Capitulo 5: La descarga glow

5.1 Características generales

La descarga glow es una descarga <u>autosostenida</u> en la cual los electrones son emitidos principalmente por bombardeo iónico de un <u>cátodo frío</u>. En la región catódica, se forma una <u>lámina positiva</u> con una considerable caída de tensión (~ 100-400 V, o más) llamada la <u>caída catódica</u>, y cuyo espesor es inversamente proporcional a la presión del gas. Si la separación interelectródica es lo suficientemente larga, se forma entre el ánodo y la lámina catódica una región de plasma (eléctricamente neutro) con campo eléctrico pequeño, y cuya región central (relativamente homogénea) es llamada <u>columna positiva</u>. Esta columna no es una parte esencial de la descarga, y se une al ánodo a través de una lámina anódica (negativa). A veces pueden darse las condiciones para que la lámina catódica ocupe todo el tubo de descarga, y entonces la columna positiva no existe. Si en cambio no existe espacio para que se forme la lámina catódica, la descarga glow no se desarrolla (en estas condiciones se habla de descarga obstruída), y en este sentido puede afirmarse que la caída catódica es el "corazón" de la descarga.

Los parámetros típicos de una descarga glow en un tubo cilíndrico son: $R \sim 1$ cm, $L \sim 10-100$ cm, $p \sim 10^{-2}-10^2$ torr, $V \sim 100-1000$ V, $i \sim 10^{-4}-10^{-1}$ A. Cada región luminosa u oscura de la descarga posee un nombre, tal como se indica en la Fig. 5.1. Allí se muestran además los perfiles típicos de las magnitudes físicas en una descarga glow: a) intensidad luminosa; b) potencial electrostático; c) campo eléctrico longitudinal; d) densidades de corriente iónica y electrónica; e) densidades de partículas electrónica e iónica y f) distribución de carga espacial.

Como regla general, la columna positiva es menos brillante que el glow negativo, y son de colores diferentes. Por ejemplo, el Helio posee una lámina catódica roja, un glow negativo verde y una columna positiva rojizo-púrpura; en Neón esas tres zonas son amarilla, naranja y roja; y en Nitrógeno, rosa, azul y roja, respectivamente. Cada gas posee colores característicos, y este hecho se aprovecha para iluminación comercial. Si la presión en un tubo largo no es demasiado baja, se observa principalmente la columna positiva. En cambio, en tubos anchos y cortos la columna positiva es débil y a veces invisible. A veces, la columna positiva presenta una estructura periódica de capas, compuesta de estriaciones. Si la presión es baja (~ 10^{-2} torr) y la separación entre electrodos no es muy grande, la columna positiva no tiene espacio para formarse, y lo que se observa es el glow negativo. Si la presión es alta (~ 100 torr), la columna positiva tiende a contraerse, mientras que las zonas negativas se achican y aglutinan sobre el cátodo. Si el cátodo se mueve, todas las zonas negativas se mueven con él, como si estuvieran pegadas. En tubos de forma complicada, la columna positiva sigue la forma del tubo, debido a que el campo eléctrico se "alinea" con el tubo merced a la deposición de electrones sobre las paredes.

La distribución luminosa en la descarga tiene una interpretación cualitativa, en términos de la energía ganada por los electrones del campo eléctrico. Los electrones son emitidos del cátodo con energías ~ 1 eV, que son insuficientes para excitar átomos. Como resultado, se forma el <u>espacio oscuro de Aston</u> (ver Fig. 5.1). Cuando el campo acelera a los electrones hasta una energía adecuada para excitar, aparece el <u>glow catódico</u>, que puede tener una estructura de dos o tres capas (de diferentes colores) correspondientes a la excitación de diferentes niveles atómicos (o moleculares) de energía creciente. Cuando la energía de los electrones excede a los

potenciales de excitación (y las correspondientes secciones eficaces decrecen), se forma el <u>espacio</u> oscuro catódico. Aquí es donde tienen lugar la mayoría de las ionizaciones: los nuevos iones creados se mueven muy lentamente, y se desarrolla una elevada carga espacial positiva, siendo los iones los principales portadores de la corriente.

