

Ondas

de Broglie: ondas de materia (1924)



Premio Nobel 1937

- $\Delta E = h\nu$: cada nivel discreto de energía tiene asociada una **frecuencia**.
- Un conjunto discreto de frecuencias es algo muy clásico, pero en las **ondas estacionarias** (cuerdas, tubos, cavidades).
- **Simetría**: si la luz (onda) tiene propiedades de partícula, la materia (partícula) debería tener propiedades de onda.

(lo que vimos para un fotón, vale para cualquier partícula)

Hipótesis de de Broglie: toda partícula de energía E e impulso p tiene asociada una onda con

$$\nu = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad \Longleftrightarrow \quad E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k.$$

$\lambda = h/p$: longitud de onda de De Broglie

$k = 2\pi/\lambda, \quad \omega = 2\pi\nu$

Son ondas **de materia** (u ondas piloto).

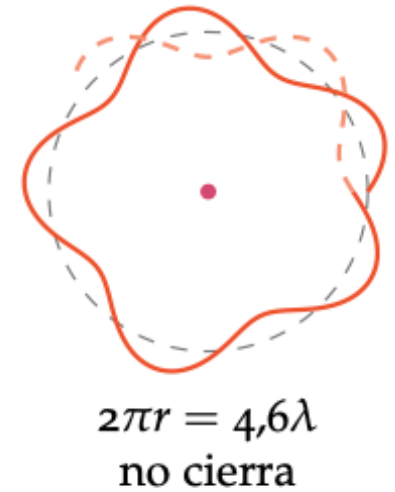
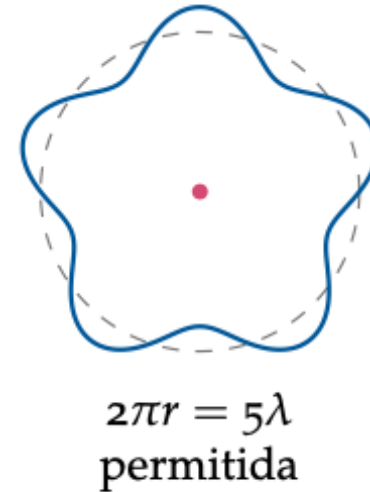
La órbita de Bohr como onda estacionaria

Si el electrón tiene una onda asociada, una órbita estable sería una en la que la onda “cierra sobre sí misma”, formando una onda estacionaria.

Para que la onda cierre sobre sí misma:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{p}$$
$$\Rightarrow \boxed{L = pr = n\hbar}$$

El postulado de Bohr es una condición de onda estacionaria. Y una onda estacionaria no se “mueve” alrededor de la órbita: no radía.



Esto es general: la órbita debe contener un número entero de longitudes de onda (se recupera también Bohr-Sommerfeld).

Órdenes de magnitud: ¿Por qué no se observan ondas de materia?

Objeto	Condiciones	$\lambda = h/p$
electrón	$K = 54 \text{ eV}$ (Davisson-Germer)	$1.67 \text{ \AA}$
electrón	$K = 100 \text{ keV}$ (microscopio electrónico, relativista)	3.7 pm
neutrón térmico	$K \approx k_B T \approx 25 \text{ meV}$ ($T = 300 \text{ K}$)	$1.8 \text{ \AA}$
molécula de C_{60}	$v \approx 220 \text{ m/s}$	2.5 pm
pelota de béisbol	$m = 145 \text{ g}$, $v = 40 \text{ m/s}$	$1.1 \times 10^{-34} \text{ m}$

- La difracción solo se nota con obstáculos de tamaño $\sim \lambda$.
- Para la pelota, λ es $\sim 10^{19}$ veces menor que un protón. Con h grande (ej. 9 de la guía) nos difractaríamos al pasar por una puerta.

Experimento de Davisson–Germer (1927)

- Las filas de átomos de la superficie del cristal de Ni actúan como una red de difracción por reflexión, con $d = 0,215$ nm.

