FÍSICA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2025

GUÍA 4: TEORÍA CINÉTICA

1. La función de distribución de velocidades escalares de un grupo de N partículas está definida por

$$dN_v = \begin{cases} k\,dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

   (a) Graficar la función de distribución
   (b) Hallar la constante k en función de N y V
   (c) Hallar la velocidad media y v_{cm} en función de V
   (d) Rehacer lo anterior pero para la distribución

$$dN_v = \begin{cases} k\,v\,dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

2. (a) Calcular la energía cinética media de traslación y la velocidad cuadrática media de una molécula de un gas a $300°K$ para los casos en que el gas sea hidrógeno, oxígeno y vapor de mercurio. En todos los casos calcular la presión si la densidad es de $3 \times 10^{25} moléculas/m^3$.
   (b) Considerar que en el gas hay varias clases de moléculas que no interactúan entre sí. Calcular la presión del gas (ley de Dalton).
   (c) Considerar $1Kmol$ de oxígeno en condiciones normales de presión y temperatura. Construir un gráfico de la función de distribución de las velocidades escalares y evaluar la probabilidad de que una molécula tenga velocidad comprendida entre la media y la más probable.

3. Un recipiente de un litro contiene O_2 a $1atm$ de presión y $300°K$. Calcular el número de choques por segundo que efectúa una molécula contra otras ($d(O_2) = 0.22nm$).

4. Una ampolla esférica de $10\,cm$ de radio se mantiene a una temperatura de $27°C$, excepto en un centímetro cuadrado, que se mantiene a muy baja temperatura. La ampolla contiene vapor de agua inicialmente a una presión de $10mm$ de mercurio. Suponer que cada molécula de agua que choca contra la superficie fría se condensa y se adhiere a ella. ¿Cuánto tiempo se necesita para que la presión descrezca hasta $10^{-4}mm$ de mercurio?

5. Un gas ideal de átomos de masa m está confinado en un recinto a temperatura T. Dichos átomos emiten luz que emerge del recinto por un orificio. Un átomo en reposo emite luz de frecuencia ν_0. Para un átomo en movimiento la frecuencia será $\nu = \nu_0\,(1 + v_x/c)$, donde v_x es la componente de la velocidad del átomo en la dirección de emisión y c la velocidad de la luz. Por lo tanto la radiación que emerge del recinto está caracterizada por una distribución de intensidades $I(\nu)d\nu$, que es proporcional a la probabilidad de que la radiación tenga frecuencia comprendida entre ν y $\nu + d\nu$.

   Calcular:

   (a) La distribución de intensidades $I(\nu)d\nu$
   (b) La frecuencia media observada en el espectrógrafo.

(c) La frecuencia cuadrática media.

6. Un sistema está compuesto por N partículas. La energía de cada partícula depende de n coordenadas q_i y se escribe como $E = \sum_i c_i q_i^2$. Considerando que la función de distribución es la de Maxwell-Boltzmann, $F_{MB} = Ae^{-\beta E(q_1, q_2, \ldots, q_n)}$, hallar:

   (a) La constante A
   (b) La energía promedio por partícula

7. Una molécula está constituida por cuatro átomos en los vértices de un tetraedro.

   (a) ¿Cuál es el número de grados de libertad para traslación, rotación y vibraciones de esta molécula?
   (b) Teniendo en cuenta el principio de equipartición, ¿qué valores tienen C_V y γ en un gas compuesto por estas moléculas?

8. Considere un sólido como un sistema de N partículas unidas entre sí por resortes de constantes k_x, k_y y k_z.

   (a) Hallar la energía media de este sistema.
   (b) Calcular el calor específico molar (ley de Dulong y Petit).

9. Considere un conjunto de osciladores unidimensional con una energía dada por

$$E = \frac{p^2}{2m} + bx^2$$

   b siendo una constante en equilibrio térmico T.

   (a) Calcular la energía cinetica media de un oscilador
   (b) Calcular su energía potencial media
   (c) Calcular su energía media
   (d) Calcular el calor específico a volumen constante por mol de estas partículas. (Ayuda: Es innecesario calcular alguna integral para responder cualquiera de estas preguntas).

10. Sea un gas de N partículas con carga q y masa m entre dos cilindros coaxiales de radios a y b y longitud L ($L \gg b, a$). El cilindro interno está cargado de forma tal que las partículas tienen una energía potencial $V(r) = C \ln(r/a)$. Suponga que, en el equilibrio, todas las partículas están suficientemente lejos entre sí. En estas condiciones, hallar:

   (a) La función de distribución.
   (b) La densidad de partículas a una distancia r del eje.

11. La función de distribución de velocidades escalares de las moléculas de un gas es:

$$f(v) = Av^3 e^{-\beta m v^2/2}$$

   (a) Hallar A
   (b) Hallar la velocidad cuadrática media.