En la región final del espacio oscuro catódico, el flujo de electrones se hace grande. El campo eléctrico ya no es muy grande, y va cayendo. La energía de los electrones vuelve a





hacerse próxima a las energías de excitación, y entonces aparece el glow negativo, que también puede tener una estructura de capas, pero con potenciales de excitación decrecientes. A medida que los electrones disipan su energía (y no ganan nueva energía del pequeño campo eléctrico) aparece el <u>espacio oscuro de Faraday</u>. En esta región, el campo longitudinal se incrementa gradualmente hasta alcanzar el valor de la columna positiva. En esta columna los electrones se encuentran termalizados (con T_e

 \sim 1-2 eV) excepto por una suave asimetría en la función de distribución introducida por la deriva hacia el ánodo. La cola de alta energía de esta distribución es la responsable de la excitación atómica y por lo tanto de la luminiscencia de la columna. Finalmente, en la región del ánodo, los electrones son atraídos y los iones rechazados, formándose una región de carga espacial negativa, cuyo campo (algo más alto) acelera los electrones. El resultado de esto es la formación de un <u>glow anódico</u>.

5.2 <u>Característica voltaje-corriente completa para descargas continuas</u> <u>entre electrodos</u>

Se continuará el análisis de la curva V-i iniciado en la sección 4.2, pero permitiendo cualquier valor de corriente. Cuando se alcanza el voltaje de brakdown entre los electrodos (V = V_t), se establece una descarga autosostenida en el gas, cuya corriente tiende a infinito, dentro del marco de la teoría desarrollada en el Cap. 4. Sin embargo, cualquier circuito real posee una resistencia óhmica Ω , la cual establece un límite para la corriente alcanzable para un dado valor de la fuerza electromotriz externa ε . Dado que el valor de la corriente de descarga determina que tipo de descarga se alcanza (ya que la corriente "dictamina" el grado de ionización), el valor de Ω determina finalmente el tipo de descarga.

En la Fig. 5.2 se muestra esquemáticamente una típica curva característica, indicándose además la recta de carga:

$$\varepsilon = V + \Omega i$$

La intersección entre ambas curvas define el "punto de trabajo" que se realizará en la descarga.





Si Ω es lo suficientemente alta como para que circule una corriente muy pequeña, las densidades n_e y n₊ son despreciables, la carga espacial es muy pequeña, y el campo en el tubo de descarga es el mismo que en ausencia de ionización: $E(x) \approx$ cte = V/L. Si se aplica el potencial de ignición V_t la descarga se hace autosostenida (asegurándose la reproducción estacionaria de electrones emitidos en el cátodo y recombinados en el ánodo). Mientras E(x) sea independiente de las densidades de carga y corriente, la curva característica de la descarga es V = cte = V_t. Esta situación corresponde al segmento BC de la Fig. 5.1. Este modo de descarga autosostenida es observado en tubos corrientes para i ~ 10^{-10} - 10^{-5} A. Se lo llama <u>descarga oscura de Towsend</u>. La ionización es tan pequeña que no se observa emisión de luz.

Supongamos que la corriente se incrementa (disminuyendo Ω o subiendo ϵ). Una vez alcanzada cierta corriente el voltaje entre electrodos comienza a decrecer, hasta alcanzar un nuevo "plateau" que se mantiene durante un amplio rango de valores de corrientes (a veces órdenes de magnitud). Este segmento de la curva (DE) corresponde a la llamada <u>descarga glow normal</u>. Este modo tiene una propiedad interesante: a medida que se incrementa la corriente, j en el cátodo permanece inalterable, y lo que cambia es el área a través de la cual fluye la corriente (el spot luminoso en el cátodo se expande o contrae).

Cuando no queda ya más área disponible en el cátodo, la corriente se incrementa a expensas de un aumento de la tensión, es decir extrayendo más electrones por unidad de superficie en el cátodo (sube j). Esta es la región del <u>glow</u> <u>anormal</u> (sector EF de la curva). El glow normal trata primero de cubrir cualquier superficie conductora en la región del cátodo (incluyendo el propio soporte del mismo), y una vez agotadas todas las posibilidades, se ingresa en el glow anormal.

Cuando la corriente alcanza valores típicos de 1 A, la descarga glow se precipita en un <u>arco</u>. El segmento FG de la curva describe la transición, y GH representa la descarga arco.

En los experimentos, siempre existe una cierta resistencia en el circuito en el momento de encender la fem ε . Si ε excede el potencial de ignición, se establece inmediatamente un modo de descarga que corresponde a la intersección de la curva V-i con la recta de carga. En la Fig 5.3, se muestran curvas características reales correspondientes a una descarga en Neón entre dos discos de cobre de 9.3 cm de diámetro y con un gap de 1.6 cm. Las curvas cubren los modos oscuro, normal y anormal. Nótese que cuanto más alta es la presión, mayor es el rango de corrientes en el que existe el glow normal. La situación observada en H₂, N₂ y Ar es muy similar a la del Ne.