- Condición de máximo:

$$d \sin \phi = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

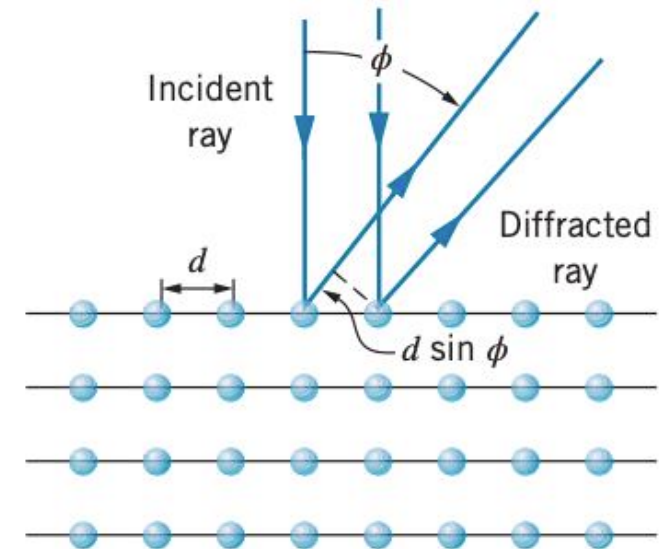
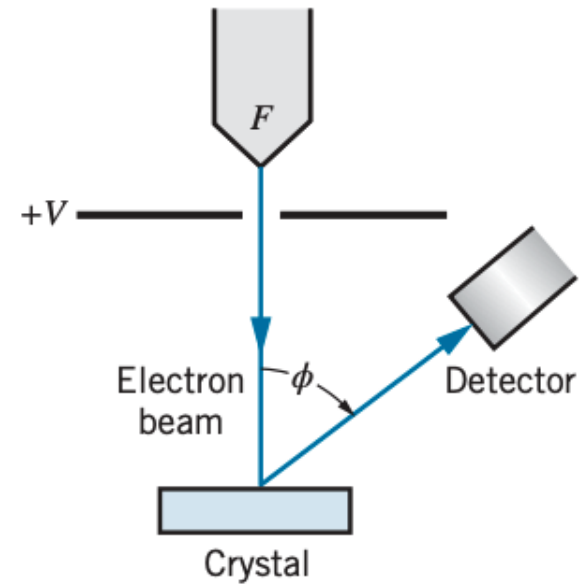
- Con electrones de 54 eV se observa un pico en $\phi = 50^\circ$ (primer orden, $n = 1$):

$$\lambda = d \sin \phi = (0,215 \text{ nm}) \sin 50^\circ \approx 0,165 \text{ nm}$$

- Predicción de de Broglie, con $K = 54$ eV:

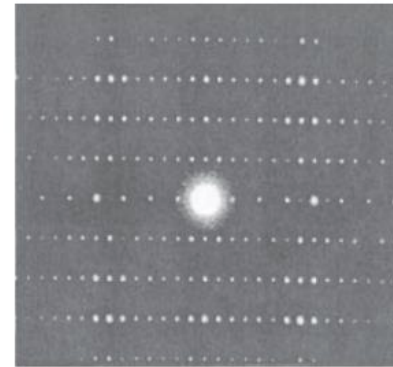
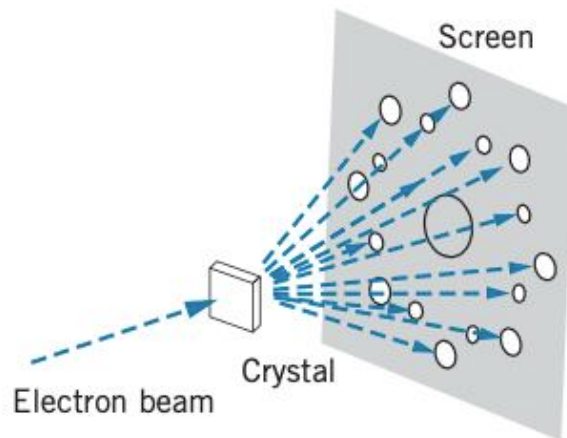
$$pc = \sqrt{2mc^2K} = \sqrt{2(511\,000 \text{ eV})(54 \text{ eV})} \approx 7430 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240 \text{ eV nm}}{7430 \text{ eV}} \approx 0,167 \text{ nm}$$



Otros experimentos

- **G. P. Thomson** (1927): electrones rápidos a través de láminas delgadas, con anillos de difracción. Nobel 1937, compartido con Davisson. El padre fue Nobel por mostrar que el electrón es partícula, y el hijo por mostrar que es onda.
- **Estermann y Stern** (1930): difracción de He y H₂ en LiF.
- **Neutrones térmicos**: hoy, técnica estándar de cristalografía.
- **Moléculas grandes**: C₆₀ (Arndt, Zeilinger, 1999) y, en 2013, moléculas de más de 800 átomos y $> 10^4$ u, unas 2×10^7 veces la masa del electrón.



