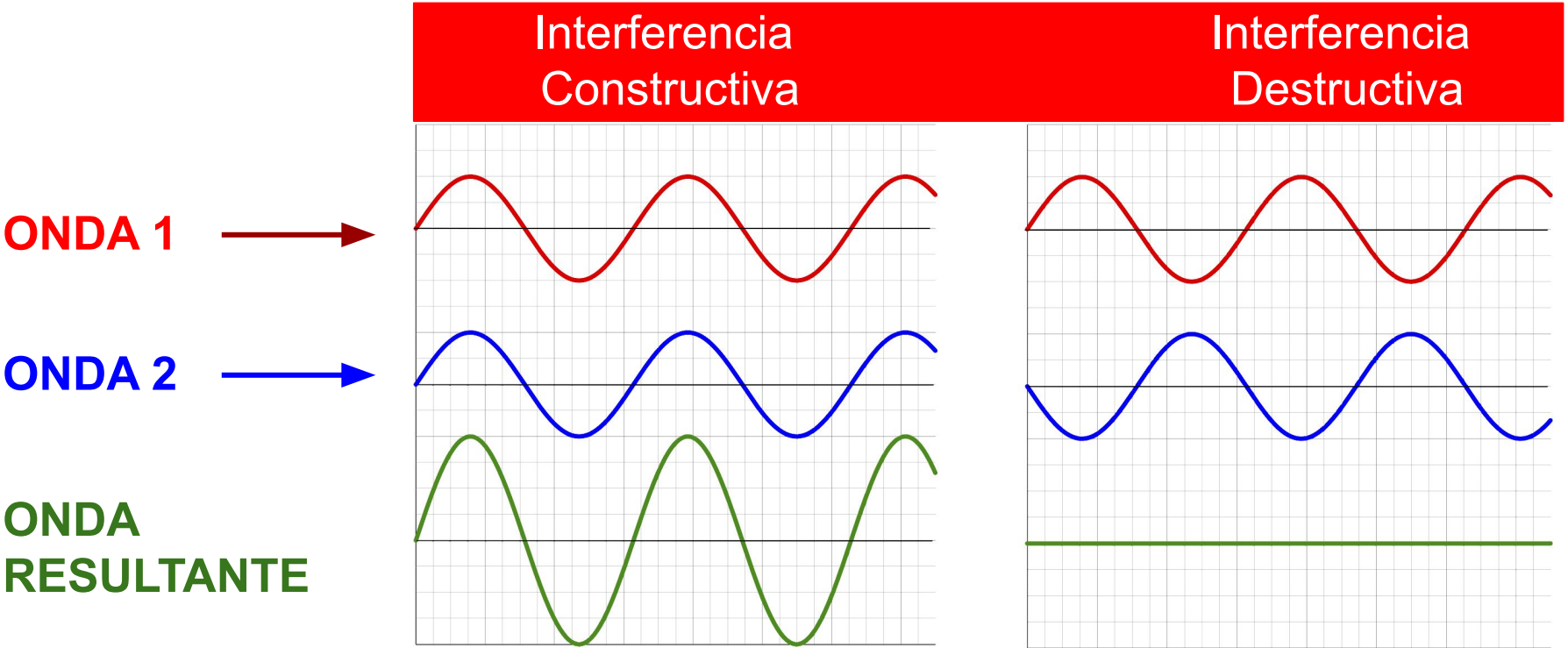
Actividad Introductoria: experimento/video

