Repaso Clase 10

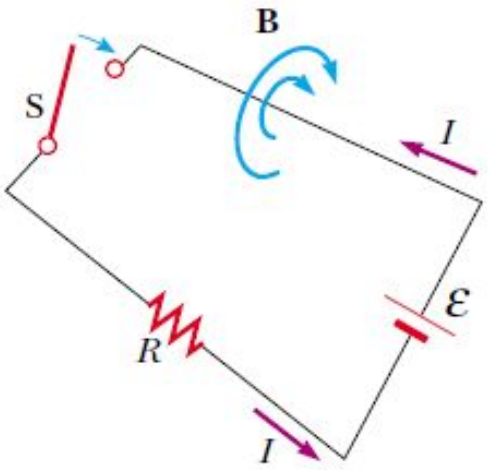
- Faraday
- Lenz
- Corriente de Desplazamiento

Formas de almacenar energía electromagnética en un circuito

Capacitancia
Almacenamiento de energía eléctrica

Inductancia
Almacenamiento de energía magnética

Inductancia



Si cerramos la llave.

- La corriente aumenta hasta alcanzar su valor de equilibrio.
- Esto genera un campo magnético que también varía en el tiempo.
- Por Faraday tenemos una fem ***opuesta*** a la que provee la batería.
- El efecto cesa al alcanzarse la corriente de equilibrio

Esta fem se llama autoinducida y
el efecto se denomina autoinducción.

- La ley de Faraday indica que la fem inducida es proporcional a la variación temporal de flujo del campo magnético.

- El área del circuito se mantiene constante, por lo que la variación del flujo depende sólo de la variación de B.

- B varía en el tiempo solamente si I varía en el tiempo por lo que la fem es proporcional a la variación temporal de la corriente.

$$\epsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

La constante L se denomina inductancia del circuito:

$$L = -\frac{\epsilon}{\frac{dI}{dt}}$$

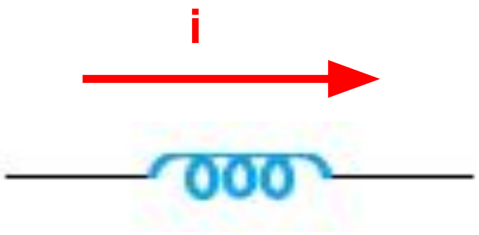
Así como la resistencia se opone al paso de corriente, la inductancia se opone a una variación temporal de la corriente.

La unidad de inductancia es el Henry:

$$1\,\mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A}}$$

Circuitos RL

Una autoinductancia en un circuito se representa:



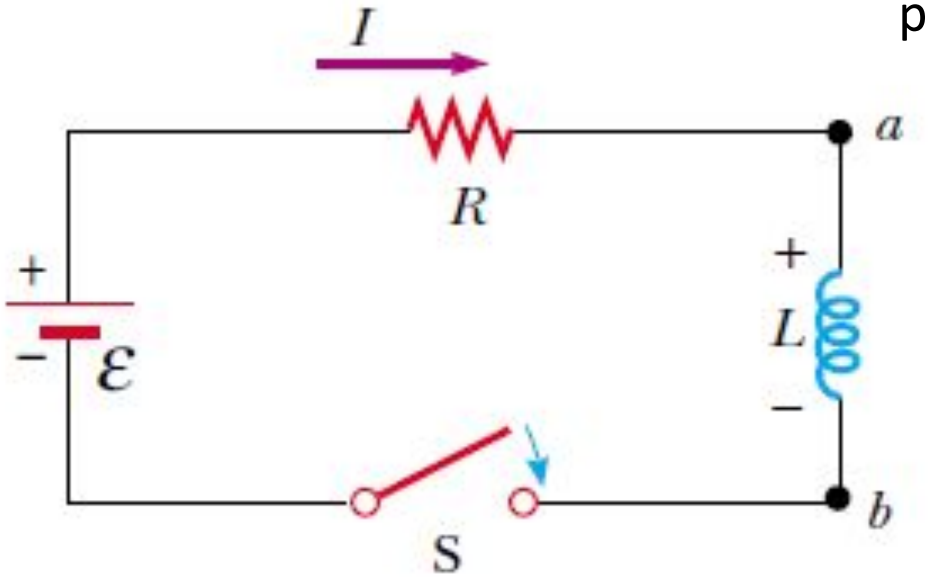
Y se lo llama un inductor o una inductancia.

Un inductor hará que cualquier cambio en la corriente sea más lento que lo que sería sin este elemento.