Probing quantum mechanics with nanoparticle matter-wave interferometry

<https://doi.org/10.1038/s41586-025-09917-9>

Received: 10 July 2025

Accepted: 14 November 2025

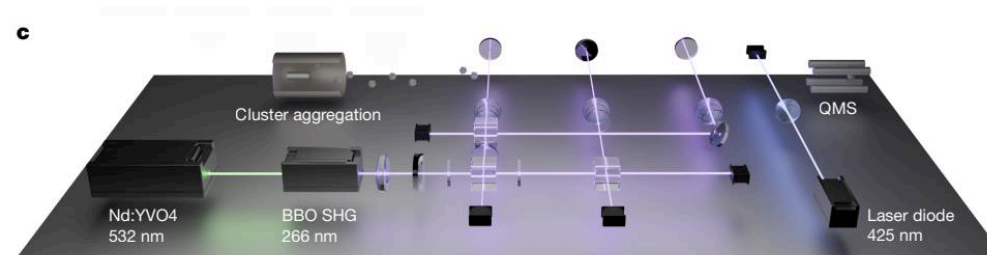
Published online: 21 January 2026

Open access

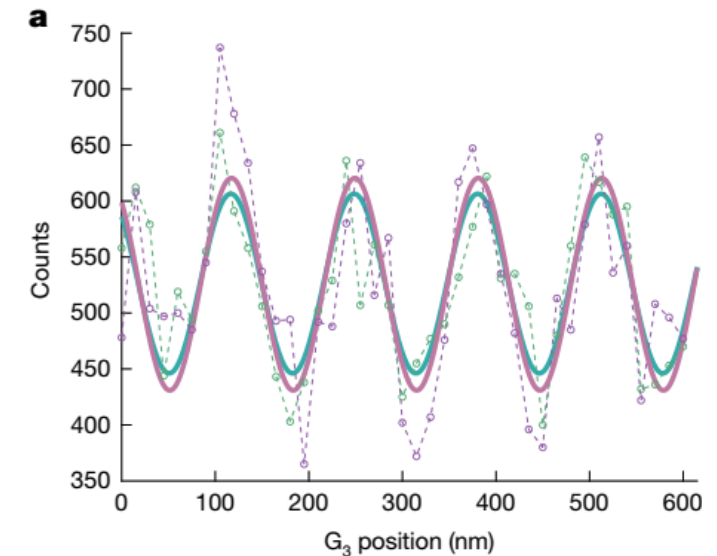
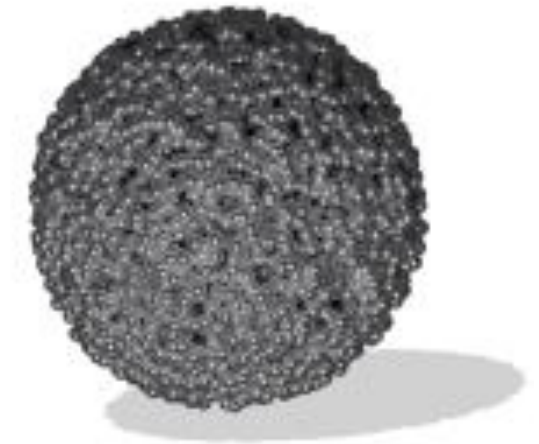
Sebastian Pedalino^{1,2}, Bruno E. Ramírez-Galindo^{1,2}, Richard Ferstl^{1,2}, Klaus Hornberger³, Markus Arndt^{1✉} & Stefan Gerlich¹

The quantum superposition principle is a fundamental concept of physics¹ and the basis of numerous quantum technologies^{2,3}. Yet, it is still often regarded counterintuitive because we do not observe its key features on the macroscopic scales of our daily

- Clústeres de sodio de 5000–10 000 átomos, ~ 8 nm, masa > 170 000 u
- Longitud de onda de de Broglie: $\lambda = h/p \approx 10\text{--}22$ fm (unas 10^5 veces menor que el tamaño de un átomo)



