

# Interferencia: coherencia

Cátedra: Diego Arbó

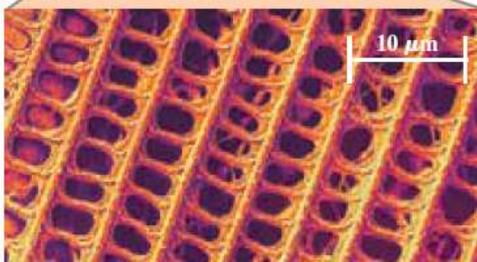
# INTERFERENCIA



Iridiscencia en pompas de jabón



Mancha de aceite en el pavimento asfáltico mojado



Las millones de escalas microscópicas en las alas de la mariposa tropical *Morpho peleides* reflejan intensamente la luz azul, vistas desde el ángulo adecuado.

La **ecuación de ondas** describe la perturbación óptica:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = v^2 \left( \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} \right)$$

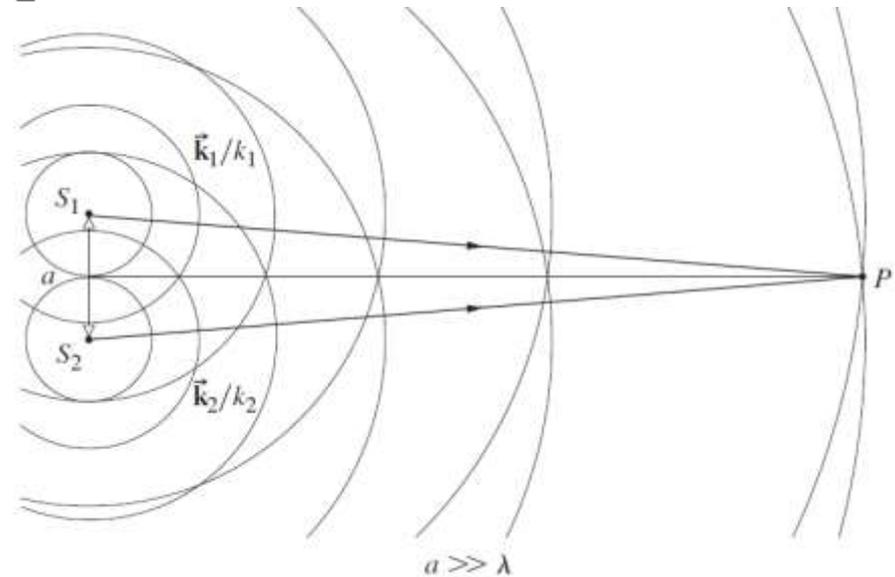
La solución se puede escribir como:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta)$$

y obedece el **principio de superposición**: La perturbación óptica resultante en un punto del espacio donde dos o más ondas se superponen es igual a la suma vectorial de las perturbaciones constitutivas individuales

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Supongamos que tenemos solo dos ondas con la misma frecuencia y en el mismo medio:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

La perturbación óptica varía sumamente rápido por lo que es una cantidad prácticamente indetectable.

Pero la **irradiancia** puede medirse directamente usando una gran variedad de sensores: fotoceldas, películas fotográficas, ojos, etc.

La irradiancia es proporcional al promedio temporal del cuadrado de la perturbación.

$$\langle \vec{E}^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

$I_{12}$  es llamado **término de interferencia**

**Interferencia** es la interacción de dos o más ondas que producen una irradiancia resultante que se desvía de la suma de las irradiancias componentes.

$$I \neq I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$\begin{aligned}
\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 &= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \delta_1) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \delta_2) \\
&= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left[ \cos(\omega t) \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) + \sin(\omega t) \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \right] \\
&\quad \times \left[ \cos(\omega t) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) + \sin(\omega t) \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \right] \\
&= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left[ \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \cos^2(\omega t) + \right. \\
&\quad + \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \sin^2(\omega t) + \\
&\quad + \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \cos(\omega t) \sin(\omega t) + \\
&\quad \left. + \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \sin(\omega t) \cos(\omega t) \right]
\end{aligned}$$

Promedio temporal:

$$\langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt'$$

$T \gg \tau$

$$\int_t^{t+T} \sin(\omega t') \cos(\omega t') dt' = \int_t^{t+T} \frac{\sin(2\omega t')}{2} dt' = 0$$