12. La función de distribución de velocidades de un cierto gas es $f(v,\theta,\phi) = A\delta(v-c)$ donde la función δ es la delta de Dirac y $f(v,\theta,\phi)$ esta definida de forma tal que el diferencial del número de partículas es $dN = f(v,\theta,\phi)\, v^2 dv d\Omega$. Hallar

    (a) La constante de normalización.

    (b) El número de choques, por segundo y por unidad de área de estas partículas contra la superficie del recipiente.

    (c) Si la energía media de cada partícula es ε, demostrar que la energía por unidad de tiempo y de área R que se escapa por un orificio del recipiente está relacionado con la densidad de energía interna u en la forma
    $$R = \frac{c}{4}u$$

13. Calcule la presión atmosférica en función de la altura respecto de la superficie terrestre (Suponga que la atmósfera se comporta como un gas ideal y que la temperatura no varía apreciablemente con la altura).

14. En una de sus experiencias, Perrin observó, utilizando una suspensión de pequeñas partículas en agua a $T = 20°C$, que en un dado nivel había, en promedio, 49 partículas por unidad de área, y en un nivel de suspensión $60\,\mu m$ más arriba que el anterior se encontraban, 14 partículas por unidad de área. La densidad de las partículas era $1.194\,g/cm^3$ y las mismas tenían forma esférica de radio $0,212\,\mu m$. Halle el número de Avogadro.

15. Considere una sustancia formada por n átomos con su momento magnético $\vec{\mu}_0$ por unidad de volumen, en presencia de un campo magnético externo $\vec{B}$. La sustancia se encuentra en equilibrio térmico con una fuente a temperatura T. Los momentos magnéticos pueden alinearse solamente paralelos o antiparalelos al campo. Despreciando la interacción entre los átomos vecinos y considerando los átomos fijos, calcule

    (a) El número de átomos por unidad de volumen con su momento magnético paralelo al campo y el número de ellos con su momento magnético antiparallelo al campo. Cómo son esos números cuando $\mu_0 B \gg k_B T$ y cuando $\mu_0 B \ll k_B T$? Interprete físicamente.

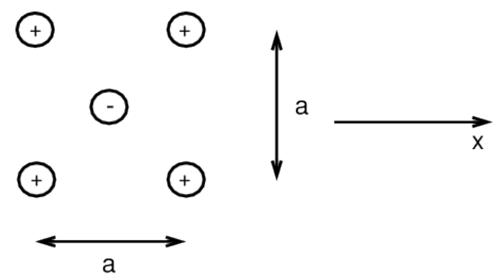
    (b) Encuentre $<\mu>$ por átomo y la magnetización media $<M>$ de la sustancia. Grafique cualitativamente $<M>$ en función de $\eta \equiv \mu_0 B/k_B T$ e interprete físicamente su comportamiento para valores grandes y chicos de η.

16. Las vibraciones atómicas de un sólido pueden estudiarse considerando que cada átomo vibra independientemente de los demás, con la misma frecuencia angular ω en las tres direcciones. El sólido compuesto por N átomos es así equivalente a un conjunto de $3N$ osciladores cuánticos unidimensionales independientes. Suponiendo que el sólido se encuentra en equilibrio térmico a la temperatura T y que obedece a la estadística de Boltzman:

    (a) Encuentre la energía media de cada oscilador y la energía media del sólido. Tenga en cuenta que las energías posibles de un oscilador cuántico son
    $$E_n = \frac{h\omega}{2\pi}(n + \frac{1}{2})\ con\, n = 0, 1, 2, \ldots$$

    (b) Encuentre el valor de c_V para $kT \gg h\omega/2\pi$. Es el valor que esperaba encontrar (*cf* problema 8)? Interprete.
    Relaciones útiles: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = (1-x)^{-1}$; $\frac{\partial\left(e^{-\beta E}\right)}{\partial E} = -Ee^{-\beta E}$.

17. Un sólido bidimensional a temperatura T contiene como impurezas N iones negativos por unidad de volumen, los cuales reemplazan a algunos de los átomos ordinarios del sólido. El sólido es eléctricamente neutro, ya que cada ión negativo, de carga $-e$, tiene en su vecindad un ión positivo con carga e. El ión positivo tiene libertad de moverse en la red. En ausencia de campo eléctrico, hay idéntica probabilidad de encontrarlo en cualquiera de los cuatro lugares equidistantes que rodean al ión estacionario negativo. Suponga que se aplica un campo eléctrico constante y débil a lo largo de la dirección x (ver figura). Encuentre el momento dipolar eléctrico por unidad de volumen (es decir, la polarización), en la dirección x.



18. Considere un gas ideal en un recipiente a temperatura T. Se practica un pequeño orificio en la superficie del recipiente. Cuál es la velocidad cuadrática media y la velocidad más probable de las partóculas que salen del recipiente inmediatamente después que se realizó el orificio? Discuta por qué la energía media de las partículas no resulta ser $3k_BT/2$.