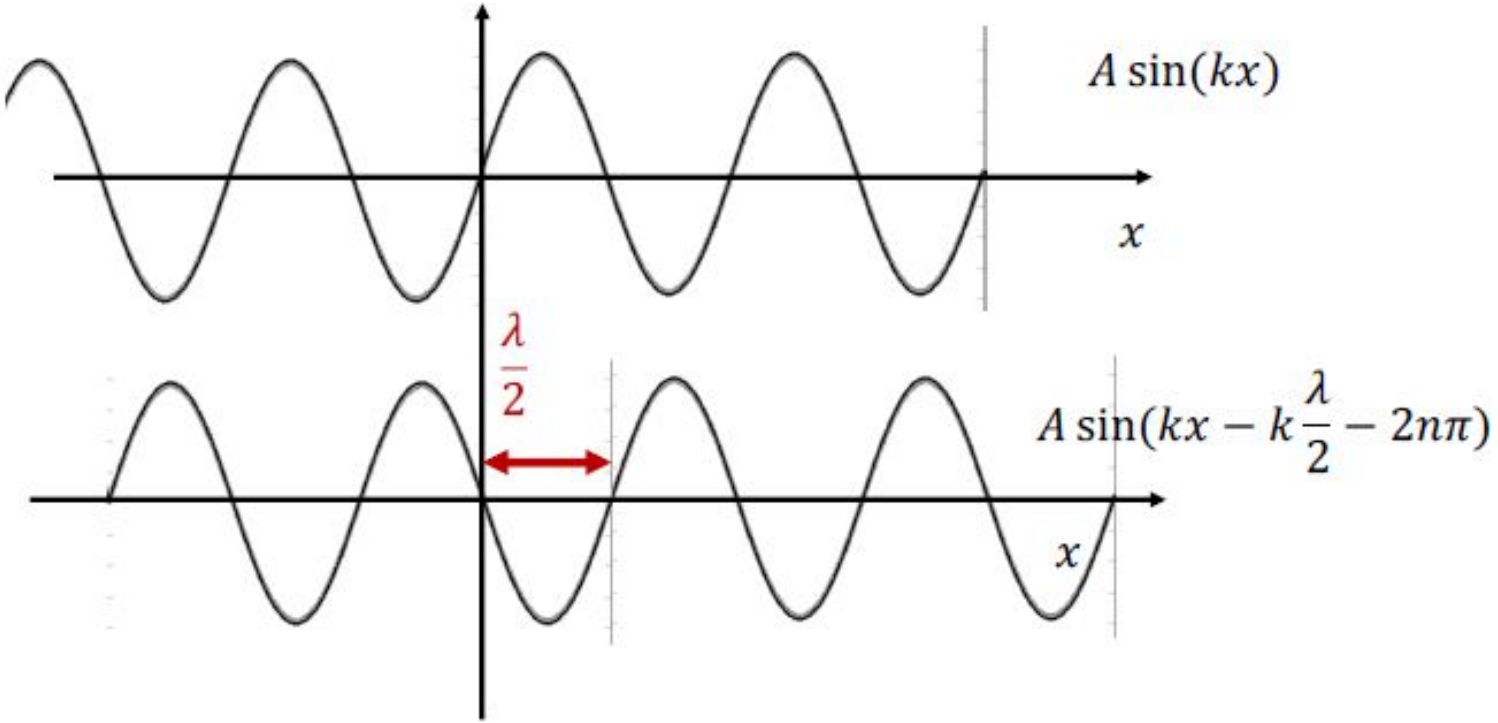
✔ Dos ondas que coexisten en una región

✔ Superposición da lugar a efectos de incremento o atenuación de la intensidad que perduran en el espacio y el tiempo.



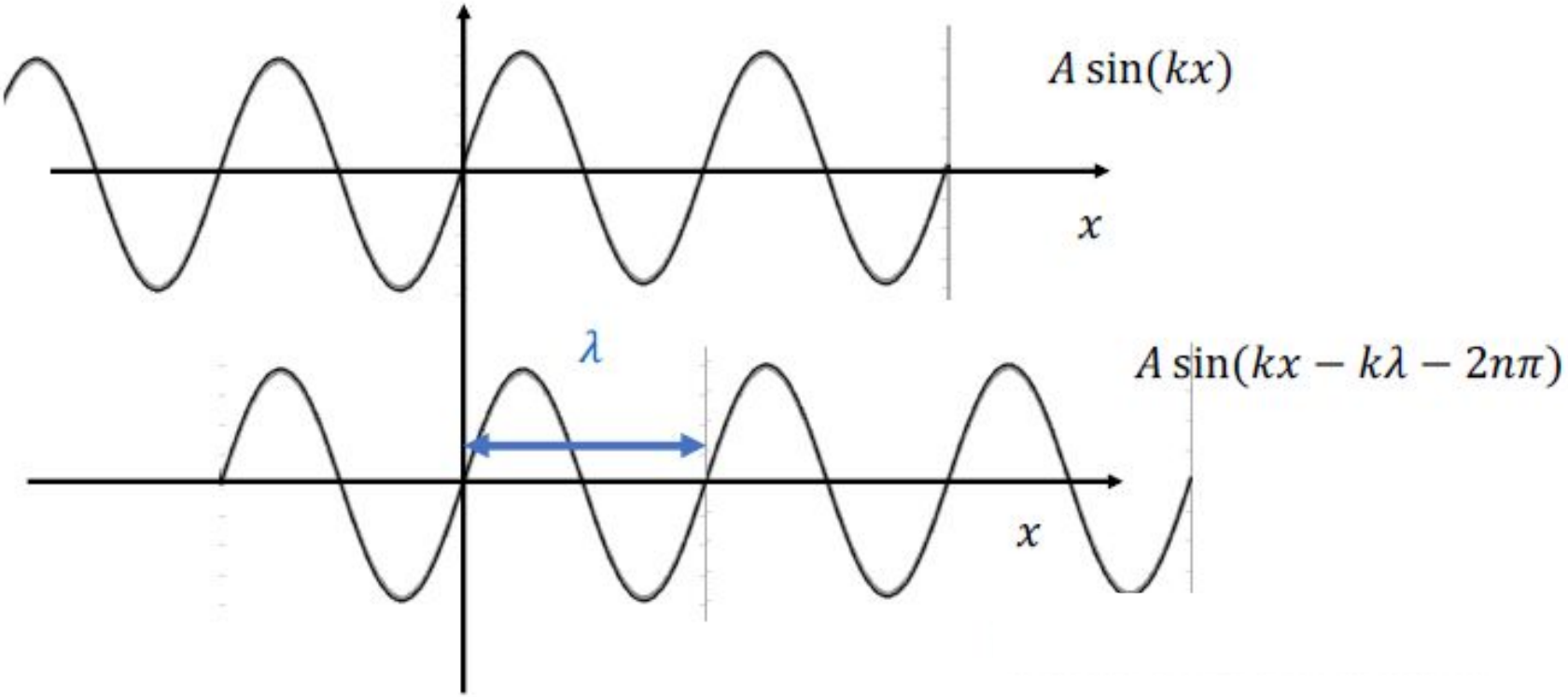
Interferencia Destructiva

¿Qué pasa si queremos sumar dos ondas que tienen las misma longitud pero están desfasadas?

