Temas de Mecánica Cuántica

Primer Cuatrimestre 2025

Guía 2f: Función de Wigner

P1 **Cálculo de la función de Wigner de gatos de Schrödinger con phase** Considere aquellos estados del tipo $|\Psi_\phi\rangle = N_\phi(|\beta_1\rangle + \exp(i\phi)\,|\beta_2\rangle)$, donde ϕ es una fase arbitraria.

(a) Pruebe la relación de composición de los operadores de desplazamiento:

$$D(\gamma_1)D(\gamma_2) = D(\gamma_1 + \gamma_2))\exp(\gamma_1 \wedge \gamma_2/2)$$

donde $\gamma_1 \wedge \gamma_2 = \gamma_1\gamma_2^* - \gamma_2\gamma_1^* = \frac{2i(x_1p_2 - x_2p_1)}{\hbar}$.

(b) Usando estos resultados obtenga la siguiente expresión simple para $W_{ij}(\alpha) = \langle\beta_i|\,A(\alpha)\,|\beta_j\rangle$ siendo $A(\alpha) = \frac{D(\alpha)RD^\dagger(\alpha)}{\pi}$ el operador de punto:

$$W_{ij}(\alpha) = \exp(-2|\alpha - (\beta_i + \beta_j)/2|)\exp(\alpha \wedge (\beta_i - \beta_j))\exp(\beta_i \wedge \beta_j/2).$$

(c) Calcule la función de Wigner para el caso general.

(d) Especialize para el caso $\beta_1 = -\beta_2 = \beta$ con $\phi = 0$ y $\phi = \pi$. Analice.

P2 **Ecuación de evolución de la función de Wigner para el oscilador armónico a temperatura no nula.** Considere la ecuación maestra del oscilador armónico con dos operadores de Lindblad:

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H,\rho] + \frac{\gamma}{i\hbar}\left([x,\{p,\rho\}] - [p,\{x,\rho\}]\right) + \gamma(1+2n)\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)\left([x,[x,\rho]] + \frac{[p,[p,\rho]]}{m^2\omega^2}\right).$$

(a) Obtenga para este caso la ecuación de evolución de la función de Wigner:

$$\dot{W}(\alpha) = \{H, W(\alpha)\}_{PB} + \gamma\left(\partial_x(xW(\alpha)) + \partial_p(pW(\alpha))\right) + \gamma(1+2n)\hbar m\omega\left(\partial_p^2 W(\alpha) + \frac{\partial_x^2 W(\alpha)}{m^2\omega^2}\right).$$

Ayuda: Puede usar la parte unitaria de la evolución obtenida en clase teórica. Lo que se pide aquí es encontrar las contribuciones no unitarias.

(b) En el límite de alta temperatura $(1 + 2n \sim 2K_BT/(\hbar\omega))$ obtenga la ecuación de Fokker-Plank:

$$\dot{W} = \{H, W\}_{PB} + 2\gamma\left(\partial_x(xW) + \partial_p(pW)\right) + \gamma m k_B T\left(\partial_p^2 W + \frac{\partial_x^2 W}{m^2\omega^2}\right)$$