En la ley de Kirchhoff de las mallas, cuando se pasa a través de un inductor en el *mismo* sentido que se supuso para la corriente, se encuentra una *caída* de voltaje igual a $L\,di/dt$, por lo que el término correspondiente en la ecuación de la malla es $-L\,di/dt$. Cuando se va a través de un inductor en el sentido *opuesto* al que se supuso para la corriente, la diferencia de potencial se invierte y el término por usar en la ecuación de la malla es $+L\,di/dt$.

Circuito con R y L

Al cerrar la llave la corriente aumenta por lo que el potencial en la inductancia debe oponerse a esta tendencia, de modo que L funciona como una pila con la polaridad opuesta a ε.



. En la ley de Kirchhoff de las mallas, cuando se pasa a través de un inductor en el *mismo* sentido que se supuso para la corriente, se encuentra una *caída* de voltaje igual a $L\,di/dt$, por lo que el término correspondiente en la ecuación de la malla es $-L\,di/dt$. Cuando se va a través de un inductor en el sentido *opuesto* al que se supuso para la corriente, la diferencia de potencial se invierte y el término por usar en la ecuación de la malla es $+L\,di/dt$.

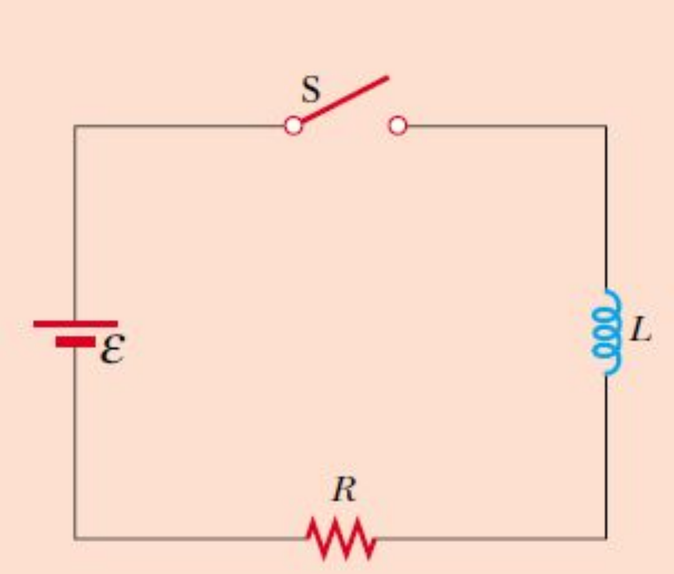
a) Convenciones de signo para las fem

b) Convenciones de signo para los resistores

$+\mathcal{E}$: sentido del recorrido de − a +:	$-\mathcal{E}$: sentido del recorrido de + a −:	$+IR$: sentido del recorrido *opuesto* al de la corriente:	$-IR$: recorrido en el sentido de la corriente:

Energía en un campo magnético

En un circuito RL la inductancia impide que la corriente estacionaria se establezca instantáneamente. La pila debe entregar más energía para poder llegar a la corriente de equilibrio



Si cerramos la llave se tiene:

$$\epsilon = IR + L\frac{dI}{dt}$$

Si multiplicamos por I, tenemos la potencia:

$$\epsilon I = I^2 R + LI\frac{dI}{dt}$$

Potencia que
entrega la pila

$$\epsilon I = I^2 R + LI \frac{dI}{dt}$$

Potencia disipada en
forma de calor en la
resistencia

Tasa a la cual la energía
es almacenada en la
inductancia: energía
magnética

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \longrightarrow dU = LIdI \longrightarrow U = L\int_0^I IdI$$

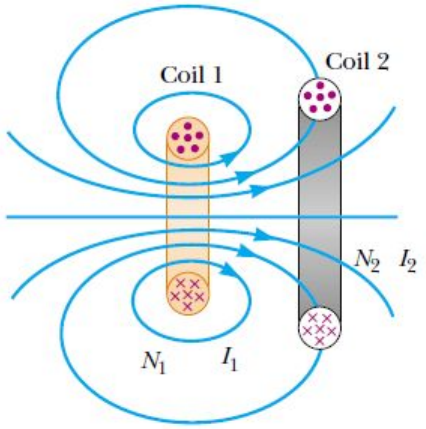
La energía almacenada en un inductor será: $$U = \frac{1}{2}LI^2$$

En general, en cualquier región del espacio en donde tenemos campo magnético, la densidad de energía magnética será:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Energía Eléctrica	Energía Magnética
$U = \frac{1}{2} C V^2$	$U = \frac{1}{2} L I^2$
$u_E = \frac{E^2}{2\epsilon_0}$	$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Inductancia mutua



El flujo magnético en el circuito 1 está influenciado por la corriente que circula en el circuito 2 y viceversa.