5.3 <u>La descarga oscura y el rol de la carga espacial en la lámina</u> catódica

Comenzaremos analizando el caso de la descarga oscura. Como la densidad de carga y de corriente son muy pequeñas, los flujos difusivos serán pequeños comparados con la deriva, y despreciaremos también el flujo difusivo lateral, y, con mayor razón, la recombinación. La fuente volúmica de carga es la ionización del gas, $q = v_i n_e = \alpha v_{ed} n_e$; y el flujo es debido solamente a la deriva. Supondremos que el gap es chico comparado con la dimensión transversal de los electrodos, y elegiremos el eje x apuntando de cátodo a ánodo. Entonces tenemos:

$$j_e = -ev_{ed}n_e, \qquad j_+ = ev_{+d}n_+$$

y en estado estacionario,

$$dj_e/dx = \alpha j_e$$
, $dj_+/dx = -\alpha j_e$, $j_e + j_+ = j = \text{const.}$ (5.1)

La condición de contorno en el cátodo (x = 0) describe la emisión secundaria, y en el ánodo (x = L) la ausencia de emisión iónica:

$$j_e)_C = \gamma j_+)_C = [\gamma/(1+\gamma)] j$$
, $j_+)_A = 0 j_e)_A = j$ (5.2)

Integrando la (5.1) para j_e , con la condición $\alpha[E(x)] = \text{const. se obtiene:}$

$$j_e = \gamma/(1+\gamma) j \exp(\alpha x), \ j_+ = j [1 - \gamma/(1+\gamma) \exp(\alpha x)]$$
(5.3)

como además la condición (5.2) en el ánodo requiere que el criterio de ignición sea satisfecho (exp(α L) - 1 = 1/ γ , o bien α L = ln (1 + 1/ γ), ver Cap. 4), se tiene finalmente:

$$j_e/j = \exp[-\alpha(L - x)], \ j_+/j = 1 - \exp[-\alpha(L - x)]$$
 (5.4)

Estas distribuciones de densidad de corriente, y las correspondientes densidades de carga se encuentran cualitativamente graficadas en la Fig. 5.4.



Puede verse que la corriente iónica excede por mucho a la electrónica en gran parte del gap, particularmente en las vecindades del cátodo. Por ejemplo, para $\gamma = 10^{-2}$ y $\alpha L = 4.6$, j_e iguala a j_+ sólo para x = 0.85 L. La diferencia en densidades de carga es todavía mayor. Si $\mu_e/\mu_+ = 100$, se encuentra que $n_e/n_+ = (\mu_+/\mu_e)$ (j_e/j_+) = 1 sólo para x = 0.998 L. En descargas oscuras, prácticamente todo el gap se encuentra cargado positivamente, pero la carga espacial es pequeña porque j y n_+ son chicas. Estas cantidades son arbitrarias, estando determinadas por la corriente que circula por el circuito y el área de los electrodos.

Vamos ahora a estudiar el caso en que el campo externo es distorsionado por la carga espacial, pero tomando como solución de orden cero la solución recién obtenida para el caso E = const. Partiendo de la ecuación de Poisson:

$$dE/dx = 4\pi e(n_{+} - n_{e})$$
(5.5)

pero con la suposición $n_+ \gg n_e$, y $j_+ \gg j_e$ o sea $n_+ \approx j/ev_{+d} = j/e\mu_+E$, y llamando E_C al campo en el cátodo, se encuentra:

$$E = E_C (1 - x / d)^{1/2}, \text{ con } d = \mu_+ E_C^{2/8\pi j}$$
(5.6)

