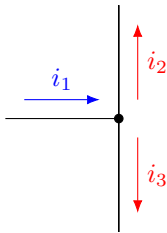


1. Leyes de Kirchhoff

Las leyes de Kirchhoff son las reglas que vamos a utilizar para poder resolver todos los circuitos que tenemos en la guía de ejercicios.

1.1. Ley de nodos

La ley de nodos plantea que la cantidad de corriente en todo el circuito se tiene que mantener fija, es decir, no puede aparecer electricidad de la nada, por lo tanto lo que nos plantea es que en cada nodo (o sea, en cada intersección de ramas) la cantidad total de corriente que entra a este nodo tiene que ser igual a la cantidad de corriente total que sale del mismo.



Pidiendo que la corriente que entra sea la misma que lo que sale implica pensar en lo siguiente:

Entra = Sale

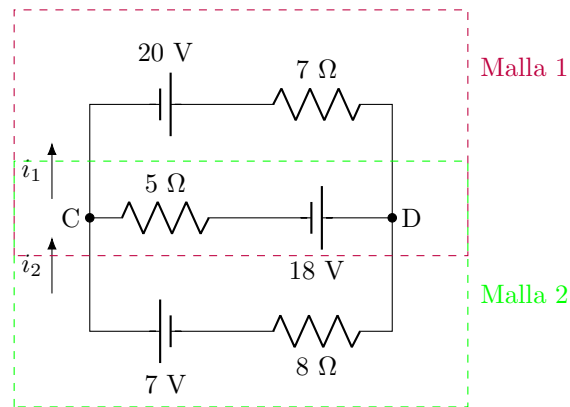
$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1.1)$$

1.2. Ley de mallas

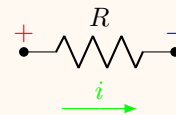
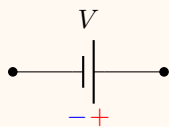
La ley de mallas plantea que la cantidad de energía eléctrica tiene que mantenerse fija, lo que significa que la tensión total en una malla, o sea la suma de todas las tensiones que tenemos en un circuito cerrado tiene que ser nula:

$$\sum V_i = 0 \quad (\text{en una malla}) \quad (1.2)$$

¿Qué es una malla? Una malla es cualquier circuito cerrado que tenemos dentro de nuestro circuito original. Como ejemplo veamos el siguiente circuito:



¿Cómo pongo los signos sobre las patas de la resistencia y de la fuente?



Para poner los signos sobre una fuente de tensión simplemente debemos darle a la pata larga un + y a la corta un -. En cambio, las resistencias no tienen un signo propio, pero vamos a utilizar la convención en la cual la primera pata por la que cruza la corriente la considero positiva y la segunda negativa.

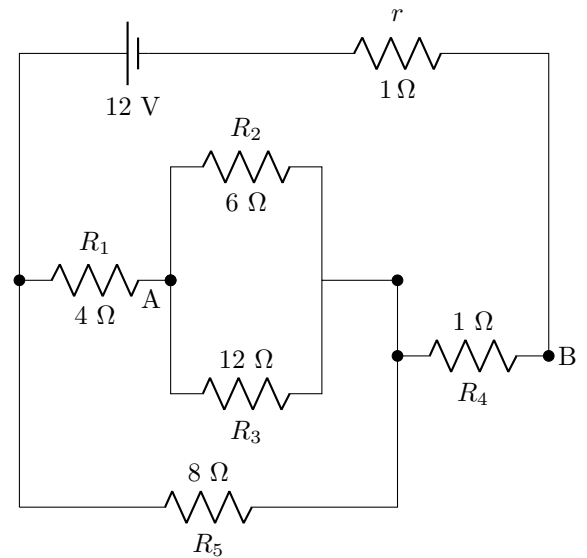
Para poder plantear la ley de Ohm, debemos ver cuando leemos el circuito si estamos yendo de una pata que consideramos positiva a una negativa o al revés. Si pasamos de positivo a negativo tenemos una disminución en la tensión por tanto tendremos que $V = -i \cdot R$, siendo i la corriente que circula por la resistencia; y si pasamos de una pata negativa a una positiva tenemos un aumento de tensión por tanto tendremos que $V = +i \cdot R$.

2. Problema 2.3

Dado el circuito de la figura, calcule:

- La corriente que atraviesa la batería
- La diferencia de potencial entre los puntos A y B .
- La potencia disipada en r (la resistencia interna de la fuente) y en las resistencias R_1 y R_5

Respuestas: a) $|i| = 2$ A, b) $V_A - V_B = 6$ V, c) $P_r = P_{R_1} = 4$ W, $P_{R_5} = 8$ W.



