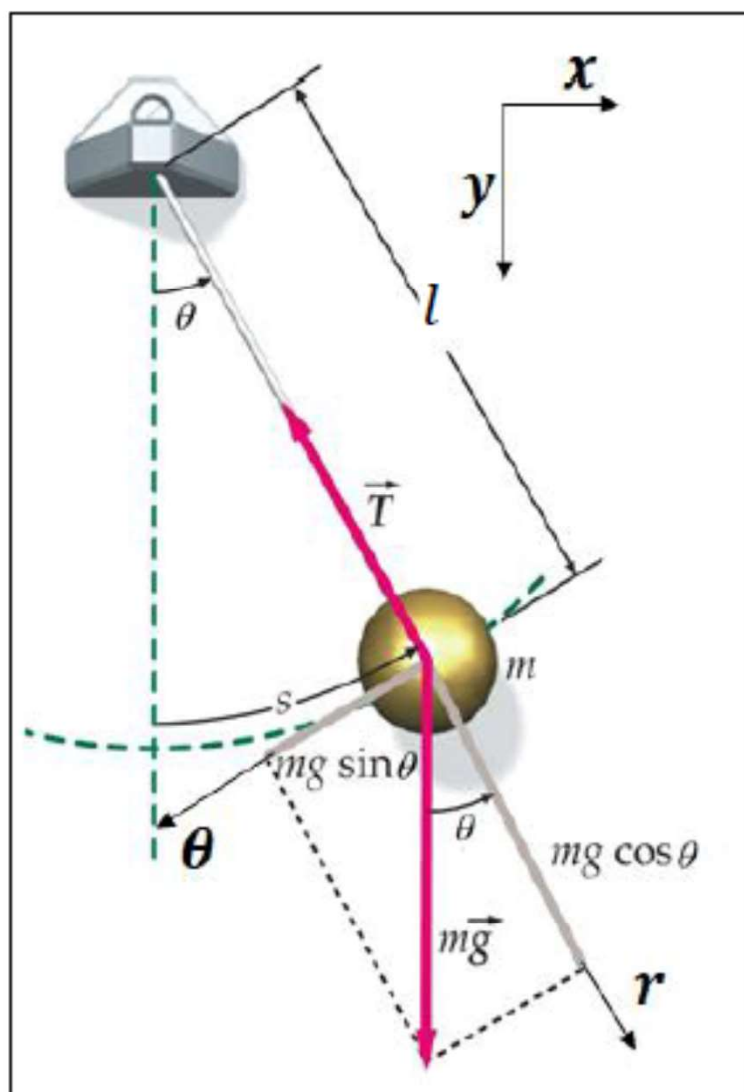
*Tamaño objeto*

*Longitud objeto*

*Errores*

...

## Diagrama de cuerpo libre



## Período de un Péndulo Simple

2da Ley de Newton:  $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{r}: mg \cos \theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\theta}: -mg \sin \theta = ma_\theta \rightarrow a_\theta = -g \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s &= l\theta \\ v &= \frac{ds}{dt} = l \frac{d\theta}{dt} \\ a_\theta &= \frac{d^2s}{dt^2} = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned}$$

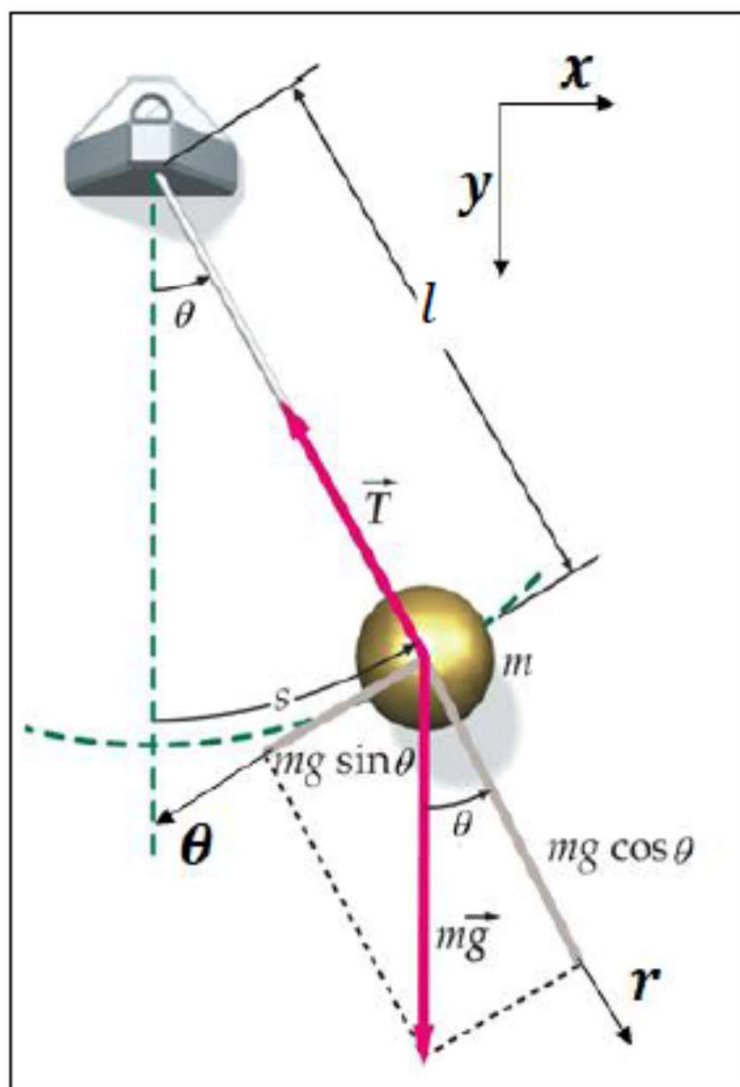
$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} = -g \sin \theta$$