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \sin^2(\omega t') dt' = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos^2(\omega t') dt' = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
 I_{12} &= 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left[ \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) + \right. \\
 &\quad \left. + \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_1) \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \delta_2) \right] \\
 &= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \delta
 \end{aligned}$$

donde la fase  $\delta = \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \delta_2 + \delta_1$

Si  $\vec{E}_{01} \perp \vec{E}_{02}$  entonces  $I_{12} = 0$ .  $\vec{E}_{01} \propto \hat{x}$  ;  $\vec{E}_{02} \propto \hat{y}$   
 $\vec{E}_{01}$  circularmente polarizado a derecha y  $\vec{E}_{02}$  circularmente polarizado a izquierda.  $\rightarrow I = I_1 + I_2$

Si  $\vec{E}_{01} \parallel \vec{E}_{02}$  entonces  $I_{12} \neq 0$ .  $\rightarrow$

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + I_{12} \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta
 \end{aligned}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Interferencia constructiva total:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

Interferencia destructiva total:

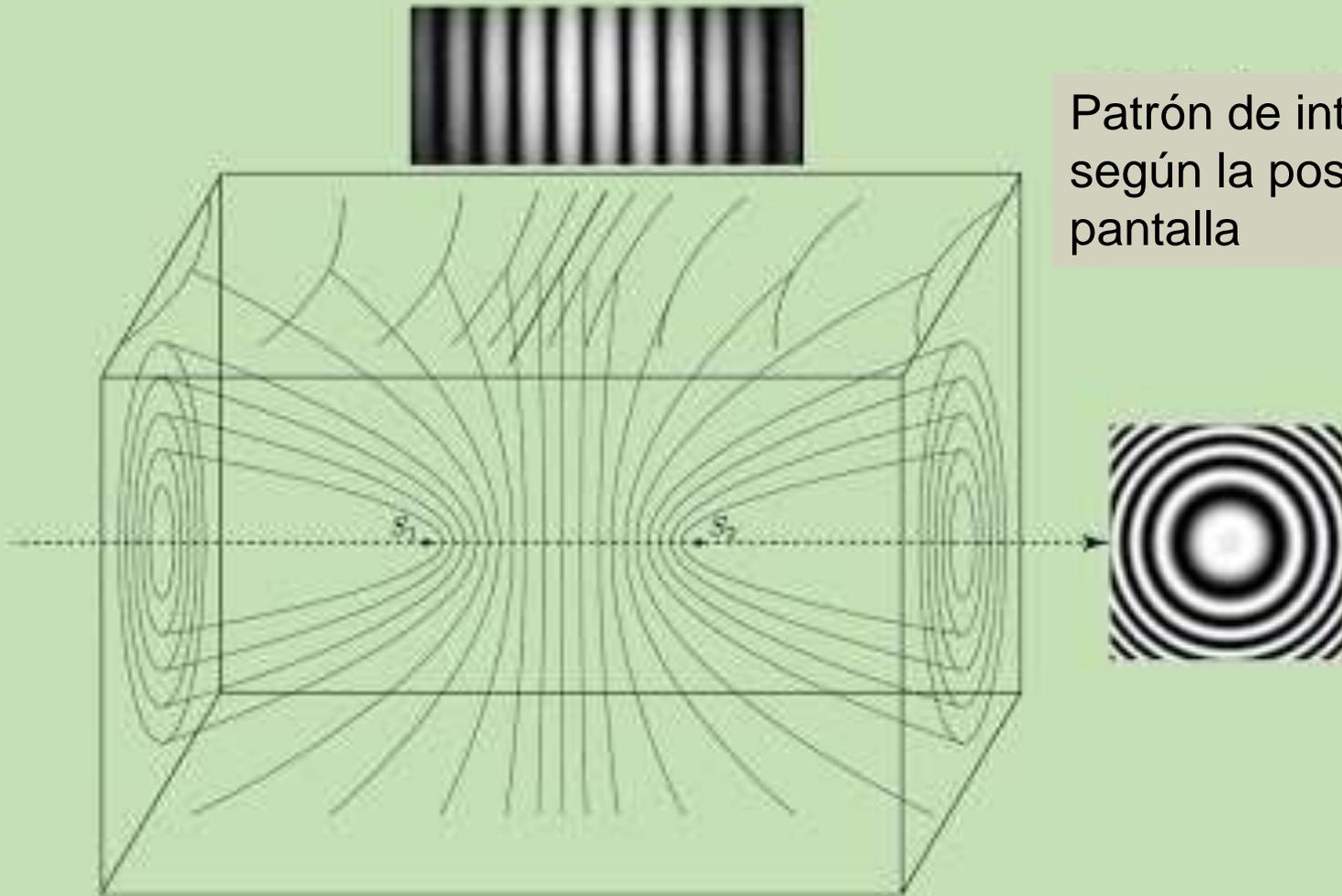
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\delta = \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$$