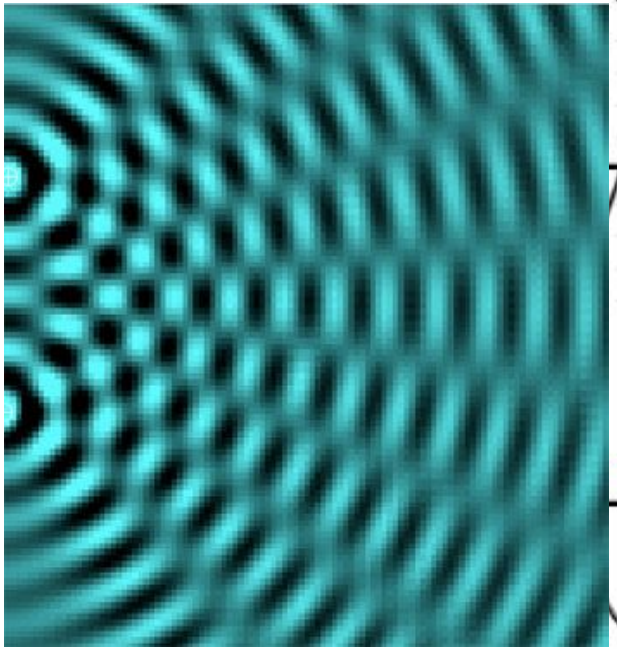


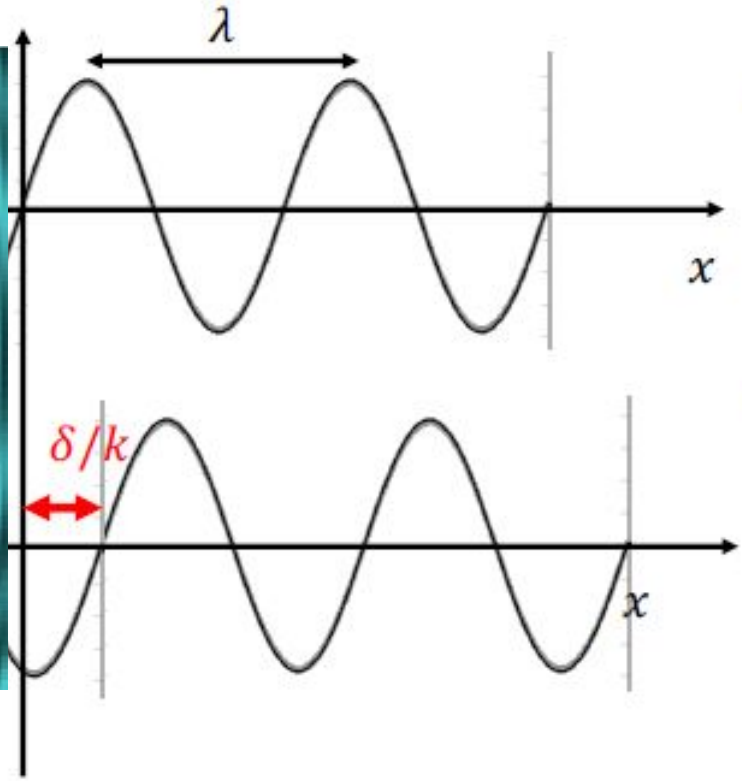
Interferencia Constructiva

¿Qué pasa si queremos sumar dos ondas que tienen las misma longitud pero están en fase?



Suma de dos ondas monocromáticas:





- Si δ es 0 ó **múltiplos pares de π**, la diferencia en distancia son múltiplos de λ y tenemos **interferencia constructiva.**
- Si δ son **múltiplos impares de π** la diferencia en distancia son múltiplos impares de $\lambda/2$ y tenemos **interferencia destructiva.**

Lámpara de Sodio

Lámpara de Sodio

Esperamos observar un patrón de interferencia

¿?

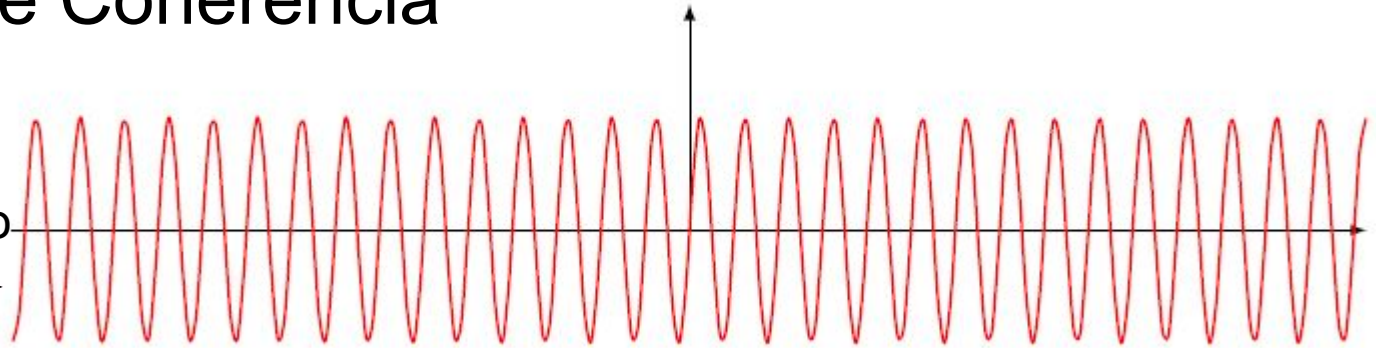
Pantalla

La superposición las ondas luminosas será condición necesaria pero no suficiente. Es preciso incorporar una condición extra:

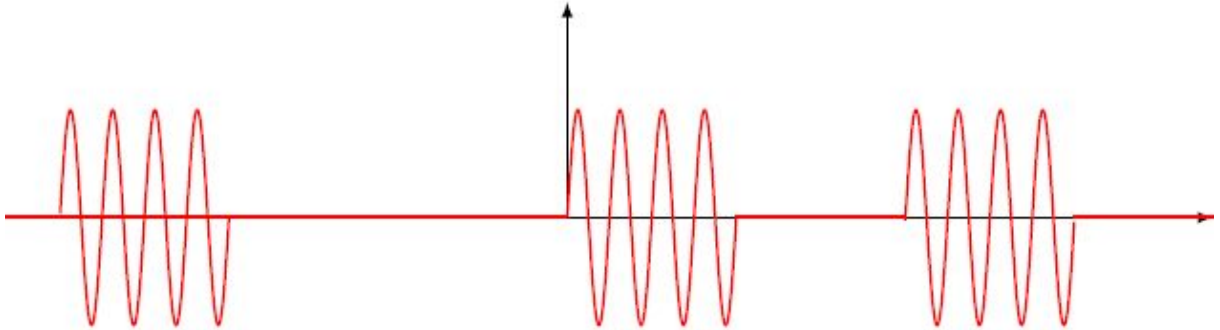
Coherencia

El concepto de Coherencia

¿Luz natural?
No es un buen modelo



Volvamos al caso de la lámpara de sodio. ¿Cómo emite?
Las transiciones electrónicas de los átomos del gas generan los fotones. Esas transiciones son extremadamente cortas.



¿Cuál es el tiempo máximo en que podremos tener una fase constante?

$$\Delta\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Esto nos permite definir la longitud de coherencia

$$\Delta L = c.\Delta\tau = c\frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Cuando trabajamos con ondas en la primera parte del cuatrimestre vimos que:

$$\lambda\omega = 2\pi c$$

De donde podemos deducir que:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

Tratemos de escribir la longitud de coherencia en términos de la longitud de onda:

$$\Delta L = \frac{c}{\omega}\frac{2\pi\,\omega}{\Delta\omega}$$

$$\Delta L = \lambda\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Coherencia Espacial:

$$\Delta L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Coherencia Temporal:

$$\frac{\Delta L}{c} = \Delta\tau$$

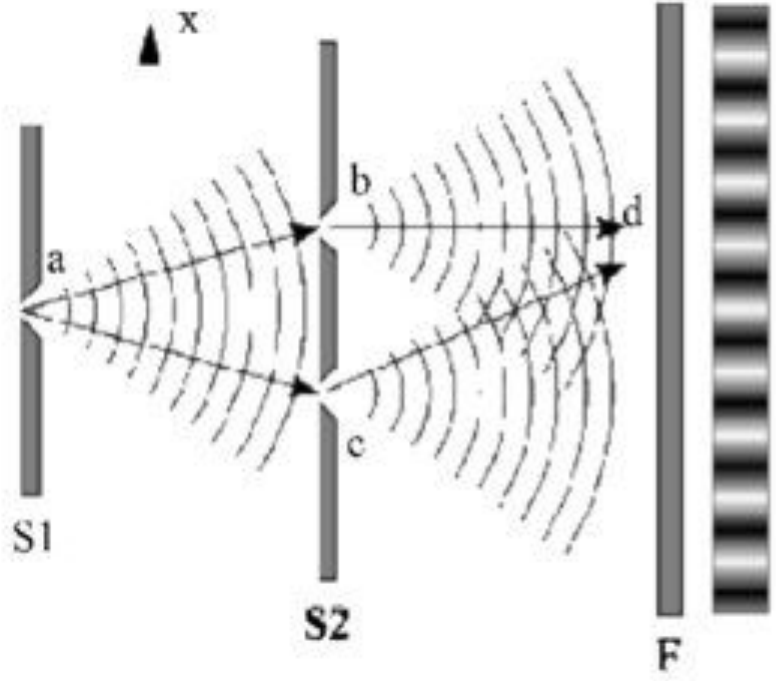
Coherencia espacial y temporal (valores típicos)

Fuente	λ	Δλ	Longitud de Coherencia	Tiempo de Coherencia
Láser He-Ne	633 nm	10^{-6} nm	400 m	~10^{-6} seg
Luz blanca	550 nm	300 nm	~10^{-6} m	~10^{-14} seg
Lámpara de Sodio	589 nm	nm	~10^{-3} m	~10^{-11} seg

Ahora podemos dar una definición más precisa:

Se produce interferencia cuando dos ondas monocromáticas coexisten viajando en la misma dirección y sentido cumpliendo condiciones de coherencia.

¿Cómo tener fuentes coherentes para observar interferencia con ondas luminosas?



Thomas Young (1801)

Evitó una fuente extensa
Armó una fuente puntual de (1 μm)
Iluminó una pantalla con dos orificios.
Los frentes que salen de **a**
llegan a **b** y **c** en fase
⇒ son coherentes

Thomas Young
(1773-1829)

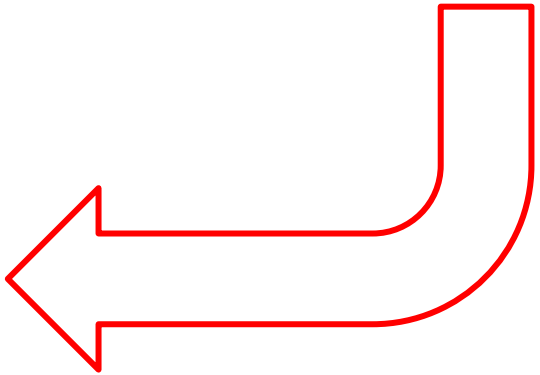
Patrón de Interferencia

Expresión matemática para los máximos y los mínimos de interferencia

Función de:

- λ
- Propiedades geométricas del sistema en cuestión
- Distancia a la pantalla
- Índice de refracción del medio

Medición de la distancia entre máximo consecutivos o mínimos consecutivos

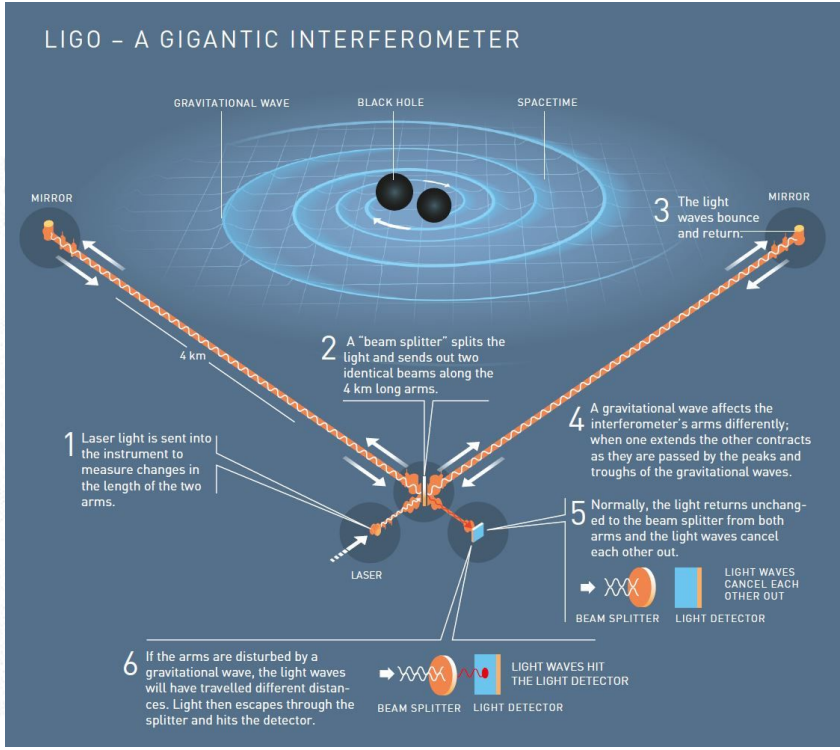


INTERFEROMETRÍA COMO HERRAMIENTA

APPLICATIONS OF INTERFEROMETRY.

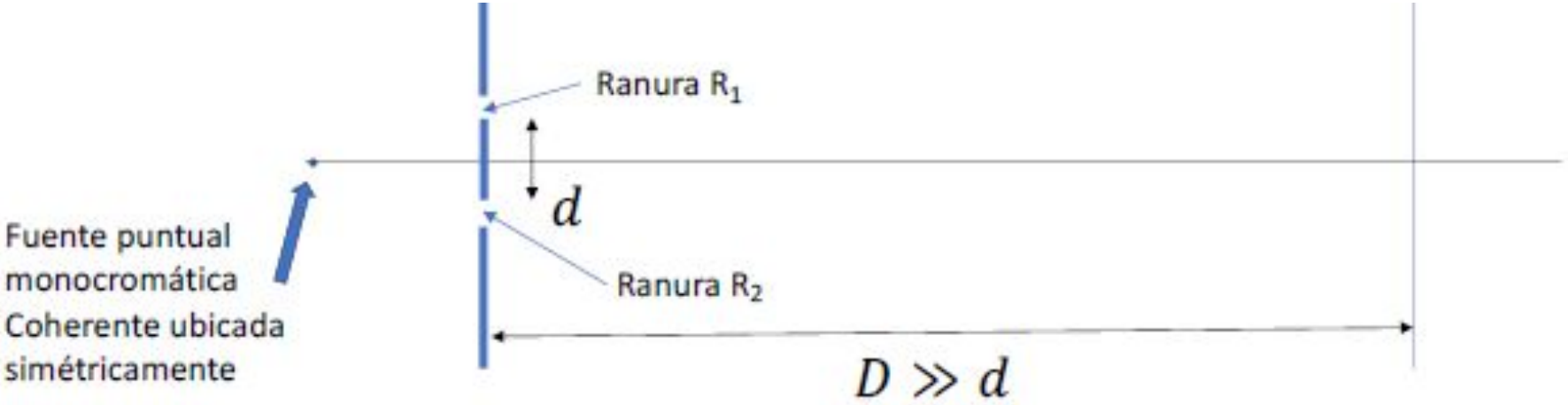
IN a report by Prof. Carl Barus, of Brown University, recently published by the Carnegie Institution of Washington, a number of interesting applications of achromatic interferometry are described. In the first chapter a method of measuring small angles is discussed. The general theory of the subject is developed at some length, and a variety of interferometer devices, with mirror, ocular, and collimator micrometers, are instanced. As the achromatic fringes

[1] The Marine Biological Station at Port Erin. Thirty-third Annual Report of the Liverpool Marine Biology Committee. Drawn up by Prof. W. A. Herdman. Pp. 84. (Liverpool : C. Tingling and Co., 1919.)

