Guía de TP 4
Determinación de g a partir del movimiento de un objeto en un plano inclinado

Ana Amador, Laboratorio 1, DF, Exactas, UBA

Verano 2025

Guía de TP 4
Determinación de g a partir del movimiento de un objeto en un plano inclinado

Objetivos de la clase de hoy

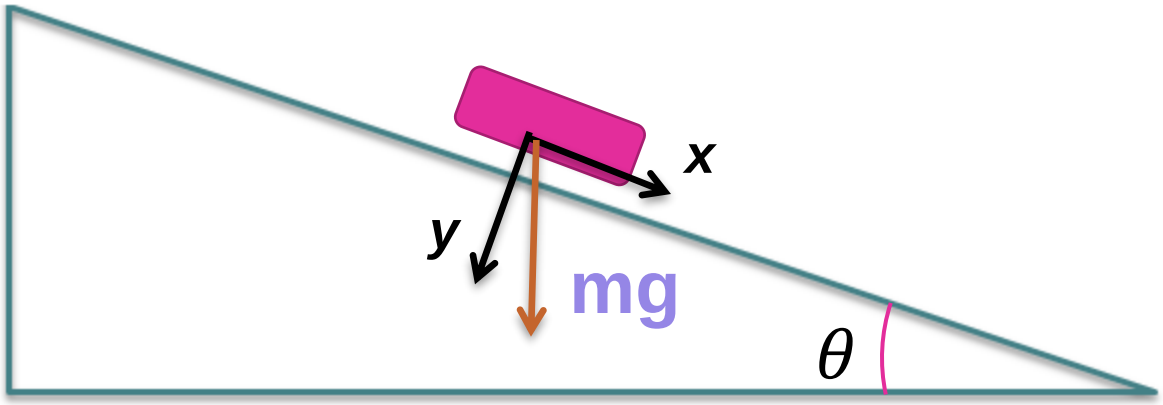
- Experimento
  - Medición de la aceleración de un móvil deslizandose sobre un plano inclinado.
- Plan de la clase
  - Seguir trabajando con el manejo de software para la adquisición de datos. Incorporar otro sensor y calibrarlo.
  - Procesamiento de datos: seguir trabajando con linealización y cuadrados mínimos. Fijar conocimientos de la clase anterior. Incorporar nuevas herramientas de linealización.

Experimento

Cuerpo moviéndose unidimensionalmente sobre un plano inclinado

Solución (MRUV):

$$x = x_0 + v_0\,(\mathrm{t} - t_0) + \tfrac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$$



Dado que $a = g\ \sin\theta$

Si mido la aceleración del cuerpo y mido θ, entonces puedo medir indirectamente g

Diagrama de cuerpo libre

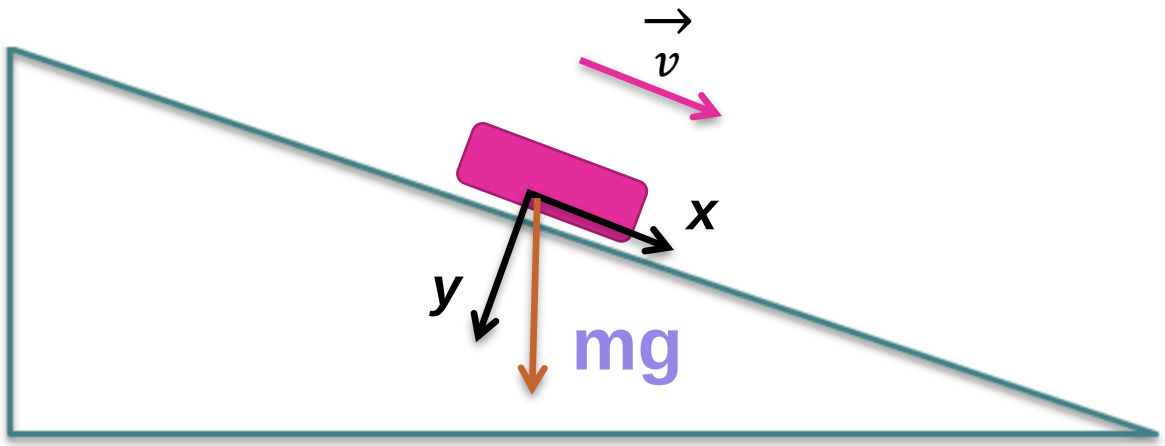
(desprecio rozamiento)