y esta solución se encuentra graficada en la Fig. 5.5. Para corrientes bajas, el plano x = d donde la cantidad E(d) se anula cae por fuera del gap. A medida que j sube, se aproxima al ánodo, y coincide con él (d = L) para $j_L \equiv \mu_+ E_C^{2/8}\pi L$. Si j es aún más grande, el campo dado por (5.6) se anula formalmente en algún punto interior del gap, pero la solución no tiene sentido para d < x < L porque las suposiciones originales no son más válidas (en la realidad el campo toma el perfil mostrado en la Fig. 5.1). En la Fig. 5.5, la curva 1 corresponde al campo imperturbado (j \rightarrow 0), la curva 2 a j < j_L, la curva 3 a j = j_L, y la curva 4 a j > j_L (transición al glow). Nótese que el valor del campo en el cátodo no difiere apreciablemente del valor del campo de breakdown imperturbado E_t del gap. Entonces, para obtener fórmulas prácticas, puede reemplazarse E_C por E_t en la expresión de j_L, y obtener (como orden de magnitud) una expresión para la densidad de corriente que representa la transición de la descarga oscura al glow:

$$j_{\rm L}/p^2 \approx (\mu_+p)(E_t/p)^2/8\pi(pL) = (\mu_+p)V_t^2/8\pi(pL)^3$$
(5.7)



Los valores típicos de corriente de descarga obtenidos a partir de la (5.7) para áreas de electrodos de las decenas de cm², resultan del orden de 10⁻⁵ A.

Es importante mencionar que si E es inhomogéneo (y por lo tanto α es variable con la posición) la integral (5.1), usando (5.2) da:

$$\int_{0}^{L} dj_{e}/j_{e} = \int_{0}^{L} \alpha dx \Longrightarrow \int_{0}^{L} \alpha dx = \ln(1 + 1/\gamma)$$
(5.8)

y esta ecuación reemplaza a la (4.2) cuando el campo es inhomogéneo. De todas maneras, ambas ecuaciones expresan lo mismo: la avalancha que se propaga desde el cátodo hacia el ánodo debe producir un número específico de electrones, y este número está determinado por el coeficiente de emisión secundaria, independientemente de si el campo es homogéneo o no.

5.4 La lámina catódica

Se presentará aquí una teoría muy simplificada, pero que retiene los aspectos físicos fundamentales del fenómeno. Supondremos un problema estacionario, plano y unidimensional. Si el espesor de la capa es δ , como $E(\delta) << E(0) \equiv E_C$, supondremos $E(\delta) \approx 0$. Se asumirá también que la corriente iónica que penetra en la lámina por el lado del ánodo es prácticamente nula (en la parte neutra del gap, $j_+/j_e = v_{+d}/v_{ed} = \mu_+/\mu_e \approx 10^{-2}$). En estas condiciones, la lámina es un sistema autónomo que satisface la condición (5.8) de autosostenimiento de la corriente, pero reemplazando la longitud del gap (L) por δ . La caída catódica V_C está dada por:

$$V_{\rm C} = \int_0^{\delta} E \, \mathrm{dx} \tag{5.9}$$

Von Engel y Steinback (1934) resolvieron el sistema (5.5), (5.8) y (5.9) asumiendo una distribución lineal para el campo:

$$E(x) = E_C (1 - x/\delta), \quad 0 < x < \delta$$

pero en este caso (5.8) no es expresable en términos de funciones elementales. Se puede hacer una simplificación ulterior (que no cambia demasiado los resultados) si se supone $E \approx$ cte. = E_C en (5.8), la que entonces se transforma en (4.2) pero reemplazando L por δ . Como en este caso la (5.9) se transforma en $V_C = E_C \delta$, se obtienen entonces fórmulas de Pashen para V_C y E_C/p idénticas a las (4.4), pero reemplazando L por δ . Como la función $V_C(p\delta)$ describe una curva de Pashen, posee un mínimo (V_{min}), que representa el mínimo voltaje de ruptura del gap catódico.

Veamos ahora la relación entre estas cantidades y la densidad de corriente en el cátodo (j_c). Como esta región está caracterizada por $n_+ \gg n_e$ y $j_+ \gg j_e$, de (5.5) se puede escribir:

$$n_{+} \approx 1/4\pi e |dE/dx| \approx E_{C}/4\pi e \delta$$

entonces:

$$j_{\rm C} = (1 + \gamma) \,\mu_{+} {\rm en}_{+} {\rm E} \approx (1 + \gamma) \,\mu_{+} \,{\rm E}_{\rm C}^{2/4} \pi \delta \approx (1 + \gamma) \,\mu_{+} \,{\rm V}_{\rm C}^{2/4} \pi \delta^{3}$$
 (5.10)