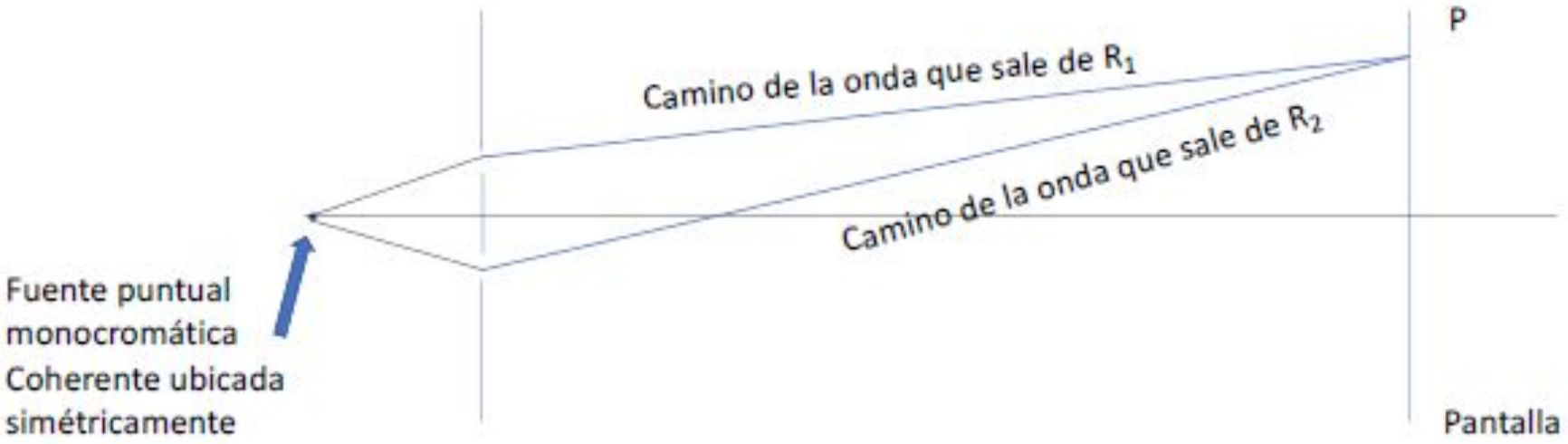


© 1920 Nature Publishing Group

Interferencia por División del Frente de Onda

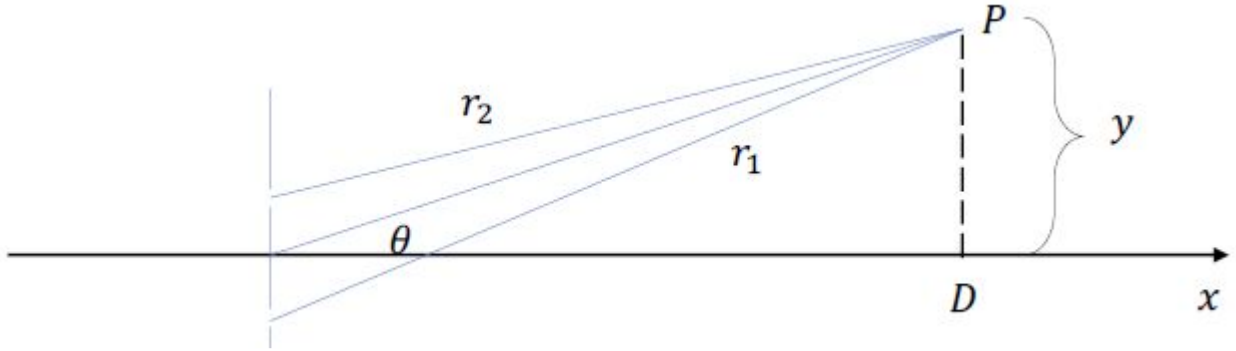


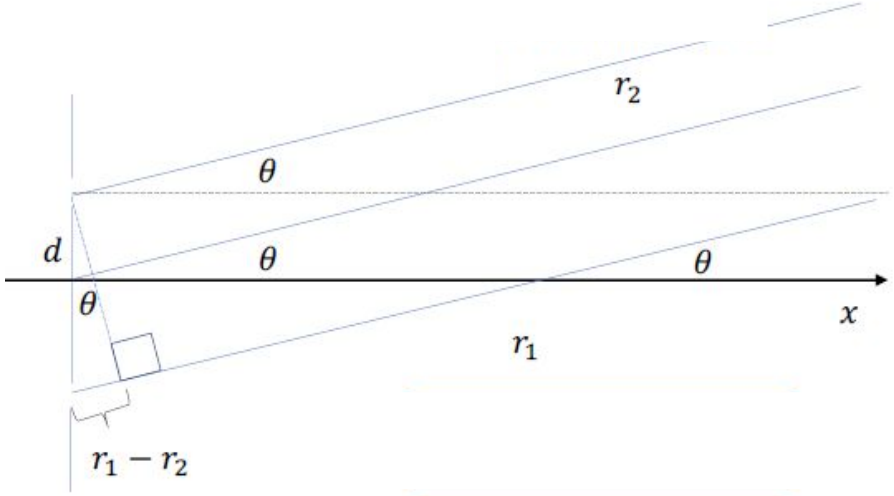
- Fuente de luz monocromática y coherente, una pantalla con dos ranuras muy pequeñas equidistantes de un eje sobre el que está la fuente.
- Distancia d entre ranuras, distancia D desde ranura a pantalla.
- Del otro lado, muy lejos, hay una pantalla donde vemos el efecto.
- Pantalla con ranura, y pantalla donde vemos el efecto son $\perp$ al eje de simetría.



- La idea es que la diferencia de camino entre las ondas provenientes de las ranuras haga que los campos eléctricos en el punto P de la pantalla interfieran.
- Por simetría, el camino entre la fuente y las dos ranuras son iguales.