$$\hat{x}: \quad ma = mg\sin\theta$$

$$\hat{y}: \quad ma_y = mg\cos\theta - N = 0$$

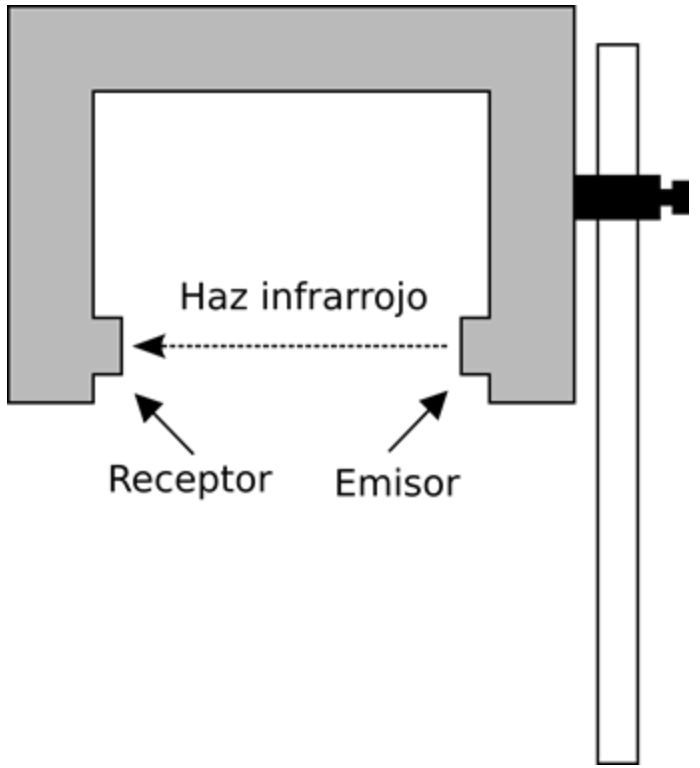
Experimento

- Medición de la **aceleración** de un móvil deslizandose sobre un plano inclinado.

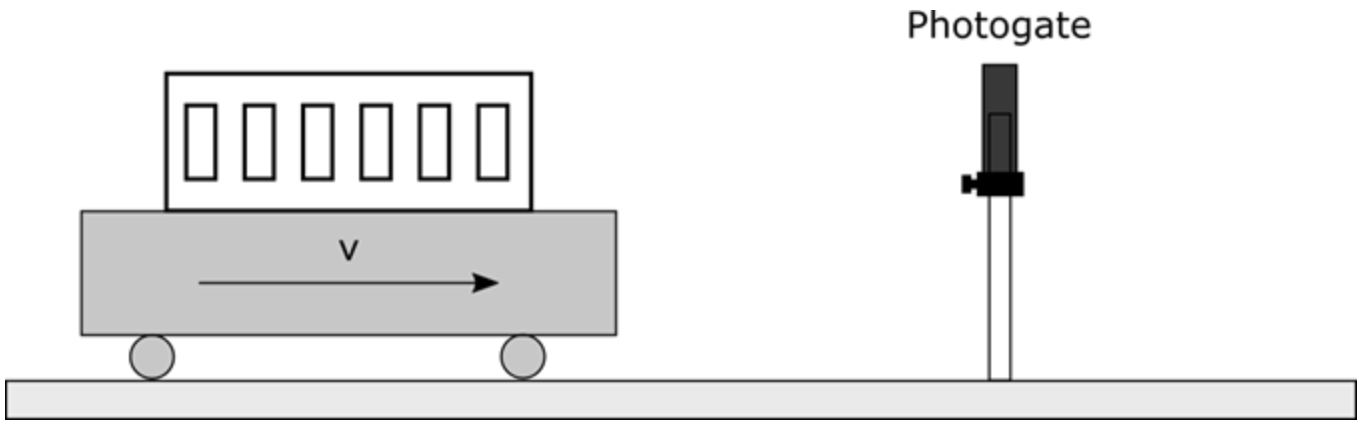


¿Cómo harían para medir la aceleración del móvil?

Photogate o foto-interruptor



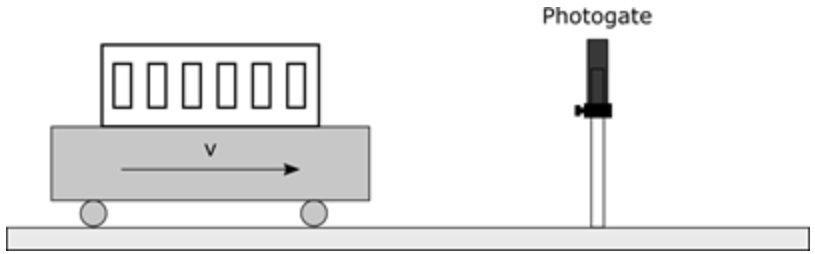
Medición de velocidad de un carro con foto-interruptor



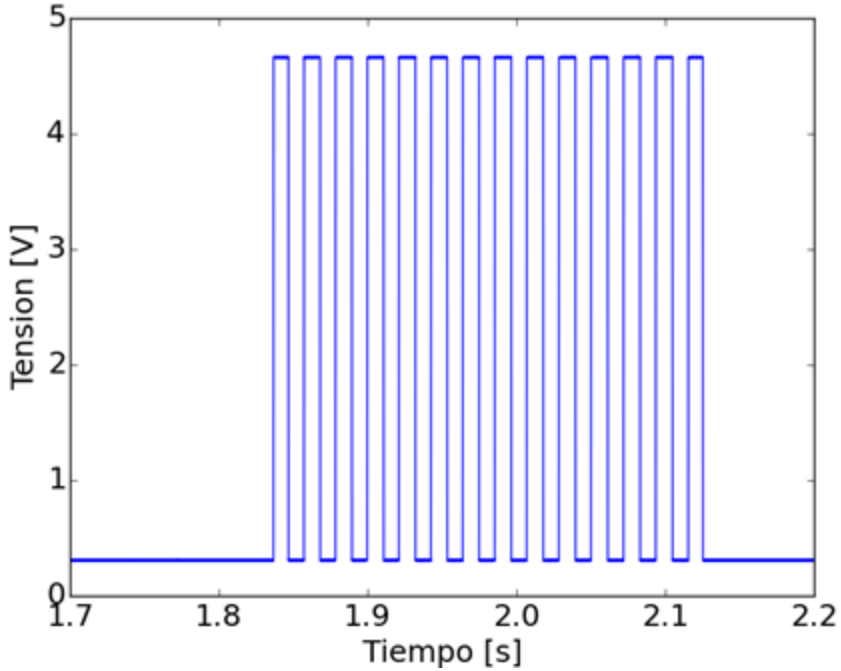
Deslizar el carrito sobre el riel

¿Qué esperan obtener como señal?