 $V_C(j_C)$ también tiene un mínimo (con el mismo valor V_{min}). Resulta conveniente escribir todas estas relaciones en forma adimensional, utilizando como escala a los valores de las magnitudes correspondientes a $V = V_{min} \equiv V_n$. El último subíndice corresponde a "normal" en vez de "mínimo". Entonces:

$$V^* = V_C/V_n, \quad \tilde{E} = (E_C/p)/(E_n/p), \quad \delta^* = p\delta/(p\delta)_n, \qquad \hat{j} = j/j_n$$

donde

$$V_n = 2.72B/A \ln(1/\gamma + 1), \qquad (p\delta)_n = (2.72/A) \ln(1/\gamma + 1),$$
$$j_n/p^2 = (1 + \gamma) (\mu_+ p) V_n^2 / 4\pi (p\delta)_n^3 \qquad (5.11)$$

Las relaciones adimensionales son:

$$V^* = \delta^* / (1 + \ln \delta^*), \tilde{E} = 1 / (1 + \ln \delta^*), \hat{j} = 1 / [\delta^* (1 + \ln \delta^*)^2]$$
(5.12)

y se encuentran graficadas en la Fig. 5.6, con j como variable independiente.



Figura 5.6

Puede observarse que cuando decrece desde el valor j_n , $V_C y \delta$ aumentan y E disminuye. Cuando δ se aproxima a L, j_C (dada por (5.10)) se aproxima a j_L (ec. (5.7)), y la solución (5.12) se hace igual a la dada en la sección 5.3. En otras palabras, pareciera que se ha podido describir la transición de la descarga oscura a la glow. Sin

embargo, los experimentos muestran que esto no ocurre: todo el sector izquierdo de las curvas (respecto del punto j = 1) no se realiza. En realidad, si la corriente es menor que Sj_n (S es la superficie del cátodo) se establece un modo que corresponde siempre al mínimo de la curva (estos puntos corresponden al segmento DE de la Fig. 5.2), y lo que cambia es la fracción de superficie del cátodo cubierta por la corriente. Este modo es conocido como descarga glow <u>normal</u>.

Los valores teóricos de V_n, j_n y $(p\delta)_n$ dependen un poco del perfil de E(x) asumido. Si se usa un perfil lineal para E en lugar de la aproximación simple recién presentada, V_n es mayor por un 10%, $(p\delta)_n$ por un 40% y j_n excede por un factor 1.8 a los valores dados en (5.11). En las tablas a continuación se presentan valores de V_n, $(p\delta)_n$ y j_n/p² para varios gases y materiales catódicos.

	GAS	aire	Ar	He	H ₂	Hg	Ne	N ₂	O_2	CO	CO_2
Cátodo											
Al		229	100	140	170	254	120	180	311	-	-
Ag		280	130	162	216	318	150	233	-	-	-
Au		285	130	165	247	-	158	233	-	-	-
Bi		272	136	137	140	-	-	210	-	-	-
С		-	-	-	240	475	-	-	-	526	-
Cu		370	130	177	214	447	220	208	-	484	460
Fe		269	165	150	250	298	150	215	290	-	-
Hg		-	-	142	-	340	-	226	-	-	-
K		180	64	59	94	-	68	170	-	484	460
Mg		224	119	125	153	-	94	188	310	-	-
Na		200	-	80	185	-	75	178	-	-	-
Ni		226	131	158	211	275	140	197	-	-	-
Pb		207	124	177	223	-	172	210	-	-	-
Pt		277	131	165	276	340	152	216	364	490	475
W		-	-	-	-	305	125	-	-	-	-
Zn		277	119	143	184	-	-	216	354	480	410

V	'n	(V	7)

$(p \delta)_n$ (torr cm)

	GAS	aire	Ar	He	H ₂	Hg	Ne	N ₂	O ₂
Cátodo									
Al		0.25	0.29	1.32	0.72	0.33	0.64	0.31	0.24
С		-	-	-	0.9	0.69	-	-	-
Cu		0.23	-	-	0.8	0.6	-	-	-
Fe		0.52	0.33	1.3	0.9	0.34	0.72	0.42	0.31
Hg		-	-	-	0.9	-	-	-	-
Mg		-	-	-	0.61	-	-	-	-
Ni		-	-	-	0.9	-	-	-	-
Pb		-	-	-	0.84	-	-	-	-
Pt		-	-	-	1	-	-	-	-
Zn		-	-	-	0.8	-	-	-	-

	GAS	aire	Ar	He	H ₂	Hg	Ne	N ₂	O ₂
Cátodo									
Al		330	-	-	90	4	-	-	-
Au		570	-	-	110	-	-	-	-
Cu		240	-	-	64	15	-	-	-
Fe,Ni		-	160	2.2	72	8	6	400	-
Mg		-	20	3	-	-	5	-	-
Pt		-	150	5	90	-	18	380	550

 $j_n / p^2 (mA/cm_2 torr_2)$

Una vez que el cátodo ha sido <u>totalmente</u> cubierto por la descarga, se ingresa en la rama derecha de las curvas de la Fig. 5.6, y la descarga glow se llama <u>anormal</u>.

