

Problema 1

Parcial de Laboratorio 1C - 1er Cuatrimestre de 2025

11 de junio de 2025

En una experiencia de laboratorio, tres grupos miden el período de oscilación de un péndulo simple. Cada grupo realiza un número distinto de mediciones con un cronómetro digital (resolución: 0,01 s). A continuación se muestran los resultados obtenidos:

Grupo	Promedio (s)	SD (s)	N (mediciones)
1	1.4125	0.030	25
2	1.4270	0.045	30
3	1.3935	0.060	20

- Exprese correctamente el resultado de cada grupo como una magnitud física, calculando el error correspondiente a partir de los datos disponibles. Presente los resultados a dos cifras significativas.
- ¿Las mediciones de los distintos grupos presentan diferencias significativas entre sí? Discútalas.
- ¿Qué grupo realizó la medición más precisa? ¿Se puede decir algo sobre la exactitud de las mediciones? Explique.
- Calcule el valor del período del péndulo sabiendo que $g = (9,80 \pm 0,10) \text{ m/s}^2$ y la longitud medida es $L = (0,500 \pm 0,005) \text{ m}$. Escriba el resultado redondeando la incerteza a dos cifras significativas.
- Compare el valor teórico obtenido con las mediciones de los grupos. ¿Es compatible con alguno de ellos?

a. Para expresar correctamente una medición, primero debemos entender por qué se mide varias veces una misma magnitud. Cada medición individual está limitada por la resolución del instrumento, que en este caso es de 0,01 s. Al repetir muchas veces la medición, las pequeñas variaciones, incluidas las debidas a la resolución, se manifiestan como parte de la dispersión de los resultados.

Por lo tanto, al calcular el promedio de las mediciones y reportarlo junto con su incerteza, se utiliza el **error estadístico**, también conocido como *error estándar de la media*, definido por

$$\varepsilon_{\text{stat}} = \frac{\text{SD}}{\sqrt{N}}. \quad (1)$$

En la Tabla 1 se presentan los errores calculados para cada grupo, junto con los valores del período expresados como magnitudes físicas, siguiendo las indicaciones de la consigna.

Como ejemplo, consideremos el caso del Grupo 2. La consigna indica que la incerteza debe expresarse con dos cifras significativas. El error estadístico del Grupo B es 0,0082158,

Grupo	Promedio (s)	$\varepsilon_{\text{stat}}$ (s)	Período (s)	ε_{rel} (%)
1	1.4125	0.006	$1,4125 \pm 0,0060$	0.42
2	1.4270	0.0082158	$1,4270 \pm 0,0082$	0.57
3	1.3935	0.0134164	$1,394 \pm 0,013$	0.96

Tabla 1: Valores del error estadístico y del período del péndulo, expresado a dos cifras significativas, para cada grupo. También se muestra el error relativo del mismo

cuyas dos primeras cifras significativas son 82. Luego, el valor más probable debe redondearse con la misma cantidad de decimales que la incerteza. En este caso, el promedio del Grupo B es 1,4270s por lo que no es necesario ajustarlo. El resultado final, expresado correctamente, es

$$T = (1,4270 \pm 0,0082) \text{ s.}$$

b. Para analizar si los resultados presentan diferencias significativas, debemos comparar los intervalos de confianza que vienen dados por el error que calculamos en el inciso a. Para esto, utilizaremos un método gráfico, tal como puede verse en la Figura 1. En cada medición se muestra el valor obtenido junto con su incerteza y sombreado el intervalo de confianza asociado. Puede verse que solamente las mediciones del Grupo 2 y el Grupo 3 se solapan. En consecuencia, podemos decir que las mediciones del Grupo 1 y 3 son compatibles mientras que la medición del Grupo 2 presenta diferencias significativas con las mediciones de los grupos 1 y 3.

