Guía 5: Cuerpo negro, efecto fotoeléctrico, efecto Compton

Nota: Los problemas se explican en forma esquemática adrede para que se realice una lectura crítica y de elaboración personal. Sin embargo, si encuentra uno o varios errores por favor escríban a carlosv@df.uba.ar, gracias. Carlos Vigh

Problema 10: En una dispersión Compton un electrón adquiere una energía cinética de 0.1 MeV cuando un fotón X de 0.5 MeV de energía incide sobre él.

1. Determinar la longitud de onda del fotón dispersado, si el electrón se hallaba inicialmente en reposo.
2. Hallar el ángulo de dispersión del fotón respecto de la dirección de incidencia.

Solución:
Está hecho en el libro de Eisberg:

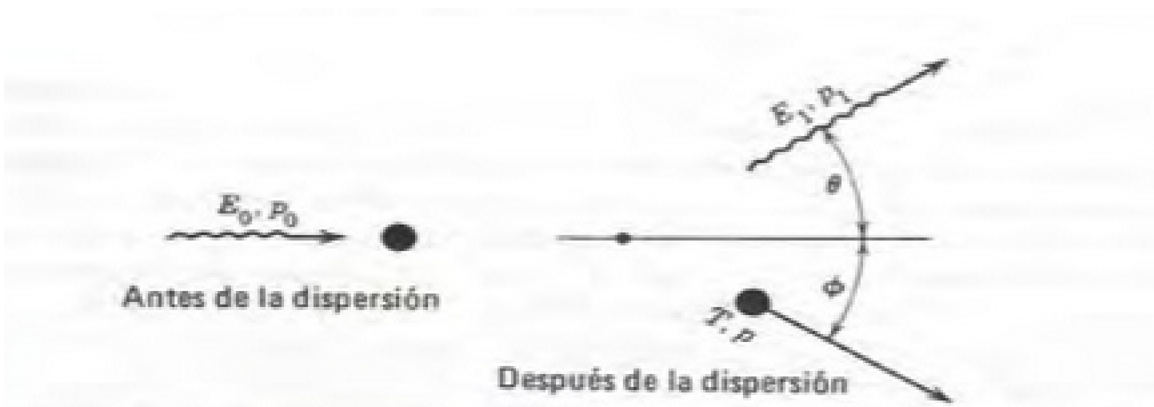

Figura 3-7. Una colisión entre un cuanto con un electrón libre estacionario.

Por conservación del momento:

$$p_0 = p_1 \cos\theta + p\cos\phi \tag{1}$$
$$0 = p_1 \text{sen}\theta - p\text{sen}\phi \tag{2}$$

Podemos reacomodar convenientemente las cosas:

$$p_0 - p_1 \cos\theta = p\cos\phi \tag{3}$$
$$p_1 \text{sen}\theta = p\text{sen}\phi \tag{4}$$

Elevo ambas ecuaciones al cuadrado y las sumo obteniendo:

$$p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1\cos\theta = p^2 \tag{5}$$

Como en todo problema de choques elásticos, se mira la conservación de la cantidad de movimiento y la conservación de la energía (relativista)

$$E_o + m_ec^2 = E_1 + T + m_ec^2 \Rightarrow T = E_0 - E_1 = c(p_0 - p_1) \tag{6}$$

donde $T = cp$, por otro lado:

$$E^2 = m^2c^4 = c^2p^2 + m_0^2c^4 \tag{7}$$
$$(T + m_ec^2)^2 = c^2p^2 + m_e^2c^4 \tag{8}$$

Luego, hay que reemplazar la expresión para T y la expresión para p, después de un par de pasos de cuentas...

$$2(p_0 - p_1)m_e c = 2p_0 p_1 (1 - \cos\theta) \tag{9}$$
$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{m_e c}(1 - \cos\theta) \tag{10}$$
$$\frac{h}{p_1} - \frac{h}{p_0} = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \tag{11}$$
$$\tag{12}$$
$$\boxed{\lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos\theta)} \tag{13}$$

donde hemos usado que $p = h/\lambda$.
1. Finalmente la longitud de onda Compton λ_c

$$\lambda_c = \frac{hc}{m_e c^2} = 2,4 \cdot 10^{-12} m \tag{14}$$

2. El ángulo sale de

$$\cos\theta = 1 - \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_c} \tag{15}$$

Identidades aclaradas

$$p = m\gamma v = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{16}$$

$$p^2 c^2 = m^2 v^2 c^2 = \frac{m^2 v^2 c^2}{1 - v^2/c^2} = \frac{m^2 (v^2/c^2) c^4}{1 - v^2/c^2} \tag{17}$$

$$p^2 c^2 = \frac{m^2 c^4 (1 - 1 + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} = m_o^2 c^4 \gamma - m_o^2 c^4 = (mc^2)^2 - (m_o c^2)^2 \Rightarrow E^2 = (pc)^2 + (m_o c^2)^2 \tag{18}$$

donde $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ y m_o la masa en reposo.