Medición de velocidad de un carro con foto-interruptor

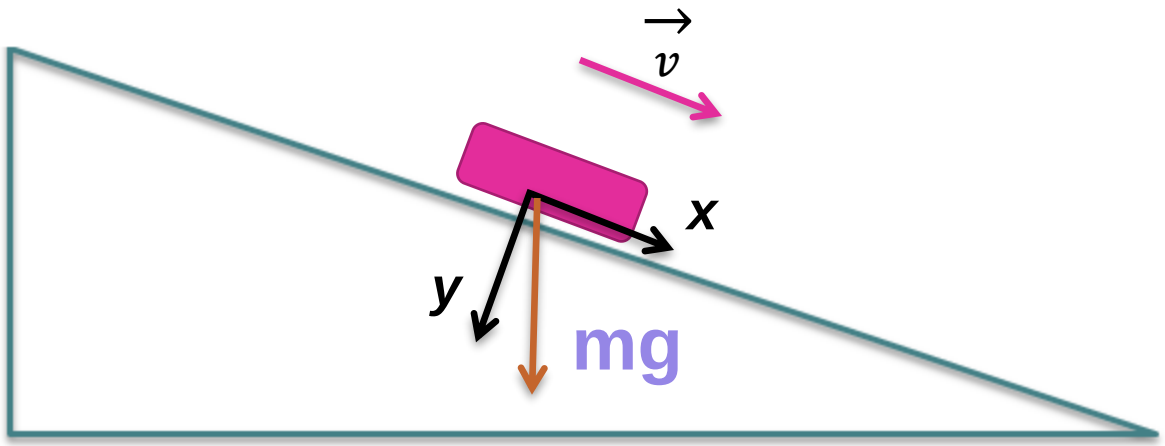


$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



Experimento

- Medición de la aceleración de un móvil deslizandose sobre un plano inclinado.



¿Cómo harían para medir la aceleración del móvil?

¿Hay otras maneras de medir el desplazamiento de un móvil?

¿Hay otras maneras de medir el desplazamiento de un móvil?

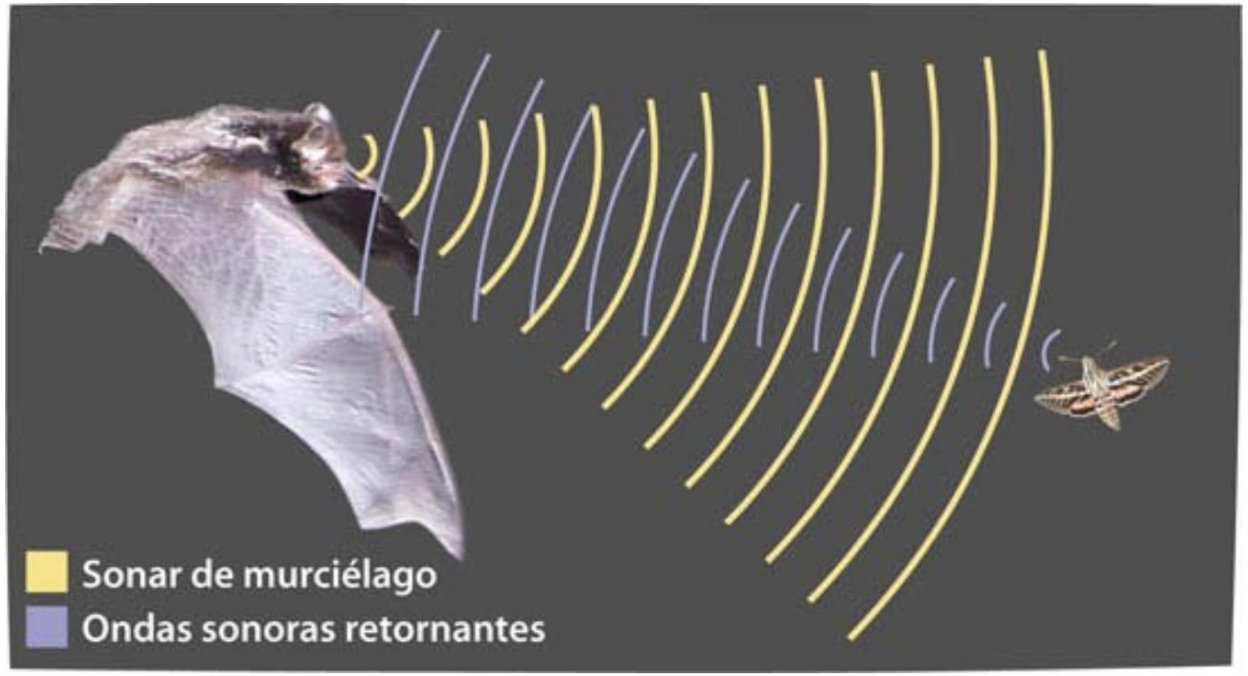
- Con cámara de celular

¿Hay otras maneras de medir el desplazamiento de un móvil?