Consideramos 2 bobinas con N1 y N2 vueltas cada una. El flujo que genera la bobina 1 sobre la 2 se denota con Φ_{12}

La inductancia mutua de la bobina 2 con respecto a la bobina 1 M_{12} es

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

La fem que genera la inductancia mutua será

$$\epsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

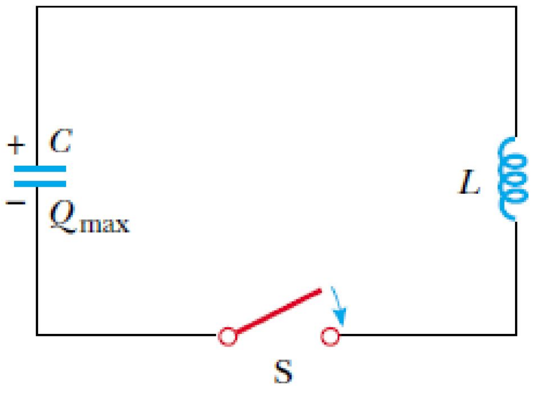
$$\mathrm{M}_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

$$\epsilon_2 = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}$$

Se puede demostrar que: $M_{12} = M_{21} = M$

$$\epsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \qquad \epsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Circuito LC



La energía total se conserva porque no hay resistencia.

$$U_{total} = U_{el} + U_{mag}$$

Donde $U_{el} = \frac{Q^2}{2C}$ y $U_{mag} = \frac{1}{2}LI^2$. I y Q varían con el tiempo. Queremos encontrar Q(t) e I(t).

Si calculamos la derivada temporal de la energía total tenemos

$$\frac{dU_{total}}{dt} = \frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt} + LI\frac{dI}{dt} = 0$$

Ya que la energía se conserva.

Recordando que $I = \frac{dQ}{dt}$,

$$\frac{Q}{C} I + LI \frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$

Por lo que podemos escribir

$$LC \frac{d^2Q}{dt^2} + Q = 0$$

La solución a esta ecuación es

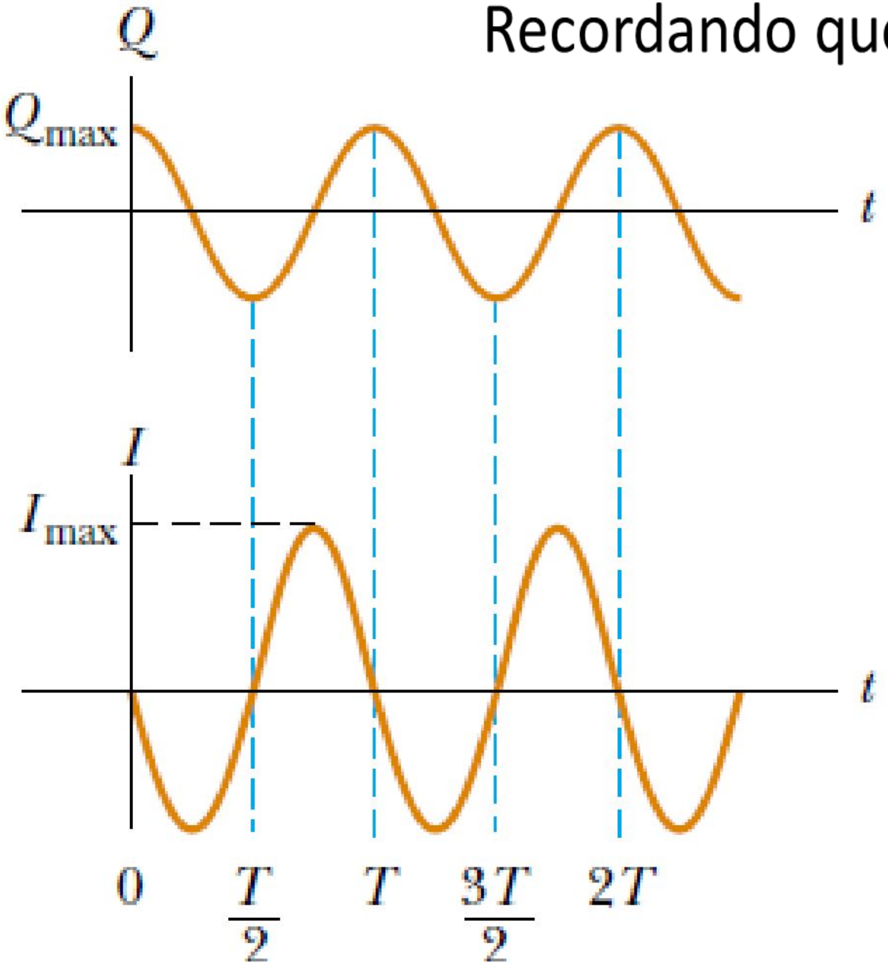
$$Q(t) = Q_{max} cos(\omega t + \phi)$$

Donde $\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ y Q_{max} y ϕ dependen de las condiciones iniciales del circuito.