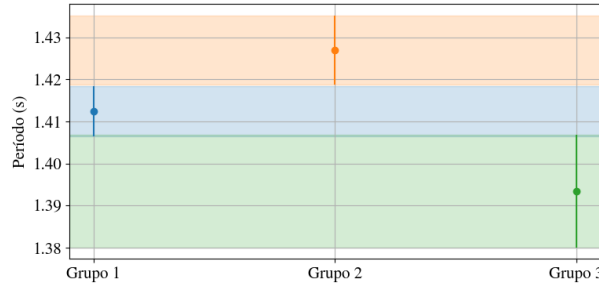


Figura 1: Mediciones del período con su intervalo de confianza.

c. Para analizar la precisión de las mediciones, debemos hablar de su error relativo,

$$\varepsilon_{\text{rel}} = \frac{\varepsilon_{\text{abs}}}{\bar{T}} \quad (2)$$

donde ε_{abs} es el error absoluto de la medición, que en este caso coincide con el error estadístico y $\bar{T}$ es el valor más probable, en este caso el promedio. La Tabla 1 muestra el error relativo para cada grupo, de donde se ve que la medición más precisa es la del Grupo 1. Debemos notar, que en este caso, por ser bastante parecidos el valor de las mediciones del promedio, si solo comparamos el tamaño de los intervalos de incerteza, llegaríamos a la misma conclusión pero esto sería conceptualmente incorrecto. Referido a la exactitud, a priori no podemos realizar afirmaciones de la misma porque no conocemos el valor real del período del péndulo, por lo que no sabemos cuánto se desvía cada medición de este valor.

d. En el régimen de pequeñas oscilaciones, el período del péndulo viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (3)$$

donde $L = (0,500 \pm 0,005)$ m es la longitud del hilo y $g = (9,80 \pm 0,10)$ m/s² la aceleración de la gravedad. Reemplazando, obtenemos como valor más probable, $\bar{T}_{\text{teo}} = 1,419\,226\,895$ s. Para calcular la incerteza, debemos propagar las incertezas de g y L a partir de Ecuación (3),

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\text{teo}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial L}\right)_{L_0, g_0}^2 \varepsilon_L^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial g}\right)_{L_0, g_0}^2 \varepsilon_g^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{\pi}{\sqrt{gL}}\right)_{L_0, g_0}^2 \varepsilon_L^2 + \left(-\pi \sqrt{\frac{L}{g^3}}\right)_{L_0, g_0}^2 \varepsilon_g^2} \\
&= \sqrt{(1,4192 \text{ s/m})^2 (0,005 \text{ m})^2 + (-0,07241 \text{ s}^3/\text{m})^2 (0,10 \text{ m/s}^2)^2} \\
&= \sqrt{(2,0142 \text{ s}^2/\text{m}^2)(0,000025 \text{ m}^2) + (0,0052431 \text{ s}^6/\text{m}^2) \times (0,010 \text{ m}^2/\text{s}^4)} \\
&= \sqrt{5,0355 \times 10^{-5} \text{ s}^2 + 5,2431 \times 10^{-5} \text{ s}^2} \\
&= \sqrt{0,00010278 \text{ s}^2} \\
&= 0,010138 \text{ s}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Por lo que la incerteza del error a dos cifras significativas es 0,010 y entonces

$$T_{\text{teo}} = (1,419 \pm 0,010) \text{ s}$$

e. Finalmente, podemos analizar de la misma manera que en el inciso b si los valores presentan diferencias significativas con el período calculado. Como puede verse en la figura Figura 2, los resultados de los Grupos 1 y 2 son compatibles con el valor teórico, mientras que los del Grupo 3 presentan diferencias significativas

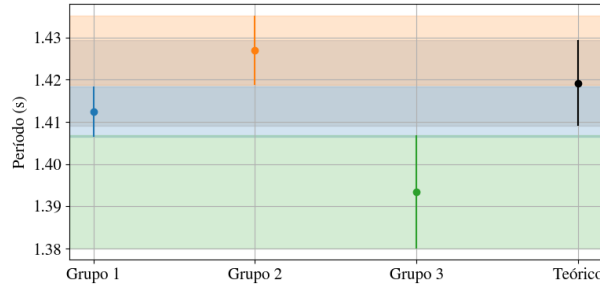


Figura 2: Intervalos de confianza para las mediciones de los tres grupos junto con el valor teórico calculado.