Sodium nanocluster



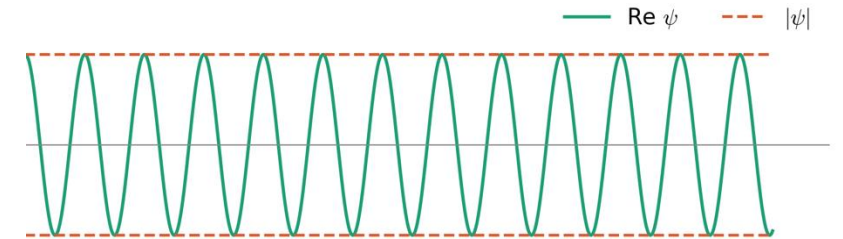
Propiedades de las ondas

Paquetes de ondas

Si pensamos en una partícula libre clásica, tiene definido $p = \hbar k = \sqrt{\frac{E}{2m}}$ y $\omega = E/\hbar$.

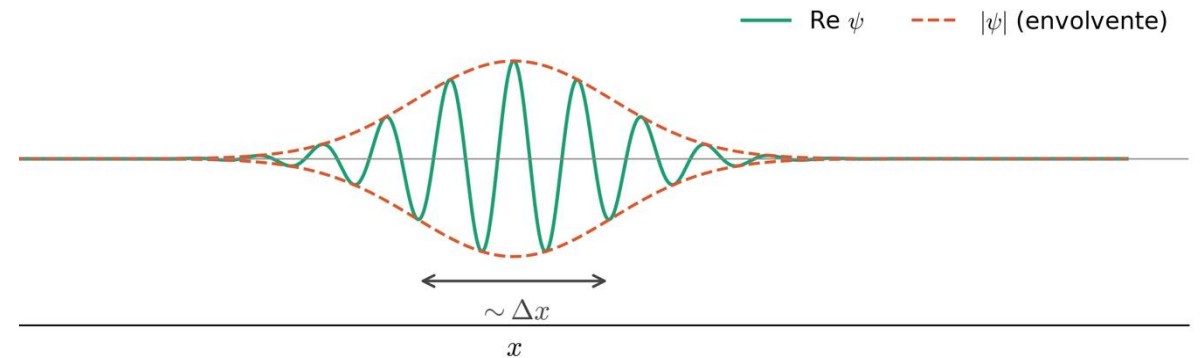
onda plana $\psi(x, t) \sim e^{i(kx - \omega t)}$

extendida en todo el espacio



Onda localizada: no puede tener un único k (principio de superposición).

$$\psi(x, t) = \int dk \Phi(k) e^{i[kx - \omega(k)t]}$$



Velocidad de fase y velocidad de grupo

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$\omega(k)$ no lineal: **medio dispersivo**

Partícula no relativista:

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k$$

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

$$\omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

$$v_f = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}$$

$$v_g = \frac{p}{m} = v$$

Cualquier paquete se dispersa, la velocidad de grupo de la onda de de Broglie coincide con la velocidad v

(relativista $E^2 = (pc)^2 + m^2c^4$, $v_g = v$ y $v_f = c^2/v$)

Análisis de Fourier

$$\psi(x, t) = \int dk \Phi(k) e^{i[kx - \omega(k)t]}$$

Transformada de Fourier

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k) e^{ikx} dk$$

$$\Phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{-ikx} dx$$

- $\Phi(k)$ es la **distribución espectral**: el peso de cada componente.
- (x, k) son **variables inversas de Fourier** (recordemos que $p = \hbar k$).
- Parseval: $\int |\psi(x)|^2 dx = \int |\Phi(k)|^2 dk$.

$$|\Psi(x)|^2 = \Psi(x) \Psi(x)^*$$

La delta de Dirac

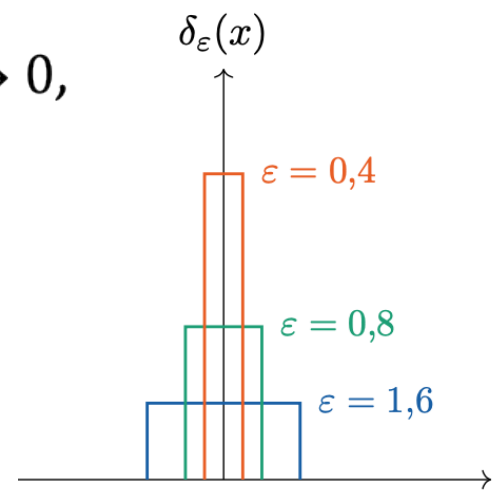
Funcional delta de Dirac

$$\int \delta(x-a) y(x) dx = y(a) \qquad \delta(k-k') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k-k')x} dx$$