- Con cámara de celular
- Sensor de movimiento

Sensor de movimiento

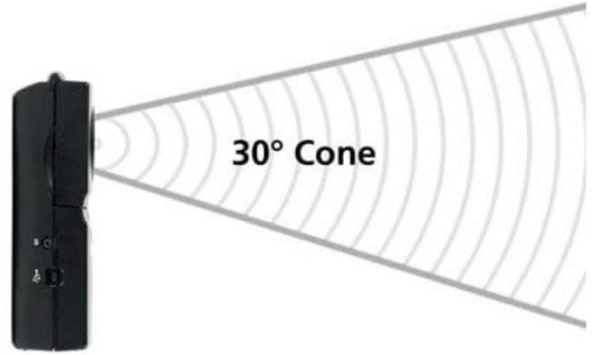
- Sensores de ultrasonido: son similares a un sonar



Motion Detector (Vernier)

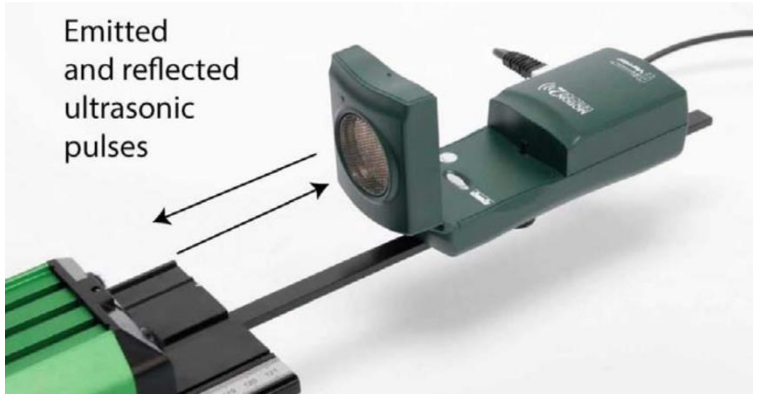
Motion Detector (Vernier)

Sensor de movimiento : funcionamiento



Transductor (delgada lámina de oro) → emite ondas de ultrasonido (49.4 kHz) en un cono de ≈ 30°

Estas ondas viajan a una velocidad $v_{sonido} = 343 \frac{m}{s}$

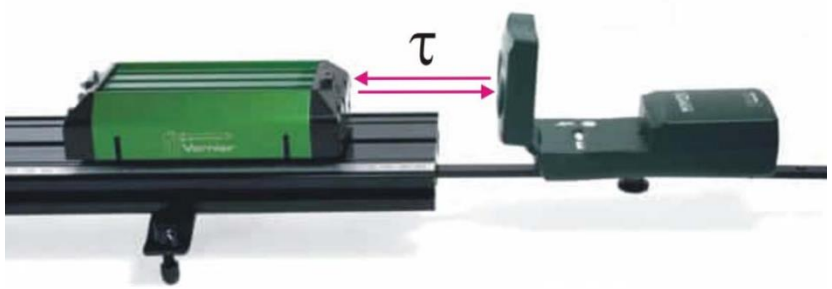


Cuando las ondas de ultrasonido chocan con un objeto, rebotan.

Transductor → recibe el eco producido por el objeto

Medición de Distancia → Mide el tiempo entre la emisión del sonido y la recepción del eco, y, utilizando la velocidad v_{sonido} en el aire, calcula la distancia D.

$$D = v_{sonido} \cdot \frac{\tau}{2}$$



"Physics and Technical Characteristics of Ultrasonic Sonar Systems",
Dan MacIsaac and Ari Hamalainen, The Physics Teacher 40, 39–46 (January 2002).

Sensor de movimiento : características

Motion Detector (Vernier):

- $f_{muestreo}$(máxima) = 60 Hz
- Resolución: 1mm
- Respuesta lineal
- Rango: 0.15 m - 6 m (medición de la posición de un objeto)

(ver manual)

Software:

- SensorDAQ: utiliza el canal DIG

Sensor de movimiento : comentarios adicionales

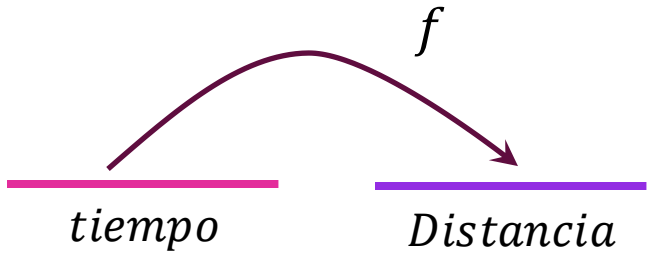
- Sensor emite un pulso de la zona audible como señal de que está funcionando.
- Verificar que la señal no se refleje en el riel.
- Evitar objetos dentro del cono de ultrasonido (puede afectar la medición)
- Asegurarse de medir dentro del rango de trabajo del sensor (0,15 m a 6 m).

