

Guía 1: Cinemática

- ① Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = -kt^3 + bt^2, \text{ con } k, b \text{ constantes positivas.}$$

- (a) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y gráfíquelas.
- (b) Halle el instante de tiempo y la correspondiente posición en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.
- (c) Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.

- ② Una partícula se desplaza en línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = \sqrt{x_0^2 + 2kt} \quad \text{con } x_0, k \text{ constantes positivas.}$$

- (a) Calcule la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.
- (b) Exprese las magnitudes del punto a) en función de la posición, y gráfíquelas partiendo de la posición a $t = 0$.

- ③ Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a $t = 0$ de la posición $x(t = 0) = 0$ con velocidad $v(t = 0) = v_0$. Encuentre $x(t)$ y $x(v)$ en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación (k constante):

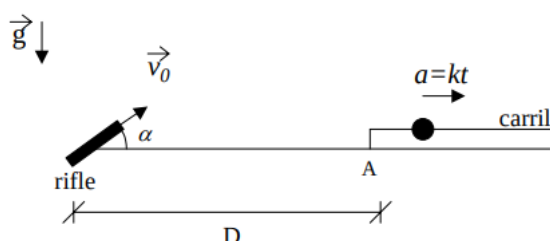
- (a) $a = kt^2, k > 0$
- (b) $a = -kv^2, k > 0$
- (c) $a = kvx, k > 0$

- ④ A $t=0$ se deja caer un cuerpo sin velocidad inicial desde una altura H del piso. Además del peso, actúa una fuerza en la dirección horizontal que provoca una aceleración en esa dirección que puede expresarse como $a_x=kt^2$ con $k > 0$.

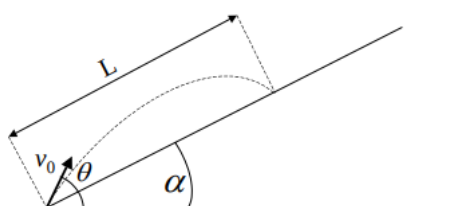
- (a) Escriba las ecuaciones de movimiento y halle la ecuación de la trayectoria.
- (b) Diga en qué punto del eje x el cuerpo tocará el suelo. Compare con los resultados que se obtienen para $a_x = 0$.

- ⑤ Un helicóptero se encuentra suspendido en la posición $x = L, y = H$. En $t = 0$ el helicóptero comienza a descender con aceleración $a_y = -kt$ (k constante > 0). En el origen de coordenadas hay un cañón que forma un ángulo α con la horizontal y dispara proyectiles con velocidad de salida v_0 .

- (a) Encuentre la trayectoria del proyectil (o sea, dé y en función de x). Grafique y vs x para el proyectil y para el helicóptero
- (b) ¿Para qué valores de v_0 la trayectoria del proyectil y la del helicóptero se intersecan?
- (c) Si v_0 es alguno de los valores hallados en (b) diga en qué instante debe efectuarse el disparo para que el proyectil haga impacto sobre el helicóptero.
- ⑥ Un juego de un parque de diversiones consiste en una pelotita que se mueve por un carril rectilíneo con aceleración $a = kt$ hacia la derecha, con k constante > 0 . A $t=0$, la pelotita se halla en reposo en el extremo izquierdo del carril (punto A). El jugador dispone de un rifle, ubicado a una distancia D del punto A, que dispara bolas con velocidad v_0 variable, pero con un ángulo α fijo.



- (a) ¿Con qué velocidad v_0 debe disparar el jugador para que le sea posible acertar en la pelotita? Es decir, ¿para qué valor de v_0 las trayectorias de la bala y la pelotita se intersecan?
- (b) Si v_0 es alguna de las velocidades halladas en a), ¿en qué instante debe disparar el jugador para pegarle a la pelotita?
- ⑦ Un jugador de fútbol patea la pelota fuera de la cancha hacia las tribunas con velocidad inicial v_0 y ángulo de elevación θ . La tribuna forma un ángulo α con la horizontal (ver figura). Se aconseja utilizar un sistema de referencia con los ejes (x,y) en las direcciones horizontal y vertical, respectivamente.



- (a) Muestre que la expresión del alcance L en función del ángulo θ está dada por:

$$L = \frac{2v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \sin(\theta - \alpha) \cos \theta \quad (1)$$

- (b) ¿Cuál es el ángulo θ para el cual el alcance es máximo?

Puede ser de utilidad

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

- 8) Un cuerpo inicialmente en reposo ($\theta(t=0)=0$, $\omega(t=0)=0$) es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley

$$\gamma = 120 \text{ s}^{-4}t^2 - 48\text{s}^{-3}t + 16\text{s}^{-2}$$

donde γ es la aceleración angular medida en $1/\text{s}^2$.

