LABORATORIO 1

INTRODUCCIÓN A MEDICIONES E INCERTEZAS DE MEDIDA CON EXPERIMENTOS DE MECÁNICA

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

PRÁCTICA 6: Movimiento Oscilatorio Amortiguado

OBJETIVO GENERAL

Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características fundamentales de un movimiento amortiguado.

INTRODUCCIÓN

Se propone estudiar las oscilaciones del sistema masa-resorte, cuando la masa está totalmente sumergida en un fluido viscoso.

Adjunte una esfera de masa m a un resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej., agua) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

¿Qué se espera observar en esta experiencia?

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá con el tiempo de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles), ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. El movimiento de la masa está relacionado con la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio, y de sentido contrario ésta.

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite se clasifica en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado.

En el caso que nos ocupa, correspondiente a un movimiento oscilatorio subamortiguado, la posición de la masa oscilante en función del tiempo viene dada por:

$$x(t) = ae^{-\gamma t} cos\ (\omega t + \varphi) + x_0 \qquad (1)$$

siendo $x(t)$ la posición en función del tiempo t, a la amplitud, γ el coeficiente de amortiguamiento, ω la frecuencia angular de oscilación, φ la fase inicial y x_0 la posición de equilibrio. Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte, el sensor medirá la fuerza F sobre el resorte, no la posición de este último. Pregunta: ¿es posible medir el movimiento con el sensor de posición?

Recordando que dicha fuerza viene dada por

$$F(t) = -kx(t) \tag{2}$$

podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión:

$$F(t) = -k\, ae^{-\gamma t} cos\, (\omega t + \varphi) - kx_0 \tag{3}$$

es decir,

$$F(t) = Ae^{-\gamma t} cos\, (\omega t + \varphi) - D \tag{4}$$

Nótese entonces que tenemos ahora 5 parámetros a determinar a través de un ajuste de los datos medidos por el método de cuadrados mínimos. Observe además que dicho ajuste será no lineal, dado que la función a la que buscamos ajustar nuestros datos es *no lineal en sus parámetros* ($\gamma, \omega, y\ \varphi$).

El principio de este tipo de ajustes es esencialmente el mismo que el correspondiente al ajuste lineal que ya ha empleado en prácticas anteriores. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, existe una diferencia esencial. El ajuste no lineal no emplea expresiones analíticas para hallar los valores óptimos de sus parámetros dado que, en general, dichas expresiones no existen. Por lo tanto, los métodos de ajuste no lineal por cuadrados mínimos recurren a métodos de minimización numérica iterativos, a fin de encontrar un conjunto de parámetros que minimice la función de mérito χ^2. Por ello, el algoritmo de ajuste requiere que se especifiquen valores iniciales para cada uno de los parámetros buscados. Dichos valores serán tomados como punto de partida para el algoritmo de minimización, el cuál recorrerá el espacio de parámetros buscando un mínimo. Para que esta búsqueda resulte exitosa es entonces imperativo dar valores iniciales adecuados para dichos parámetros, ya que es posible (y muy a menudo es el caso) que la función de mérito tenga más de un mínimo (local) y el algoritmo nos entregue valores sin sentido físico. Asimismo, es posible reducir el tiempo de cálculo de los parámetros si se restringe el dominio en el cual el algoritmo realiza la minimización. Como ejemplo, considere el coeficiente de amortiguamiento, γ. A partir de la ecuación (1), sabemos que dicho parámetro solo puede tomar valores positivos (valores negativos de γ estarían asociados a un incremento de la amplitud de oscilación conforme el tiempo avanza). Teniendo en cuenta esta información, resulta útil y computacionalmente económico especificar también esta condición al momento de establecer la forma en la que se realizará el ajuste no lineal.

En el caso que nos interesa, los valores asociados a los parámetros A, ω y D son fáciles de determinar a partir de las mediciones realizadas en la primera parte de esta práctica.

Utilizando el método dinámico (realizado en la Práctica 5) con el sensor de fuerza vinculado al resorte, tome registro del movimiento para una única masa. En este caso, debe calibrar el sensor de fuerzas. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento γ de 4 maneras distintas:

I. Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento (o sea, oscilando en aire) ¿Varía dicha frecuencia? ¿Debería variar según fundamentos teóricos? Explique qué puede estar sucediendo. ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?
II. Identifique los picos de la función trigonométrica de amplitud decreciente. Trabaje ahora con estos puntos y realice un ajuste no lineal con una función exponencial decreciente para obtener γ como la constante de decaimiento de la función exponencial.
III. Siga trabajando con los picos de la función trigonométrica. Ahora realice un gráfico semi-log (o sea, calcule el logaritmo natural de una de las variables y grafique). Si la relación es exponencial, con este método se logra una linealización que luego puede ser ajustada con cuadrados mínimos.
IV. Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada completa y determine de ahí la constante correspondiente.

Estudie la precisión y “utilidad” y/o “practicidad” de cada uno de los métodos propuestos.