Sensor de movimiento : calibración

Para que el sensor arroje una posición en metros lo tenemos que calibrar

Necesitamos definir una función que transforme **tiempo** en **distancia**
(recordar que el sensor mide el tiempo entre emisión y eco)

$$f(tiempo) = Distancia$$



Respuesta del sensor: lineal ⇒ La función es lineal

$$Distancia = f(tiempo) = K_0 + K_1 \cdot tiempo \qquad \text{donde } K_0\,,\ K_1 = ctes.$$

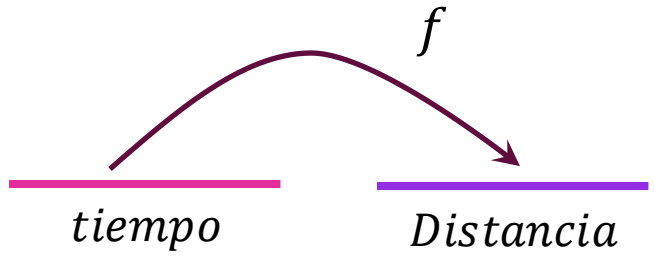
Respuesta del sensor: lineal ⇒ necesito 2 distancias para definir
la recta de calibración

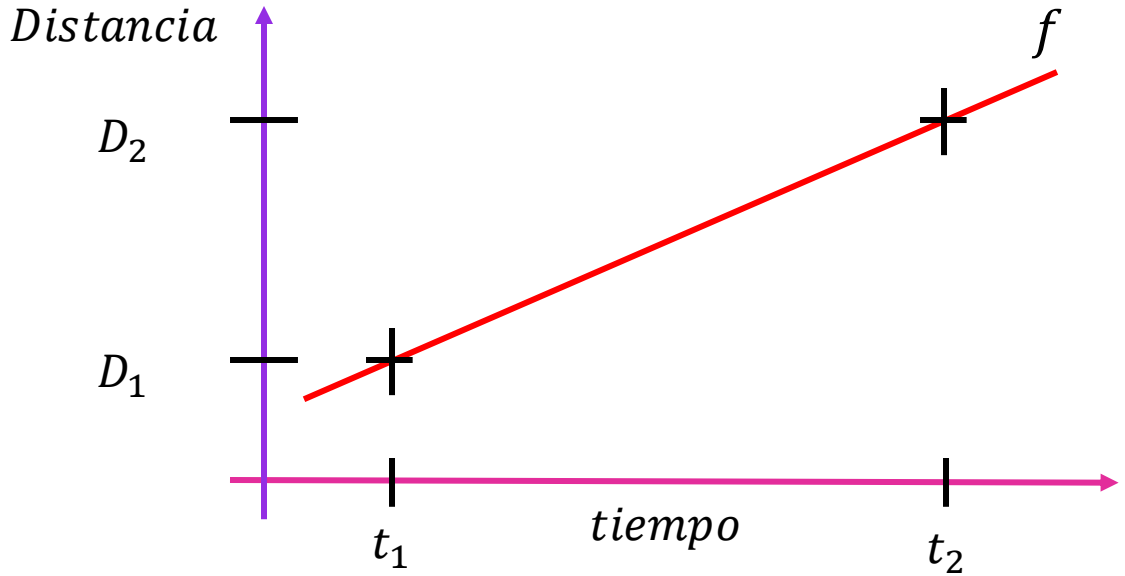
Sensor de movimiento : calibración

Para que el sensor arroje una posición en metros lo tenemos que calibrar

Necesitamos definir una función que transforme **tiempo** en **distancia**
(recordar que el sensor mide el tiempo entre emisión y eco)

$$f(tiempo) = Distancia$$





$$Distancia = f(tiempo) = K_0 + K_1 \cdot tiempo$$

donde K_0 , $K_1 = ctes.$

Elegir D_1 y D_2 de manera tq cubran el rango de interés

Sensor de movimiento : calibración

Para que el sensor arroje una posición en metros lo tenemos que calibrar.

Respuesta del sensor: lineal ⇒ necesito 2 distancias para la calibración:

$$Distancia = K_0 + K_1 \cdot tiempo \qquad \text{donde } K_0 \text{ , } K_1 = ctes.$$

D1 y D2: distancias conocidas
t1 y t2: lecturas de tiempo.

Distancia	Tiempo
D1	t1
D2	t2

➡ Determino *K0* y *K1*

• Chequear calibración.

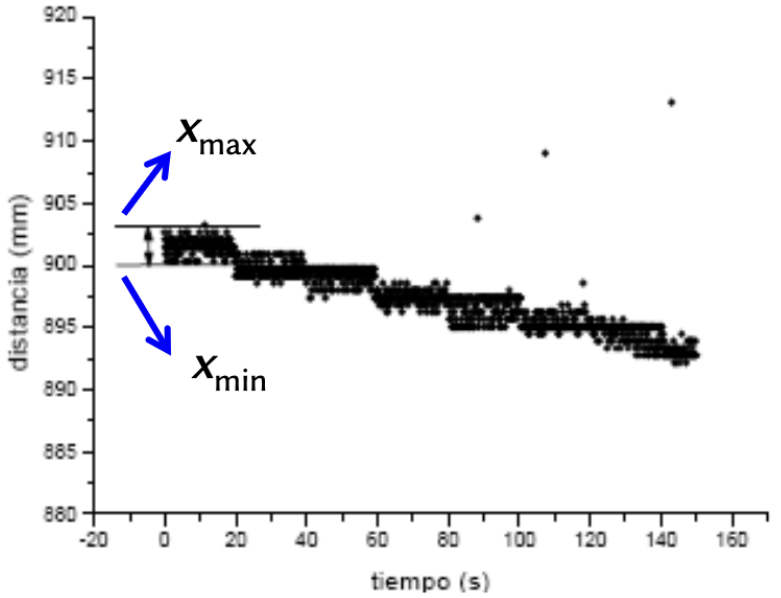
Obs 1: No conozco la ubicación de la lámina de oro. Cuando mido D1 y D2, considerar mismo "origen".
Obs 2: Interfaz gráfica de calibración: ver última diapositiva.