Hasta ahora, al establecer las condiciones de autosostenimiento de la descarga y las características integrales de la lámina catódica (V_C, δ , j), se ha utilizado el coeficiente de ionización α como función del valor local del campo eléctrico. Sin embargo, esta aproximación produce una seria distorsión en los resultados teóricos obtenidos sobre la distribución de la ionización producida por los electrones al final de la lámina catódica y en la región adyacente: el punto es que dentro de la lámina E varía por un factor 10²-10³, y esta inhomogeneidad es demasiado fuerte para que se establezca un espectro de energía con el valor local de E. Este fenómeno sólo puede ser estudiado estadísticamente, y el resultado es que, debido a efectos no locales (que hacen que α dependa de la integral del campo en lugar del campo mismo), aparece a la salida de la lámina catódica un grupo de electrones energéticos (~ eV_C), conocidos como el "beam". Estos electrones disipan su energía en excitación e ionización del gas, causando intensa emisión de luz e incrementando fuertemente la ionización en regiones (glow negativo) donde el valor del campo es insuficiente para ese proceso. Este aumento de ionización disminuye el valor del campo, pues j = σE = cte. \Rightarrow n_eE = cte. La caída de ne al ingresar al espacio oscuro de Faraday es causada por pérdidas de electrones (difusión ambipolar a baja presión, recombinación en volumen a alta presión) que no son compensadas por ionización. Se presume que la corriente en esta región (E \approx 0) es sostenida por el flujo difusivo electrónico (causado por el gradiente de n_e, ver Fig. 5.1), hasta que debido a la caída de n_e, la difusión es reemplazada por deriva y el campo E es gradualmente reconstituído: el espacio oscuro de Faraday se transforma en la columna positiva. Este mecanismo de conducción se encuentra más discutido en la siguiente sección.

Vale la pena mencionar que el desarrollo teórico de la región de transición entre la lámina catódica y la columna positiva es muy moderado.

5.5 La columna positiva

La única función de la columna positiva es cerrar el circuito eléctrico entre el ánodo y la lámina catódica. El estado del plasma en una columna lo suficientemente larga es <u>independiente</u> de lo que ocurre en las regiones adyacentes a los electrodos: está determinado por la magnitud de la corriente eléctrica y por procesos <u>locales</u>. Las pérdidas de portadores (electrones) en la columna deben ser compensadas por ionización; y como la tasa de ionización depende fuertemente del campo eléctrico (a través de la energía de los electrones), esto prácticamente fija el valor de E (es un proceso similar a la fijación de la temperatura de un sistema durante un cambio de fase). La relación entre E y T_e se obtiene del balance de energía electrónica, mientras que la temperatura T del gas está determinada por la ecuación global de la energía (T_e >> T).

Conviene mencionar que, en la práctica, si la columna no es demasiado larga, la probabilidad de que un electrón que entra desde el cátodo no llegue al ánodo es relativamente baja.

Comenzaremos obteniendo una ecuación para la densidad de cargas, asumiendo neutralidad en la columna ($n_e \approx n_+ = n$). Obsérvese que si existen flujos difusivos la definición de densidad de corriente debe generalizarse:

$$\mathbf{j} = \mathbf{e} \left(\underline{\Gamma}_{+} - \underline{\Gamma}_{\mathbf{e}} \right) \tag{5.13}$$

en donde los $\underline{\Gamma}$ están dados por (2.15). Entonces:

$$\mathbf{j} = \mathbf{e} \left(\mathbf{D}_{\mathbf{e}} - \mathbf{D}_{+} \right) \underline{\nabla} \mathbf{n} + \mathbf{en} \left(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\mu}_{+} \right) \underline{\mathbf{E}}$$
(5.14)

o bien:

$$\underline{\mathbf{E}} = \mathbf{j} / [\mathbf{en} \ (\mu_e + \mu_+)] - [(\mathbf{D}_e - \mathbf{D}_+) / (\mu_e + \mu_+)] \, \underline{\nabla} \, \mathbf{n/n}$$
(5.15)

Aunque no es el caso de la columna positiva, puede darse la situación en que E ≈ 0 , y j es conducida por difusión electrónica (espacio oscuro de Faraday); en este caso j $\approx eD_e \nabla n$, y la difusión es libre, porque los electrones no pueden arrastrar iones si el campo es nulo.