En el caso que  $I_1 = I_2 = I_0$ , →

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

# Hiperboloides de irradiancia máxima



Patrón de interferencia según la posición de la pantalla

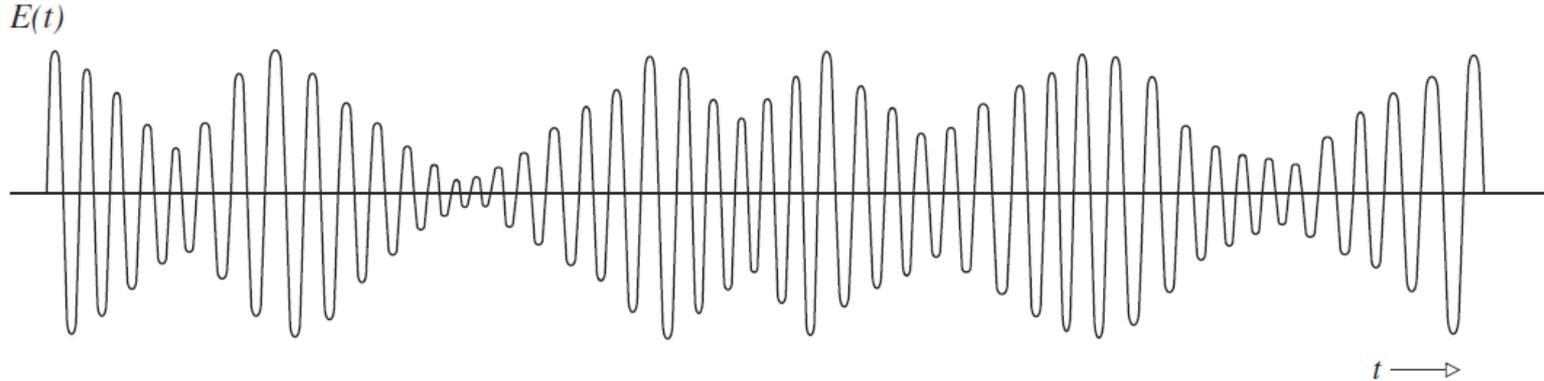
# Coherencia

Las transiciones electrónicas responsables de la generación de luz tiene una duración  $\sim 10^{-8} - 10^{-9}$ s  $\rightarrow$  trenes de onda finitos  $\rightarrow$  ancho de banda natural.

El teorema del ancho de banda:

$$\Delta t \approx 1/\Delta \nu$$

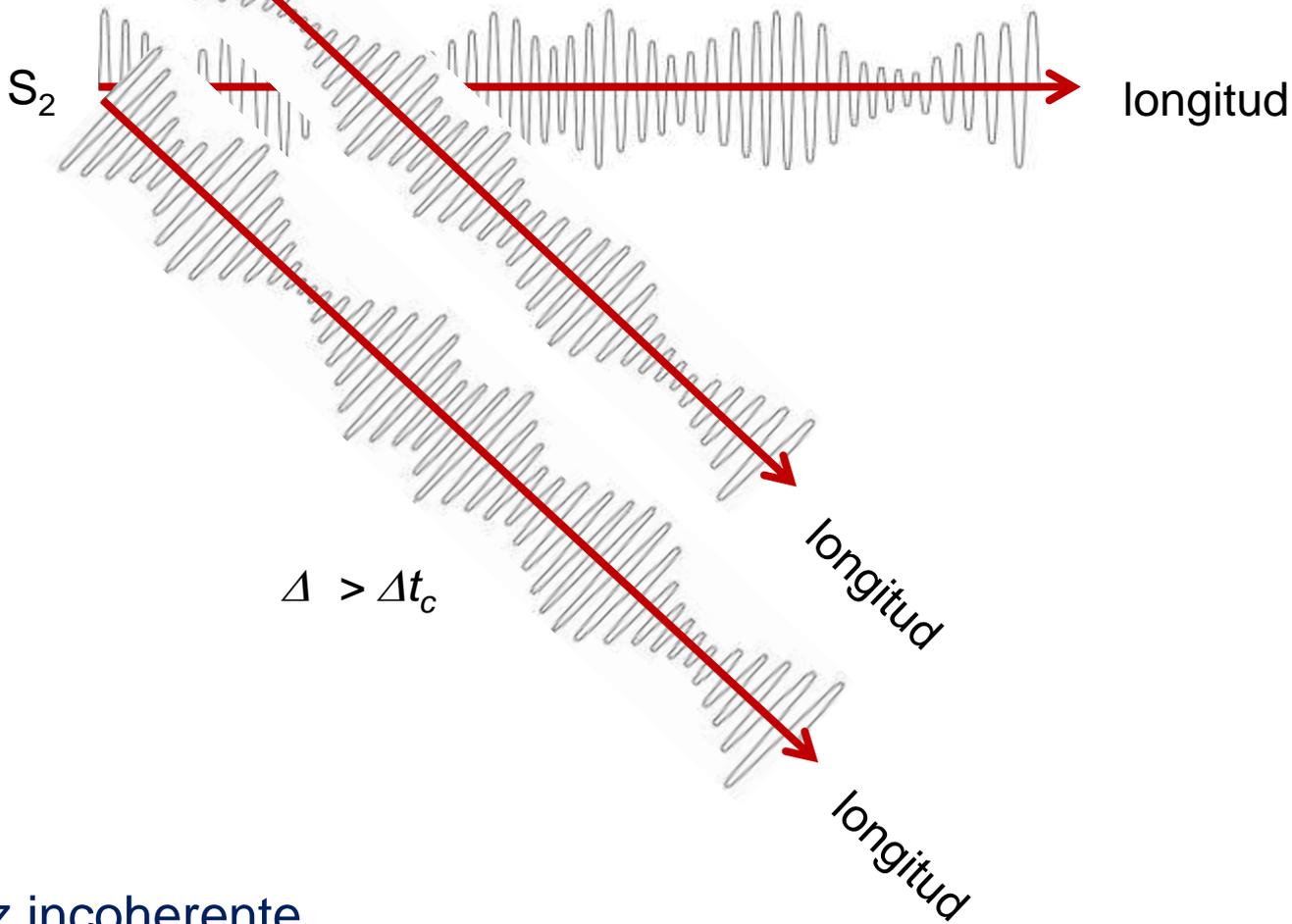
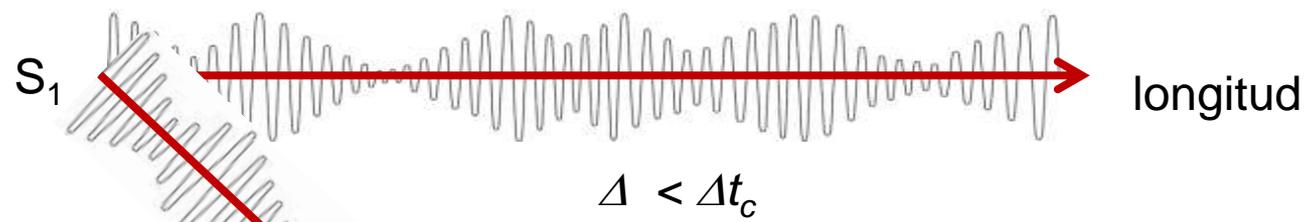
Este tiempo recibe el nombre de **tiempo de coherencia**:  $\Delta t_c$



La **longitud de coherencia** es la extensión en el espacio en la que la onda tiene una forma sinusoidal:  $\Delta l_c = c \Delta t_c$

Ejemplo 1: luz blanca 430-750 THz,  $\Delta \nu \sim 3 \times 10^{14}$  Hz  
 $\rightarrow \Delta t_c \sim 3 \times 10^{-15}$  s  $\rightarrow \Delta l_c \sim 3 \times 10^8$  m/s  $\times 3 \times 10^{-15}$  s  $\sim 1 \mu\text{m}$