Diferencia de camino entre las ondas:



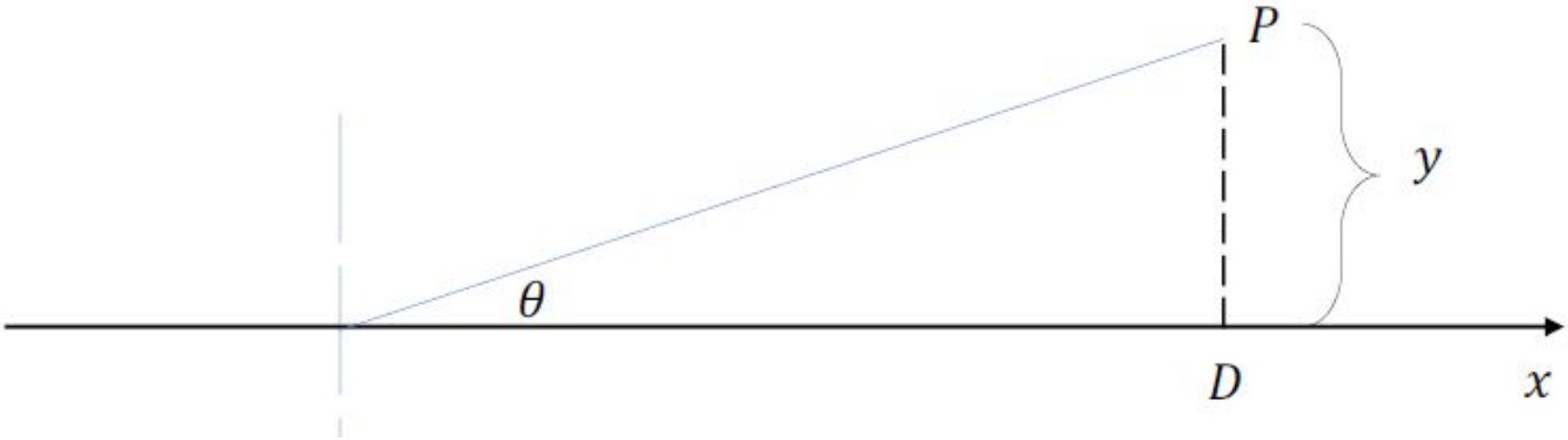


Asumimos que la pantalla está muy lejos.
Las ondas que llegan a P son planas (y los rayos son paralelos)

$$r_1 - r_2 \cong d \sin\theta$$

- Si la pantalla es muy lejos y ángulos θ pequeños:

$$r_1 - r_2 \cong d \sin\theta \cong d \tan\theta = d\frac{y}{D}$$



- Entonces, concluimos que la diferencia de camino entre la onda que sale de una rendija y la onda que sale de la otra al llegar a la pantalla es:

$$r_1 - r_2 \cong d \sin\theta = d \tan\theta = d\frac{y}{D}$$

- Esto implica que al llegar a la pantalla a un determinado instante va a haber un corrimiento de fase entre una y otra de:

$$kd \sin\theta = kd \tan\theta = kd\frac{y}{D}$$

Interferencia Constructiva

- Como vimos antes, la interferencia constructiva entre dos ondas ocurre cuando la diferencia de fase es:

$$\delta_{max} = kd\,\theta_{max} = kd\frac{y_{max}}{D} = 0, 2\pi, 4\pi, .. 2n\pi \quad \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

- En consecuencia, en la pantalla habrá interferencia constructiva en los siguientes valores de y_{max}:

$$y_{max} = \frac{2n\pi D}{kd} = \frac{nD\lambda}{d} \quad \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

- El problema es simétrico, respecto al eje x por lo que incluimos los y_{max} negativos:

$$y_{max} = \pm\frac{nD\lambda}{d} \quad \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

Interferencia Destructiva

- Como vimos antes, la **interferencia destructiva** entre dos ondas ocurre cuando la diferencia de fase es:

$$\delta_{min} = kd\,\theta_{min} = kd\frac{y_{min}}{D} = \pi, 3\pi \ldots (2n+1)\pi \quad \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

- En consecuencia, en la pantalla habrá interferencia destructiva en los siguientes valores de y_{min}

$$y_{min} = \frac{(2n+1)\pi D}{kd} = \frac{(2n+1)D\lambda}{2d} \quad \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

- El problema es simétrico, respecto al eje x por lo que incluimos los y_{min} negativos

$$y_{min} = \pm\frac{(2n+1)D\lambda}{2d} \text{con } n = 0,1,2 \ldots$$

Un dato más: IRRADIANCIA

- La energía eléctrica por unidad de tiempo que atraviesa una unidad de superficie venía dada por:

$$c\epsilon_0 \left|\vec{E}\right|^2$$

- Llamamos irradiancia al promedio temporal de este flujo de energía, es una medida del brillo en la pantalla P.

$$I = c\epsilon_0 \left\langle \left|\vec{E}\right|^2 \right\rangle$$

donde el promedio se toma en un período $T \gg \tau = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\left\langle \left|\vec{E}\right|^2 \right\rangle = \frac{1}{T}\int_t^{T+t} \left|\vec{E}\right|^2 dt$$

- Veamos la expresión de I cuando $\vec{E}$ es la suma de dos ondas de igual longitud de onda y por lo tanto de igual frecuencia:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

donde

$$\vec{\mathbf{E}}_1(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cos\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_1\right)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos\left(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_2\right)$$

- Tenemos entonces

$$\vec{\mathbf{E}}^2 = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{E}}$$

$$\vec{\mathbf{E}}^2 = (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \cdot (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) = \vec{\mathbf{E}}_1^2 + \vec{\mathbf{E}}_2^2 + 2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2$$