Substituyendo la (5.15) en las (2.15), y usando la definición de D_a (ec. (2.27) se obtiene:

$$\underline{\Gamma}_{e} = -D_{a} \underline{\nabla} n - (\mu_{e}/\mu_{e} + \mu_{+}) j/e ,$$

$$\underline{\Gamma}_{+} = -D_{a} \underline{\nabla} n + (\mu_{+}/\mu_{e} + \mu_{+}) j/e$$
(5.16)

y sustituyendo cualquiera de las (5.16) en la ecuación de continuidad (2.17), se llega a una ecuación general de balance de partículas cargadas:

$$\partial n/\partial t - D_a \nabla^2 n = q$$
 (5.17)

en donde q incluye ionización y recombinación en volumen. Si ahora se designa a la parte transversal del Laplaciano por el subíndice \perp , en condiciones estacionarias se obtiene:

$$D_a \nabla^2_{\perp} n + v_i(E) n - \beta n^2 = 0$$
(5.18)

Supongamos que la descarga está controlada por difusión (a esto se lo llama también "recombinación en las paredes"). Sin el término β n² y con la condición de contorno n = 0 en r = R, la solución de (5.18) es un perfil de Bessel n α J_o(2.4r/R), con la condición de igualdad entre las frecuencias de ionización y la efectiva de pérdidas difusivas:

$$v_i(E) = D_a / \Lambda^2 \equiv v_{dif}; \quad \Lambda = R/2.4$$
(5.19)

El caso β n << v_{dif} ocurre a baja presión y pequeñas dimensiones transversales del tubo, y también con corrientes no muy altas. Además, esta situación se da más fácilmente en un gas monoatómico, pues la recombinación en volumen es más lenta que en gases diatómicos.

Veamos un ejemplo. En N₂, para T_e \approx 1 eV y $\mu_+ p \approx 1.5 \ 10^3 \ cm^2 Torr/Vs$, D_ap = ($\mu_+ p$) T_e \approx 1.5 10³ cm²Torr/s. Si p = 10 Torr, R \approx 1 cm y D_a = 150 cm²/s, tenemos que v_{dif} \approx 900 s⁻¹. Si el coeficiente de recombinación disociativa vale β = 1.6 10⁻⁷ cm³/s, la condición β n < v_{dif} vale para n < 6 10⁹ cm⁻³. Para N₂, $\mu_e p \approx 4.2 \ 10^5 \ cm^2 Torr/Vs$, y para E/p = 3 V/cmTorr la corriente resultante es i = e($\mu_e p$)n_e(E/p) π R² \approx 3.5 mA. Si la corriente es menor que ese valor, la descarga está controlada por difusión, y si es mayor, por recombinación en volumen.

Si β n >> v_{dif} , de (5.18) se infiere $v_i(E) = \beta$ n, lo que significa que la densidad es prácticamente constante en la sección transversal de la columna. Desde luego, habrá en este caso una caída abrupta de n en las vecindades de la pared del tubo, y en esta región el término difusivo no puede ser ignorado. Así, puede escribirse una ecuación interpolada de (5.18), para incluir la "acción" de la pared:

$$\mathbf{v}_{i}(\mathbf{E}) - \mathbf{v}_{dif} - \beta \mathbf{n} = 0 \tag{5.20}$$

Las (5.19) o (5.20) definen el campo eléctrico en términos de la densidad (y por lo tanto, de la densidad de corriente), según cuál sea el proceso de pérdida que domine. Por ejemplo, en una descarga controlada por difusión, (5.19) muestra que E es independiente de la densidad electrónica, y por lo tanto de la corriente (esto ocurre porque las tasas de creación y destrucción de electrones son ambas proporcionales a n).