Sensor de movimiento : incertezas

Error de apreciación (error de la placa de adquisición + error del sensor):

Determinar experimentalmente el error en la posición

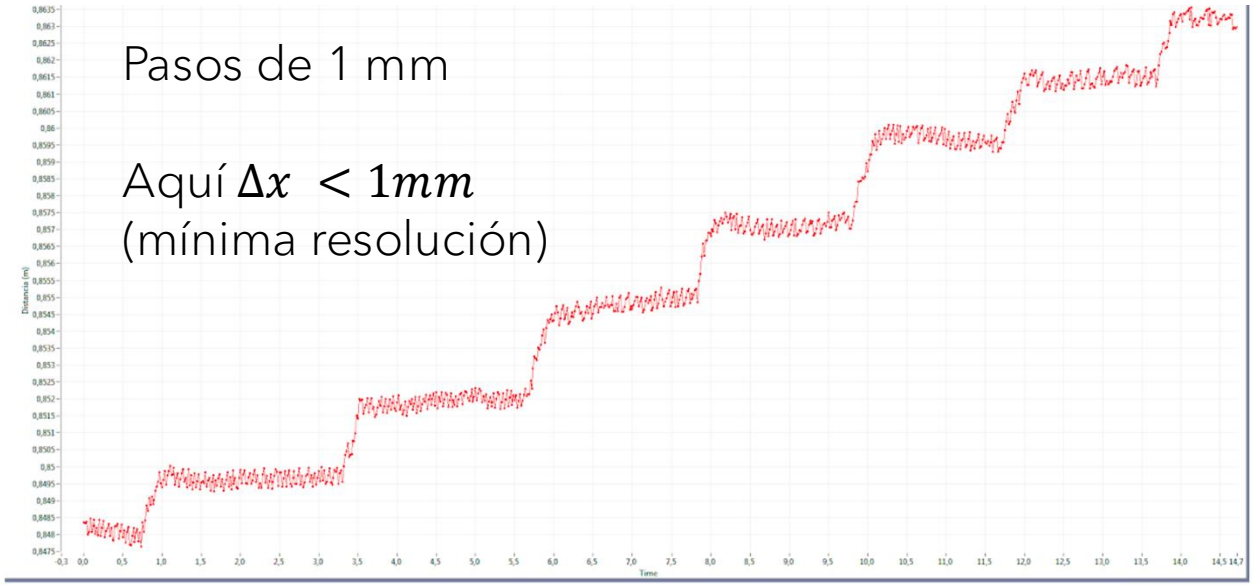
Propuesta → variar posición del objeto en pasos de ~ 1 mm. Estimar Δx



x_{max} y x_{min} ver "escalones" del gráfico

$$\Delta x = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

(se puede promediar los Δx de diferentes escalones)