Ejemplo 2: láser He-Ne  $\Delta l_c \sim 100$  m



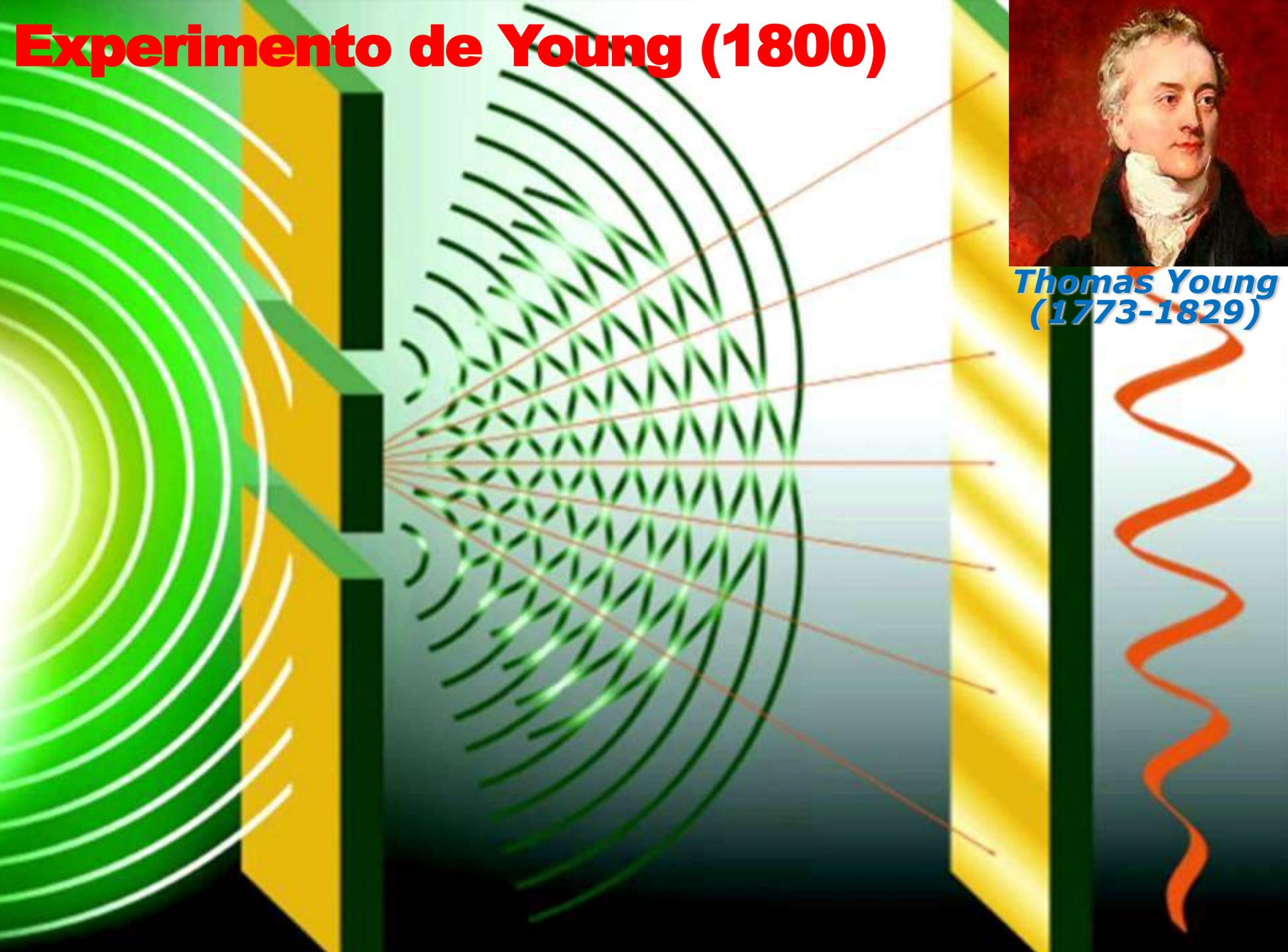
Luz incoherente

$$I_{12} = 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \langle \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \delta_1(t)) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \delta_2(t)) \rangle = 0$$

# ¿Cómo sigue?

- **Interferómetros por división de frente de onda:** Young, doble espejo de Fresnel, Espejo de Lloyd, Biprisma de Fresnel.
- **Interferómetros por división de amplitud:** Lámina de caras paralelas, cuña, anillos de Newton, interferómetro de Michelson.
- **Interferencia por N fuentes:** Incidencia normal y oblicua, dispersión angular, criteria de Rayleigh de resolución de líneas espectrales, potencia de resolución cromática.

# Experimento de Young (1800)



**Thomas Young**  
(1773-1829)

# ***Interferencia de dos fuentes en ondas de agua***