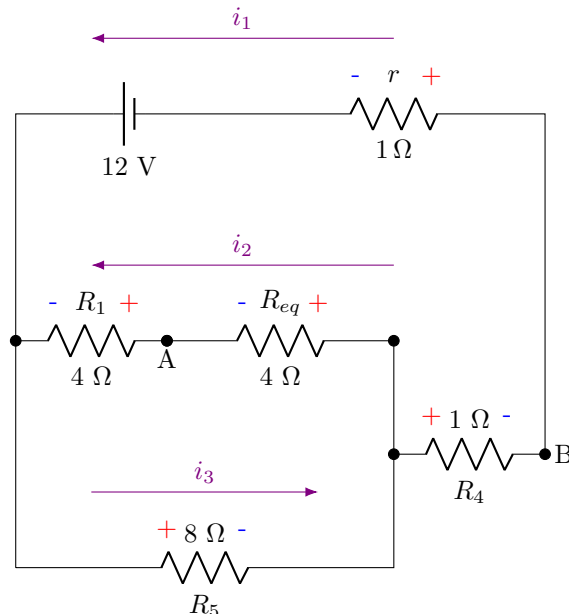
Resolución

Inciso a)

Para empezar a resolver este ejercicio, vamos a notar que las resistencias R_2 y R_3 están en paralelo por tanto podemos intercambiarla por una resistencia equivalente R_{eq} de valor

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 4 \Omega \quad (2.1)$$

Ahora, con ésto, dibujemos cómo nos queda el circuito y definamos cómo son las corrientes que circulan y los signos de las resistencias y de la batería. Ésto lo vemos en la figura de abajo:



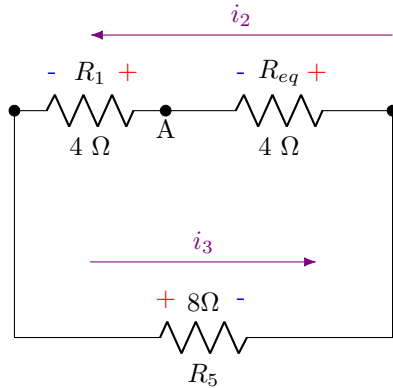
Comentario: sentido de la corriente

Es importante tener en cuenta que yo no sé si la corriente va de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, entonces nosotros vamos a plantear una dirección y dependiendo el signo que nos quede el valor de la misma nos dirá si efectivamente la corriente irá en esa dirección o en la contraria.

En este circuito podemos ver que la ley de nodos con las corrientes que planteamos es

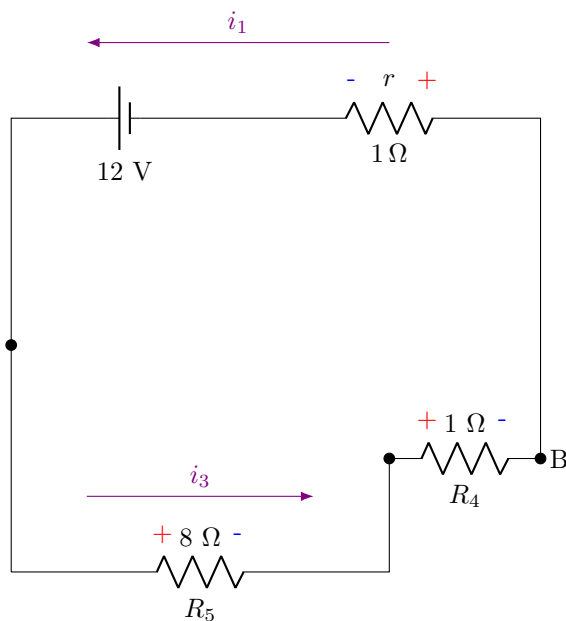
$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (\star)$$

a su vez podemos plantear la ley de mallas para las siguientes mallas:



Podemos recorrer esta malla partiendo de la esquina de abajo a la izquierda y moviéndonos en sentido antihorario de modo tal que tenemos:

$$\begin{aligned} V_{R_5} + V_{R_{eq}} + V_{R_1} &= 0 \\ -i_3 \cdot R_5 - i_2 \cdot R_{eq} - i_2 \cdot R_1 &= 0 \\ -i_3 \cdot 8 \Omega - i_2 \cdot 4 \Omega - i_2 \cdot 4 \Omega &= 0 \quad (\spadesuit) \end{aligned}$$