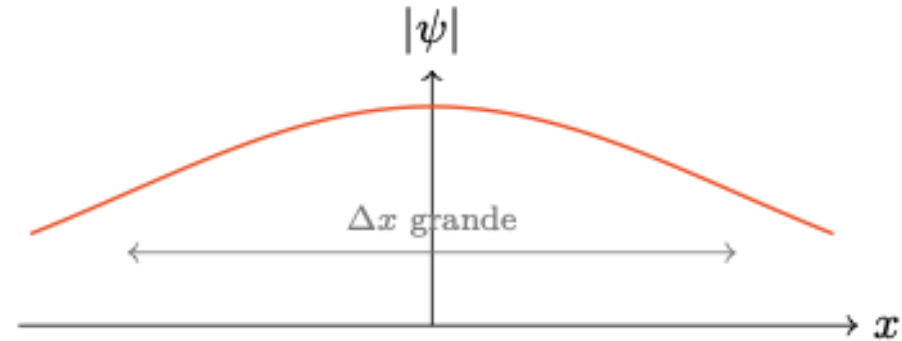
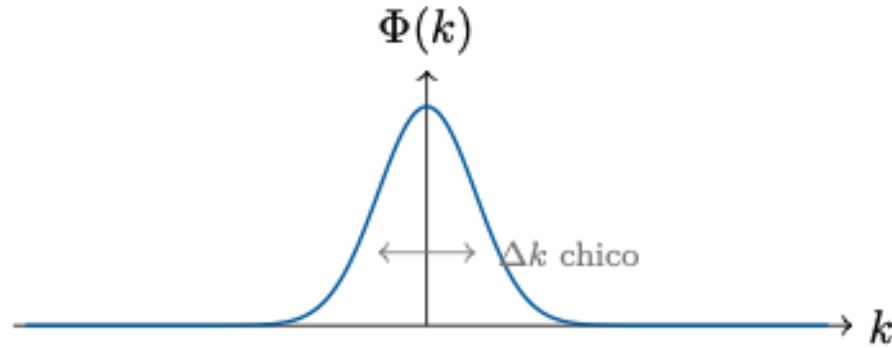
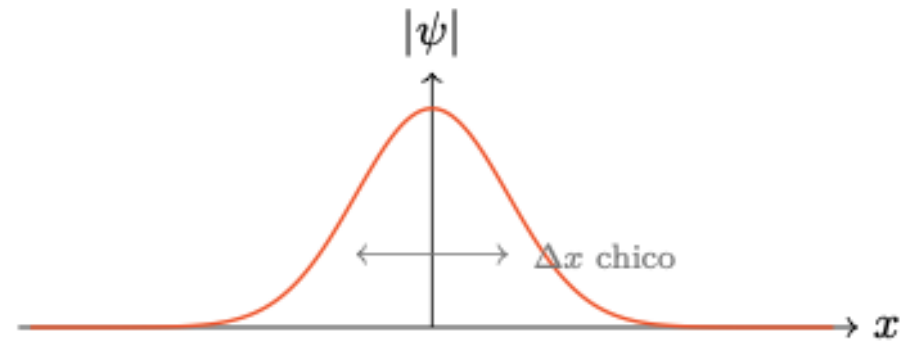
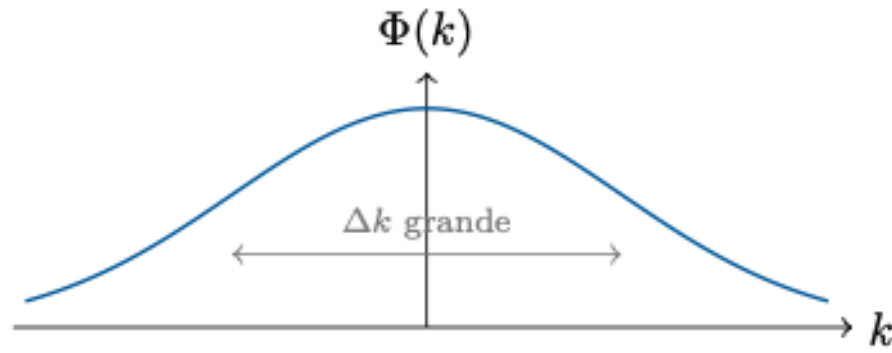
La **transformada de Fourier** de una **onda plana** es una delta de Dirac.