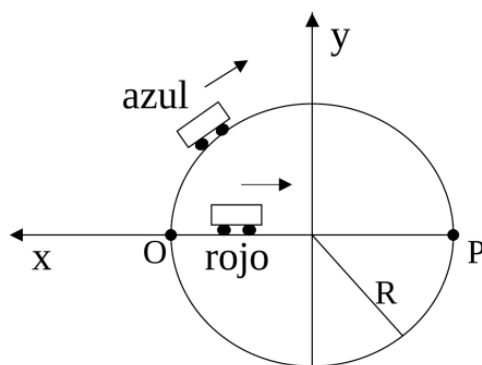
Halle:

- (a) $\theta = \theta(t)$
- (b) $\omega = \omega(t)$
- (c) el vector aceleración (utilice la descomposición polar)
- (d) ¿Cuánto vale $\vec{v}$ en $t=2\text{s}$

- 9) Un mecanismo de relojería utilizado para controlar cierta maquinaria consiste de dos agujas A y B que se mueven ambas en sentido horario. La aguja A se mueve con velocidad angular constante ω_0 partiendo de $\phi_A(t=0)=0$, la aguja B se mueve con una aceleración angular constante γ partiendo con velocidad angular $\omega_B(t=0)=2\omega_0$ de la posición $\phi_B(t=0)=0$.

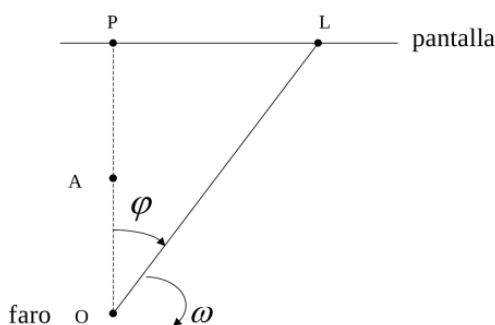
- (a) Calcule en qué instantes ambas agujas coinciden.
- (b) Ídem en el caso en que la aguja A se mueva en sentido antihorario.

- 10) Un auto azul parte del reposo desde el punto O en el instante $t=0$, y describe una trayectoria circular de radio $R=90\text{ m}$ con una aceleración angular $\gamma_a = kt$ ($k=\pi/6\text{ s}^{-3}$). Pasados 3s desde la partida del auto azul, parte del reposo desde O un auto rojo que se mueve en línea recta hacia el punto P con una aceleración constante $a_r = -a_0\hat{x}$.



- (a) ¿Cuánto tiempo tarda el auto azul en llegar al punto P?
- (b) ¿Cuál debe ser el valor de a_0 para que el auto rojo pueda alcanzar al auto azul en el punto P?

- 11 Un faro que gira con velocidad angular constante ω , proyecta su luz sobre una pantalla ubicada a una distancia $d = \overline{OP}$ (ver figura).

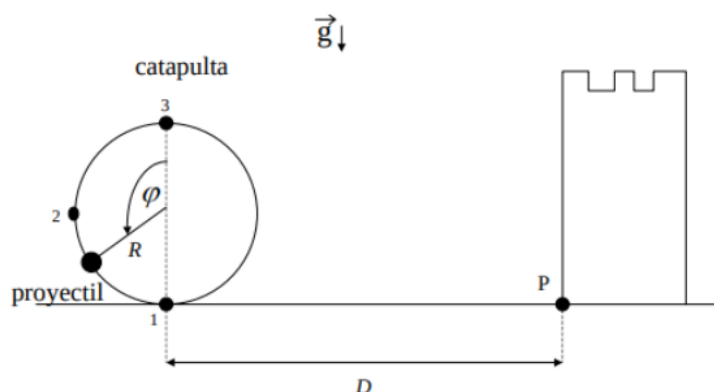


- (a) Halle la velocidad lineal del punto luminoso sobre la pantalla en función de datos y de x . Puede ser de utilidad $\frac{d \tan(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$
- (b) Calcule en función de datos y de x la velocidad angular del punto luminoso para un observador situado a una distancia $D = \overline{AP}$ de la pantalla. (Sugerencia: haga este cálculo usando trigonometría).
- (c) ¿Cómo debería ser la velocidad angular del faro para que el punto luminoso se mueva con velocidad constante?

- 12 Una catapulta está ubicada a una distancia D de un castillo (ver figura). La catapulta se utiliza para lanzar proyectiles y consiste en un dispositivo mediante el cual cada proyectil parte desde la posición (1) con velocidad nula, luego se mueve sobre la trayectoria circular de radio R con una aceleración angular $\ddot{\varphi}$ dada por

$$\ddot{\varphi} = -\frac{(n+1)K}{\pi^{n+1}}\varphi^n$$

donde K y n son constantes, $n=4$. Finalmente es liberado en la posición (3).



- (a) Exprese la velocidad tangencial v del proyectil (cuando está en la catapulta) en función de K , R y φ . Calcule v para la posición (2).
- (b) Calcule (en función de K , R y φ) la distancia D a la que hay que ubicar la catapulta para que los proyectiles lanzados por ella peguen en el punto P del castillo.