Podemos recorrer esta malla partiendo de la esquina de abajo a la izquierda y moviéndonos en sentido antihorario de modo tal que tenemos:

$$\begin{aligned} V_{R_5} + V_{R_4} + V_r + 12 \text{ V} &= 0 \\ -i_3 \cdot R_5 - i_1 \cdot R_4 - i_1 \cdot r + 12 \text{ V} &= 0 \\ -i_3 \cdot 8 \Omega - i_1 \cdot 1 \Omega - i_1 \cdot 1 \Omega + 12 \text{ V} &= 0 \quad (\clubsuit) \end{aligned}$$

De la ecuación (\spadesuit) podemos despejar i_1 en función de i_3 , mientras que de la ecuación (\clubsuit) podemos despejar i_2 en función de i_3 :

$$\begin{aligned} -i_3 \cdot 8 \Omega - i_2 \cdot 4 \Omega - i_2 \cdot 4 \Omega &= 0 & -i_3 \cdot 8 \Omega - i_1 \cdot 1 \Omega - i_1 \cdot 1 \Omega + 12 \text{ V} &= 0 \\ -i_3 \cdot 8 \Omega - i_2 \cdot 8 \Omega &= 0 & -i_3 \cdot 8 \Omega - i_1 \cdot 2 \Omega &= -12 \text{ V} \\ -i_2 \cdot 8 \Omega &= i_3 \cdot 8 \Omega & -i_1 \cdot 2 \Omega &= -12 \text{ V} + i_3 \cdot 8 \Omega \\ i_2 &= -i_3 & i_1 &= 6 \text{ A} - 4i_3 \end{aligned}$$

Ahora, reemplacemos todo ésto que obtuvimos en la ecuación (\star) para poder obtener el valor de i_3

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 &= i_3 \\ 6 \text{ A} - 4i_3 - i_3 &= i_3 \\ 6i_3 &= 6 \text{ A} \\ i_3 &= 1 \text{ A} \end{aligned}$$

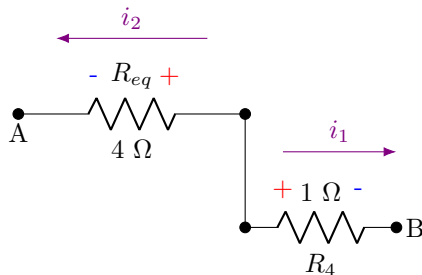
Finalmente, reemplazando en las ecuaciones anteriores el valor obtenido podemos ver que el valor de todas las corrientes valen:

$$\begin{cases} i_1 = 2 \text{ A} \\ i_2 = -1 \text{ A} \\ i_3 = 1 \text{ A} \end{cases} \quad (2.2)$$

En conclusión, el valor de la corriente que circula a través de la batería es de 2 A.

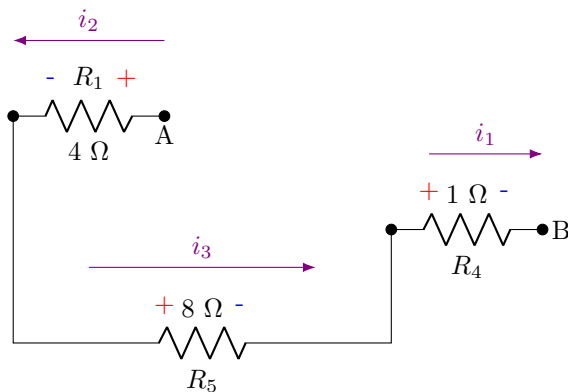
Inciso b)

En este inciso nos piden ver la caída de tensión entre los puntos A y B, acá es importante entender que como la tensión está relacionada con la energía eléctrica y vimos que ésta es independiente del camino que tomemos (porque es conservativa), entonces podemos calcular la caída de tensión entre estos puntos usando cualquier camino que conecte estos puntos, veamos que es efectivamente así:



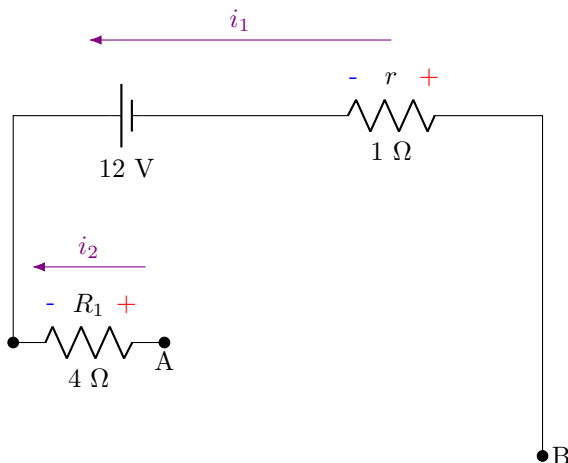
Si tomamos este camino podemos ver que la diferencia de potencial la calculamos como

$$\begin{aligned}\Delta V_{AB} &= V_{R_{eq}} + V_{R_4} \\ &= i_2 \cdot R_{eq} - i_1 \cdot R_4 \\ &= (-1 \text{ A}) \cdot 4 \Omega - 2 \text{ A} \cdot 1 \Omega \\ &= -6 \text{ V}\end{aligned}$$



Si tomamos este camino podemos ver que la diferencia de potencial la calculamos como

$$\begin{aligned}\Delta V_{AB} &= V_{R_1} + V_{R_5} + V_{R_4} \\ &= -i_2 \cdot R_1 - i_3 \cdot R_5 - i_1 \cdot R_4 \\ &= -(-1 \text{ A}) \cdot 4 \Omega - 1 \text{ A} \cdot 8 \Omega - 2 \text{ A} \cdot 1 \Omega \\ &= -6 \text{ V}\end{aligned}$$



Si tomamos este camino podemos ver que la diferencia de potencial la calculamos como

$$\begin{aligned}\Delta V_{AB} &= V_{R_1} - 12 \text{ V} + V_r \\ &= -i_2 \cdot R_1 - 12 \text{ V} + i_1 \cdot r \\ &= -(-1 \text{ A}) \cdot 4 \Omega - 12 \text{ V} + 2 \text{ A} \cdot 1 \Omega \\ &= -6 \text{ V}\end{aligned}$$

Me dió lo mismo pero de signo opuesto, ¿tiene sentido?

Si obtienen que la caída de tensión es negativa, eso solo significa que recorriste el camino al revés, o sea, que el punto final tiene una tensión mayor que el inicial. Físicamente, no hay nada malo con el circuito o el cálculo; simplemente indica que estás yendo de un lugar con menor tensión a uno con mayor, como si la corriente eléctrica estuviera fluyendo en la dirección opuesta a la que pensaste.

Pueden probar ésto en el laboratorio conectando los cables del voltímetro al revés: el rojo al punto de menor tensión y el negro al de mayor. Te va a dar el mismo número que antes, pero con el signo opuesto (por ejemplo, si era +5 V, ahora será -5 V).

Podemos notar, en conclusión, que el punto A está a mayor tensión que el punto B, ya que $\Delta V_{AB} = V(B) - V(A) = -6 \text{ V}$, ergo $V(A) = V(B) + 6 \text{ V}$.

Comentario:

Yo plantee los 3 caminos para convencerse de que dan todos igual, no es necesario hacerlo en cada ejercicio, háganlo una sola vez para estar seguros de que ésto vale y luego sólo necesitan plantearlo una vez.

Inciso c)

En este último ítem nos piden ver la potencia disipada por la resistencia de 5Ω , y acá la idea va a ser utilizar que la potencia que tiene un cierto elemento de circuito está dada por

$$P = V \cdot I \quad (2.3)$$

dónde se puede ver que si tenemos una resistencia, podemos usar la ley de Ohm para poder escribir esta potencia de la forma más conveniente según los datos que tenga:

$$P = V \cdot I = \frac{V^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (2.4)$$

En nuestro caso, la más conveniente para utilizar es $I^2 \cdot R$ ya que conocemos la resistencia y la corriente que circula por ella, pero no calculamos cuál es la caída de tensión en la resistencia. Por lo tanto, la potencia que disiparán las resistencias que nos piden valen

$$\begin{cases} P_r = i_1^2 \cdot r = (2 \text{ A})^2 \cdot 1 \Omega = 4 \text{ W} \\ P_{R_1} = i_2^2 \cdot R_1 = (-1 \text{ A})^2 \cdot 4 \Omega = 4 \text{ W} \\ P_{R_5} = i_3^2 \cdot R_5 = (1 \text{ A})^2 \cdot 8 \Omega = 8 \text{ W} \end{cases} \quad (2.5)$$