Es un funcional, pero se puede pensar como el límite, para $\varepsilon \rightarrow 0$, de funciones δ_ε de área 1, cada vez más angostas y altas:

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} 1/\varepsilon & |x| \leq \varepsilon/2, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$



Ejemplos

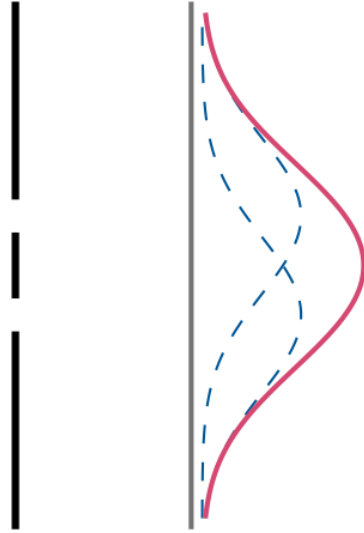


Δk grande Δx chico y viceversa (propiedad de cualquier onda)

Dado que $p = \hbar k$, veremos más adelante que esta propiedad tiene consecuencias físicas importantes (relación de indeterminación de Heisenberg)

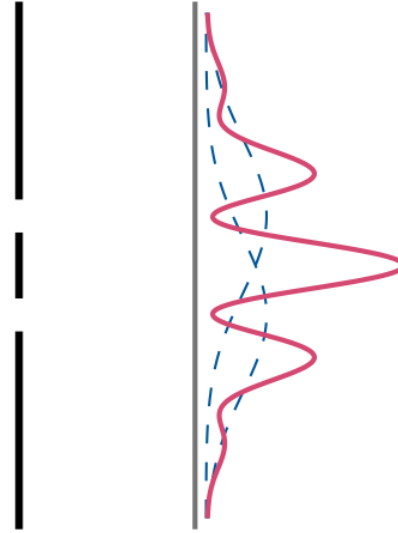
Dos rendijas: balas, ondas, electrones

Balas



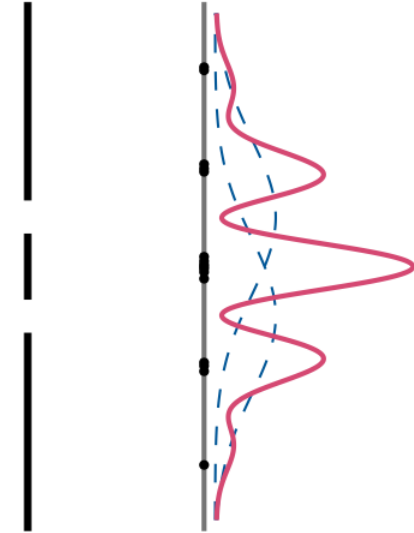
$$P_{12} = P_1 + P_2$$

Ondas



$$I_{12} \propto |\phi_1 + \phi_2|^2$$

Electrones



de impactos en cada punto de la pantalla $\propto |\phi_1 + \phi_2|^2$

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (\text{término de interferencia})$$

¿Ondas de qué?

$$\delta = k d \sin \theta$$

Postulado de Born (1926)



Premio Nobel 1954

Postulado de Born

Si una partícula está descrita por la función de onda $\psi(x, t)$, la probabilidad de detectarla entre x y $x + dx$ en el instante t es

$$dP = |\psi(x, t)|^2 dx,$$

con la condición de normalización

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

$\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$: densidad de probabilidad $[\rho] = \text{m}^{-1}$ (en 1D)

$P(a \leq x \leq b; t) = \int_a^b |\psi(x, t)|^2 dx$: probabilidad de detectarla en el intervalo $[a, b]$ a tiempo t