Supongamos nuevamente una descarga controlada por difusión, y que los electrones poseen una distribución Maxwelliana. Entonces si se reemplaza (3.3) en (5.19), y se usa que para difusión ambipolar y $T_e >> T_+$:

$$D_a \approx D_+ T_e / T_+ = \mu_+ k T_e / e$$
 (5.21)

(ver sección 2.5.1), se encuentra una relación para obtener T_e :

$$(kT_e/I)^{1/2} \exp(I/kT_e) = C_i/\mu_+ p (8I/\pi m)^{1/2} N/p(p\Lambda)^2 = c(pR)^2$$
 (5.22)

en donde c es una constante específica para cada gas, y que se calcula a partir de los datos de μ_+ , C_i e I. En la Figura 5.7 se grafica la relación (5.22).



La constante c para diferentes gases vale: He = 4 10⁻³; Ne = 6 10⁻³; Ar = N₂ = 4 10⁻²; H₂ = 10⁻².

Como estimación, se puede decir que el espectro de los electrones será Maxwelliano si la frecuencia de colisión e-e (v_{ee}) es apreciablemente mayor que la frecuencia de pérdida de energía ($v_u = \delta v_m$, ver sección 2.3).

Nótese también que la (5.22) (o la Fig 5.7) explica porqué la columna positiva es oscura en tubos de descarga anchos: la T_e es demasiado baja.

Veamos ahora el calentamiento del gas en la columna. En condiciones estacionarias, la energía ganada por los electrones ($jE = \sigma E^2$, por unidad de volumen y tiempo) es transferida al gas a través de colisiones con moléculas. En gases moleculares, parte de esta energía es consumida en excitaciones vibracionales. Si estas vibraciones relajan rápidamente (este es el caso más común, con excepción del nitrógeno), se establece una temperatura única (T) para todo el gas.

La ecuación de la energía para el gas será, entonces:

$$Nc_{p}dT/dt = jE - \underline{\nabla} \cdot \underline{J}_{r}$$
(5.23)

en donde N es la densidad numérica molecular, c_p el calor específico a presión constante por molécula (= 5k/2 para monoatómicas y 7k/2 para diatómicas) y $J_r = -\lambda \partial$ T/ ∂r es el flujo térmico hacia las paredes (λ es la conductividad térmica) Llamando T_o a la temperatura de la pared (\approx ambiente) y trabajando con una temperatura promedio en el gas, la divergencia del flujo térmico (que mide la energía térmica depositada por unidad de volumen y tiempo) puede escribirse como:

$$Nc_p (T - T_o) v_T$$

donde $v_T = \lambda/Nc_p \Lambda^2$ es la inversa del tiempo de remoción de calor del volumen en cuestión. Esto último sale de aproximar $J_r \approx \lambda(T - T_o)/R$ y $\underline{\nabla} \cdot \underline{J}_r \approx \lambda(T - T_o)/R^2$. Entonces en estado estacionario, la temperatura media del gas se encuentra a partir de la igualdad:

$$Nc_{p}(T - T_{0})v_{T} = jE$$
 (5.24)

y los valores típicos para evaluar a T de (5.24) son $\lambda \approx (2-5) \ 10^{-4} \ \text{W/cm}^{\circ}\text{K}$, λ/Nc_{p} (cm²/s) $\approx 220/\text{p(torr)}$

La experiencia muestra que una columna rara vez se mantiene difusa si el gas es calentado demasiado (≈ 600 °K): existe una fuerte tendencia a contraerse y formar un filamento con una densidad de corriente incrementada y mayor temperatura del gas (trancisión al arco).

5.6 La lámina anódica

En la superficie anódica no hay iones, porque no hay allí emisión y además el ánodo repele iones. El ánodo está separado de la columna positiva por una lámina de carga espacial negativa. La corriente iónica dentro de esta lámina se incrementa desde 0 hasta el pequeño valor $(\mu_+/\mu_e)j$ en la columna positiva (correspondientemente, la corriente electrónica disminuye en esta misma cantidad a lo largo de esta región). Entonces la corriente iónica fluyendo hacia la columna positiva se forma como resultado de un pequeño número de ionizaciones en la lámina anódica ($\approx \mu_+/\mu_e$ por electrón):

$$dj_+/dx = \alpha j_e \approx \alpha j$$
; $j_+ \approx j \mid \alpha dx \Longrightarrow \int \alpha dx = \mu_+/\mu_e$

.

.

Así, el número de generaciones de electrones producidos en la lámina anódica es \approx tres órdenes de magnitud inferior que los correspondientes de la lámina catódica. Consecuentemente, la caída de tensión anódica es mucho más pequeña que la catódica, y resulta de 10-20 V.