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Ecuación  
diferencias  
de 2<sup>do</sup> orden

## Diagrama de cuerpo libre



## Período de un Péndulo Simple

Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

$$\theta \ll 1 \Rightarrow \sin\theta \approx \theta \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

Solución:  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$   $\theta_0 \ll 1$

donde  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$   $f = \frac{\omega}{2\pi}$   $T = \frac{2\pi}{\omega}$

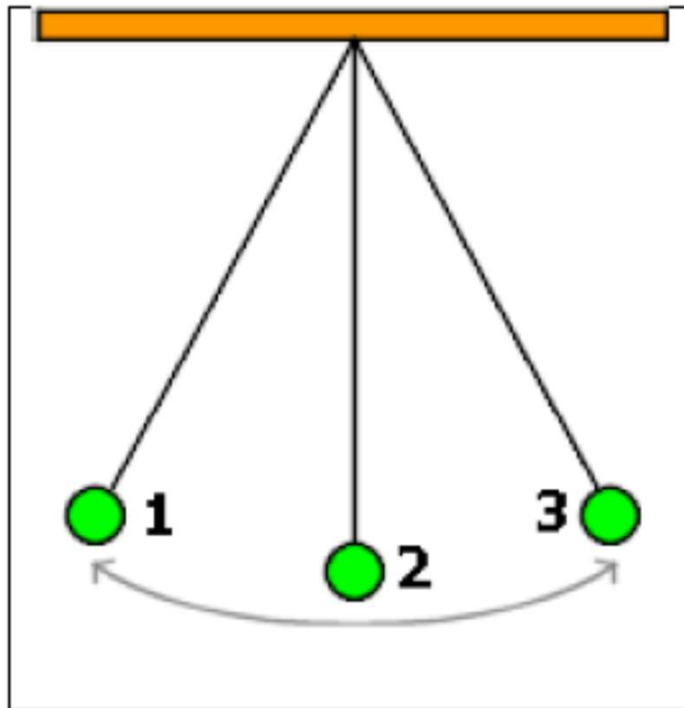
Período de un  
péndulo de  
longitud  $l$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



# Período de un Péndulo Simple

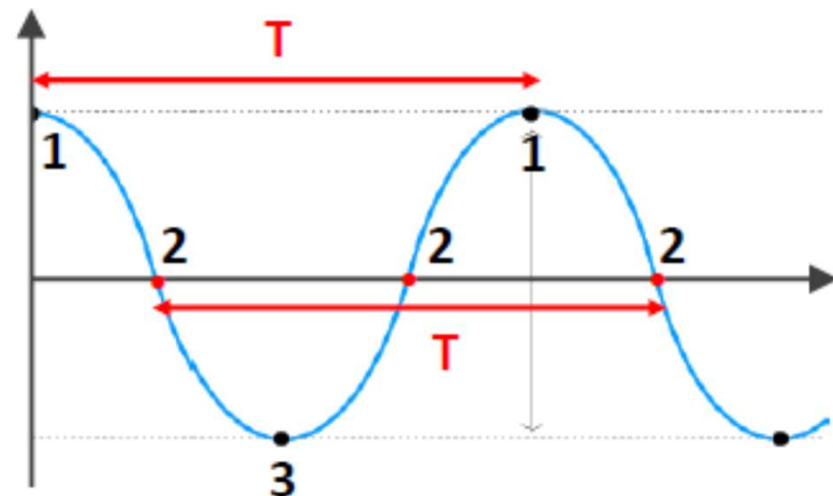
## Período del péndulo



*¿Y si comienzo a medir cuando  
pasa por el punto de equilibrio (2)?*

## Tiempo de una oscilación completa

Tiempo que tarda el péndulo en  
partir desde uno de sus extremos de  
amplitud (1), pasar por el punto de  
equilibrio (2), llegar al otro extremo  
de amplitud (3) y regresar  
nuevamente al primer punto (1)



# EXPERIMENTO

## EXPERIMENTO (VER GUÍA 2)

- Longitud del Péndulo de alrededor de 80 – 100 cm
- Pesar la masa

### Actividad 1:

- Realizar 20 mediciones del período del péndulo ( $\theta < 10^\circ$ ) ( $N = 20$ ).
- Realizar el histograma del experimento.

### Actividad 2:

- Realizar 180 mediciones más y sumarle las anteriores (200 en total)
- Dividirlos en 5 series de  $N=10, 20, 50, 100$  y  $200$  (orden en que fueron medidos).
- Realizar Histogramas de cada serie.

### Ambas actividades:

- Obtener los valores característicos de cada serie (Valor Más Probable, Mediana, Media, ancho altura mitad...). Analizar tendencia en probabilidad.

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Ambas actividades: Incerteza (Ancho altura mitad, Max-Min)

Actividad 1:

- Analizar forma de la distribución (similitudes y diferencias)
- Analizar valores característicos y errores para cada experimento
- Informar como  $(x \pm \Delta x)$ , comparar, generalizar...

Actividad 2:

- Lo mismo, pero ahora en función del nro de mediciones de la serie.
- ¿la forma depende de N? ¿cómo cambia? ¿la distribución parece indicar un único valor más probable o es uniforme?
- A partir de los resultados y su análisis, reportar el mejor valor del período del péndulo posible, con su incerteza.

# EXPERIMENTO

**GUARDAR LOS RESULTADOS!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!**

**Precauciones: péndulo simple**

**Agregar qué es lo que se puede concluir de un análisis gráfico como este, dejar en claro que puede ser lo definitivo o simplemente una aproximación grafica inicial, de acuerdo al enfoque que se dé al trabajo**