- Olvidándonos de las constantes multiplicativas vemos que si llamamos

$$I_1 = \left\langle \left| \overrightarrow{E_1} \right|^2 \right\rangle \quad \text{e} \quad I_2 = \left\langle \left| \overrightarrow{E_2} \right|^2 \right\rangle \quad \text{e} \quad I_{12} = 2\left\langle \overrightarrow{E_1} \cdot \overrightarrow{E_2} \right\rangle$$

$$\Longrightarrow \quad I = \left\langle \left| \vec{E} \right|^2 \right\rangle = I_1 + I_2 + \boxed{I_{12}}$$

Es el término de Interferencia

Calculamos en detalle el término de interferencia:

$$\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_1\right) \times \cos\left(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \omega t + \varepsilon_2\right)$$

Luego podemos usar la propiedada de la suma de los cosenos:

$$\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 =$$

$$\vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \left[\cos\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1\right) \cos \omega t + \sin\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1\right) \sin \omega t\right]$$

$$\times \left[\cos\left(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_2\right) \cos \omega t + \sin\left(\vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_2\right) \sin \omega t\right]$$

- Al aplicar propiedad distributiva y promediar en el tiempo, sólo sobreviven los términos que tienen $(\cos(\omega t))^2$ y $(\sin(\omega t))^2$ cuyo promedio es ½, con lo cual:

$$\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle_T = \tfrac{1}{2}\vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1 - \vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \varepsilon_2\right)$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}}_1 \cdot \vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{k}}_2 \cdot \vec{\mathbf{r}} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)$$

Diferencia de fase (δ)

Si queremos simplificar un poco y asumimos amplitudes iguales: $\overrightarrow{E_{01}} = \overrightarrow{E_{02}} = \overrightarrow{E_0}$

Entonces: $I_1 = I_2 = I_0 = \frac{E_0^2}{2}$

$$I_{12} = \frac{1}{2} E_0^2 \cos\delta$$

Entonces

$$I = 2I_0(1 + \cos\delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

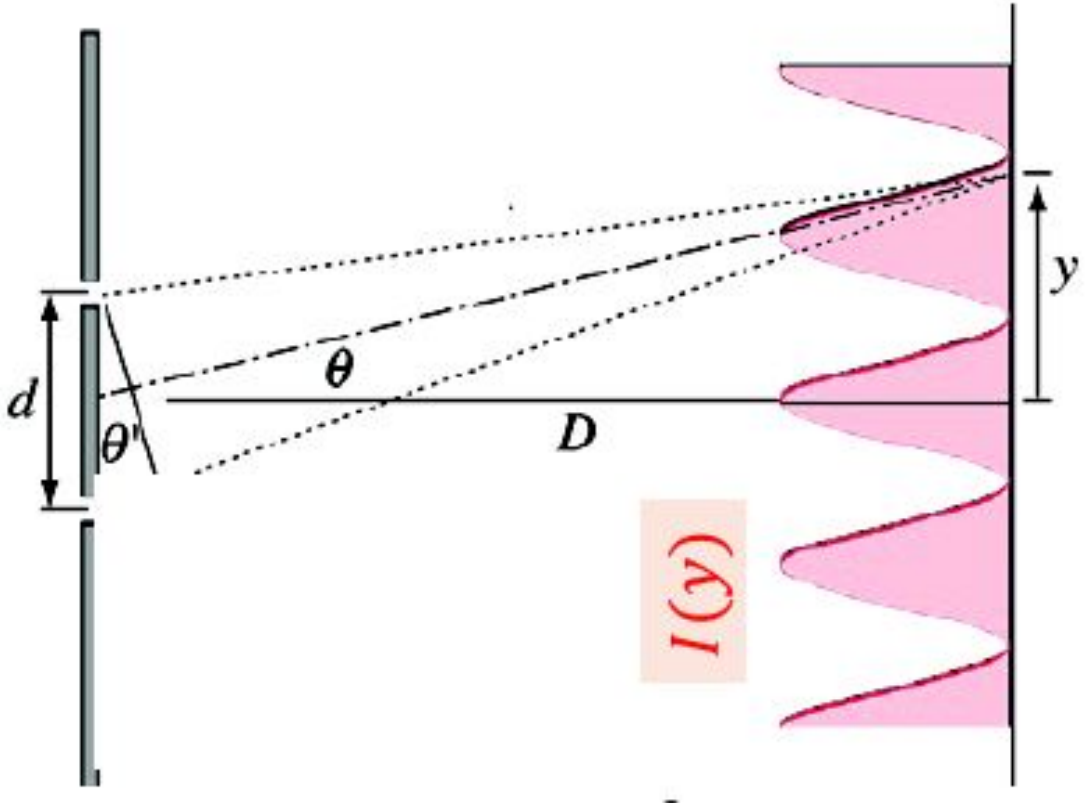
- En Young, no hay diferencia de fase inicial entre las ondas y $\vec{k} = \vec{k}_1 = \vec{k}_2$ por lo que la diferencia de fase ocurre por la diferencia de distancia $r_1 - r_2$
- Entonces para $\delta_{max} = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \ldots$

$$I_{max} = 4I_0$$

- Mientras que para $\delta_{min} = \pm\pi, \pm 3\pi \ldots$

$$I_{min} = 0$$

Patrón de Interferencia:



$$I(\theta) = I(y) = 4I_0\left[\cos\left(\frac{kd}{2}\theta\right)\right]^2 = 4I_0\left[\cos\left(\frac{kd}{2D}y\right)\right]^2$$