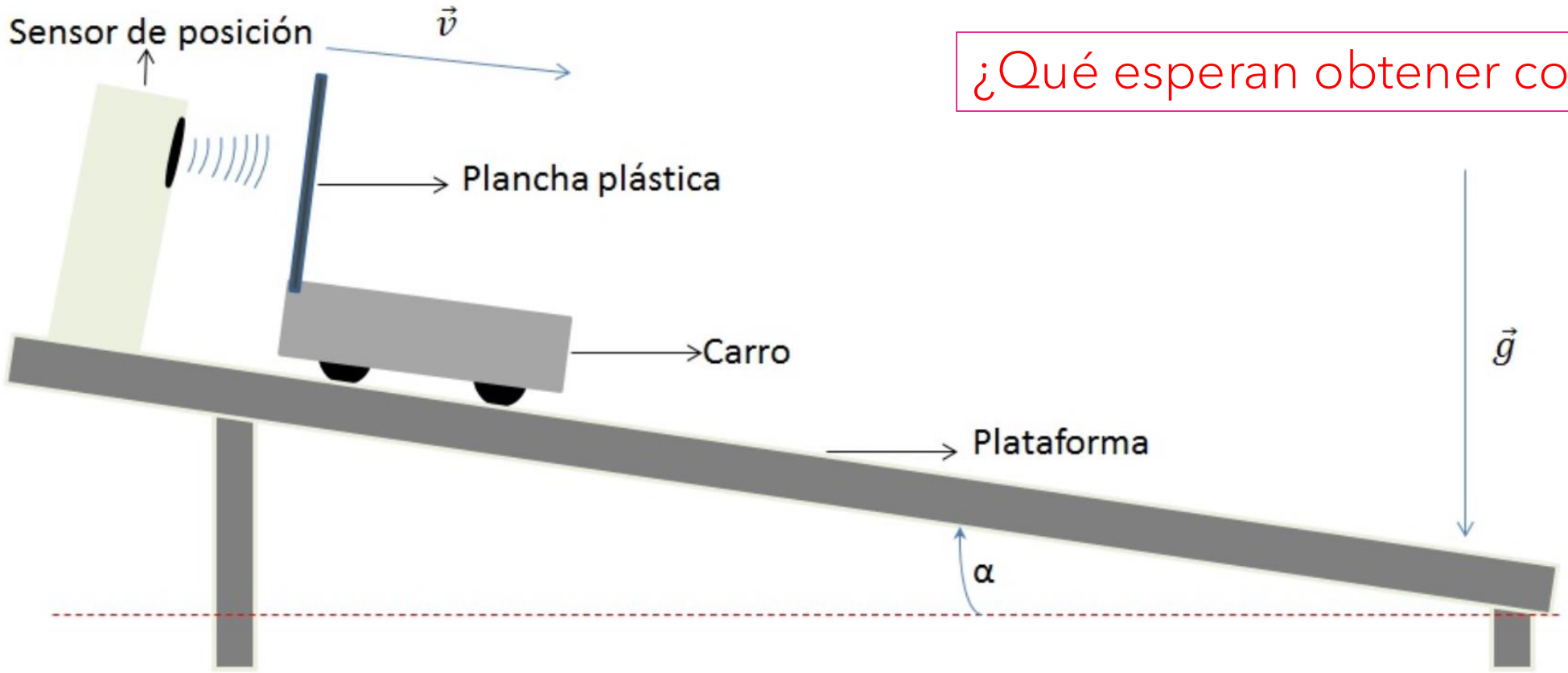


Experimento

- Conectar el sensor de posición y abrir el software SensorDaq.
- Familiarizarse con las mediciones del sensor y verificar que funcione.
- Calibrar el sensor de posición.
- Verificar la calibración.
- Medición de la **aceleración** de un móvil deslizandose sobre un plano inclinado.

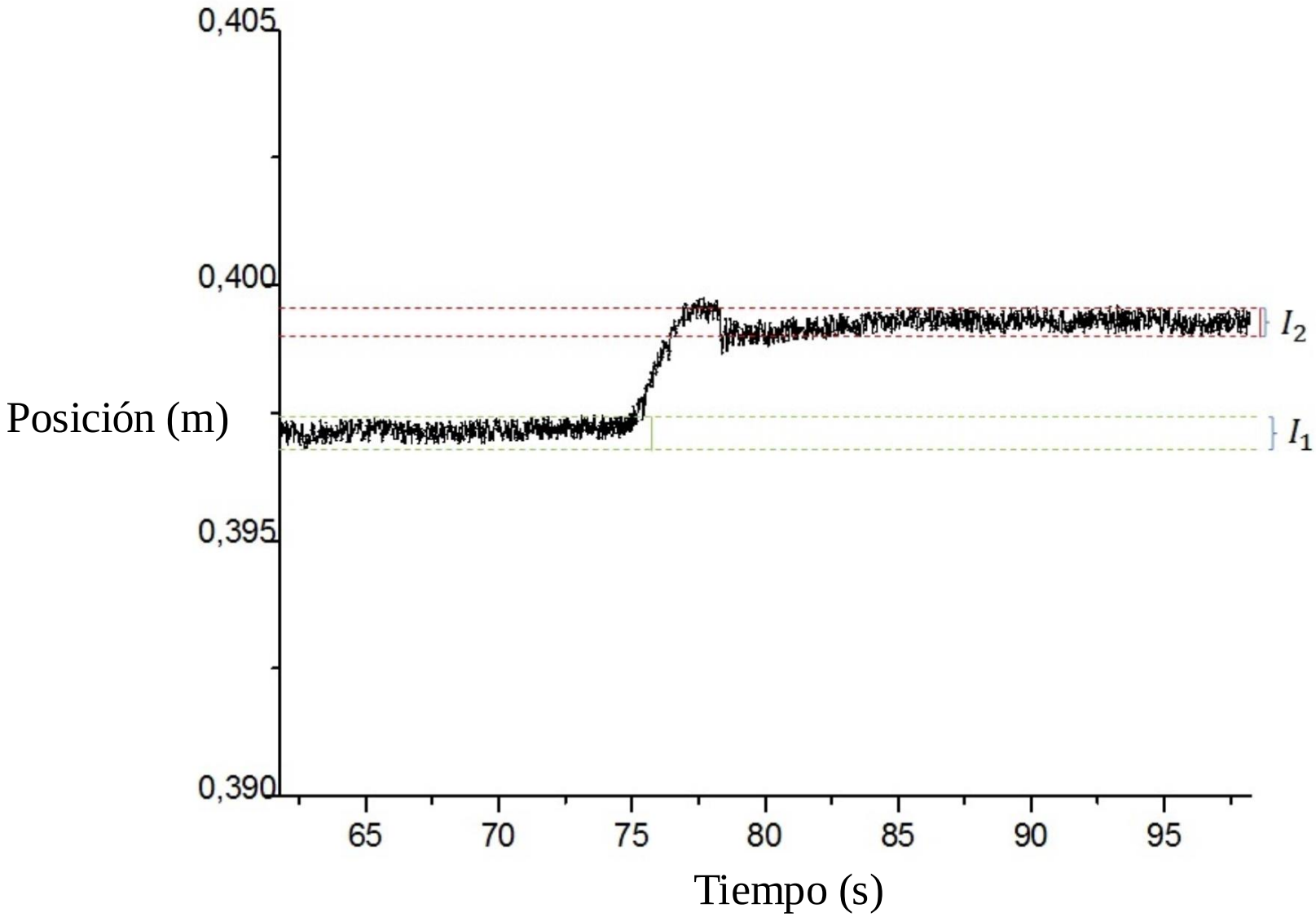
Experimento

- Medición de la **aceleración** de un móvil deslizandose sobre un plano inclinado.