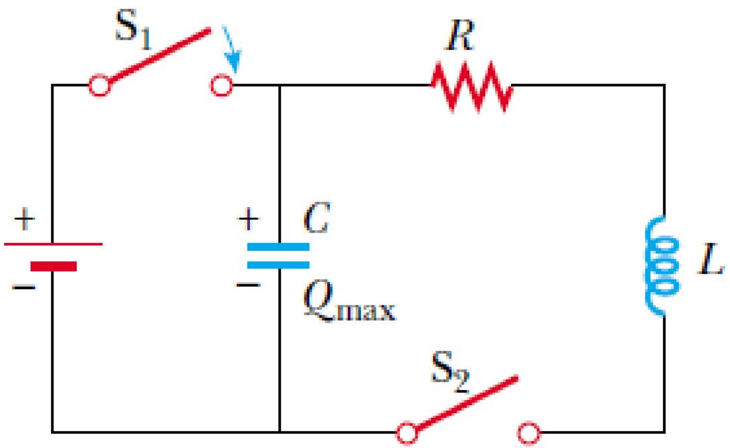
Frecuencia natural del circuito

Recordando que $I = \frac{dQ}{dt}$,

$$I(t) = -\omega Q_{max} \sin(\omega t + \phi)$$



Circuito RLC

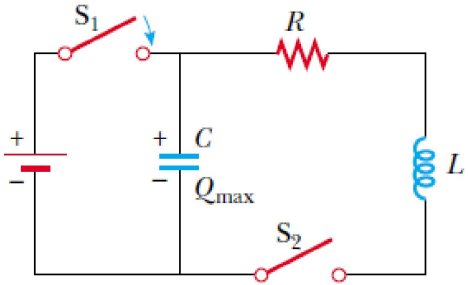


La energía total inicialmente almacenada en el capacitor, se disipa en la resistencia.
El valor de la resistencia da una idea de cuántas oscilaciones LC habrá antes de que la energía se termine de disipar.

Ahora tenemos $\frac{dU_{total}}{dt} = -I^2R$.

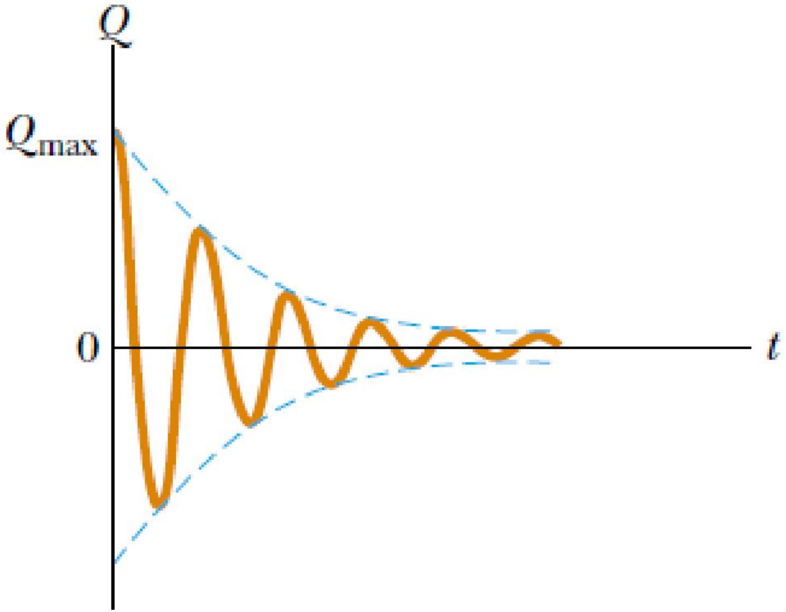
Recordando que $\frac{dU_{total}}{dt} = \frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt} + LI\frac{dI}{dt}$,la ecuación para la carga será

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$



La solución para una resistencia R pequeña es

$$Q(t) = e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega_d t), \text{ con } \omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$



Si R aumenta las oscilaciones se amortiguan más rápido.

Se define una resistencia crítica como $R_c = \sqrt{\frac{4L}{C}}$. Si $R > R_c$ no hay oscilaciones, el sistema se dice sobre amortiguado. Si $R = R_c$ el sistema está en amortiguamiento crítico.