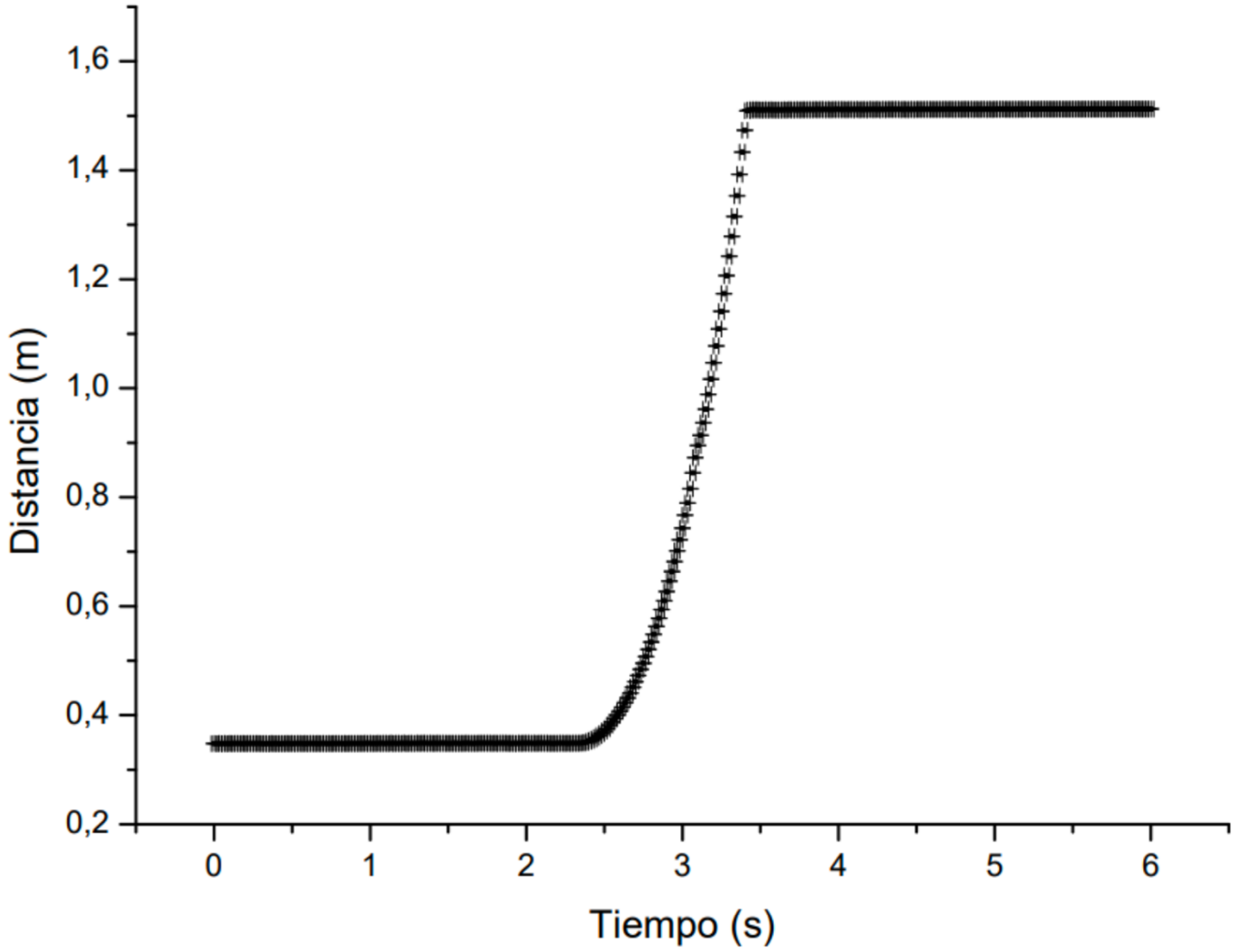
¿Qué esperan obtener como señal?

Experimento



I_1 , I_2: incertezas

Experimento

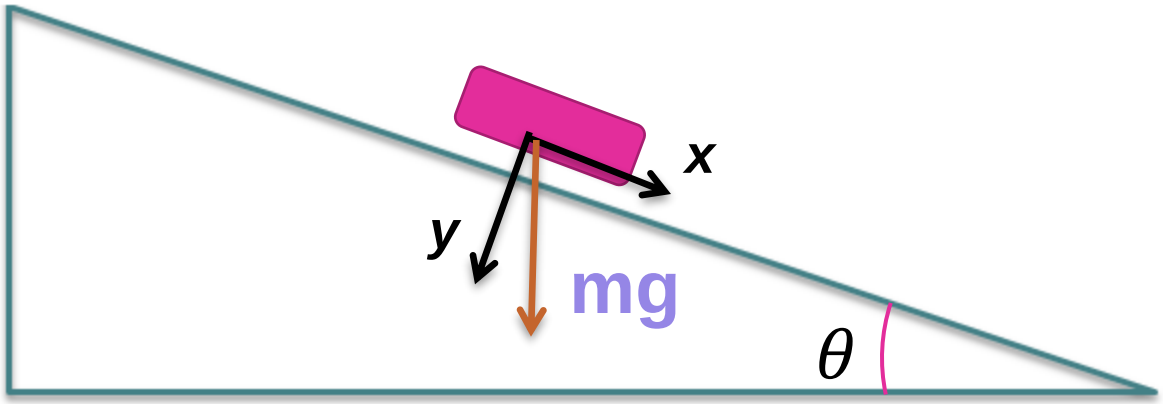


Cinemática

Cuerpo moviéndose unidimensionalmente sobre un plano inclinado

Solución (MRUV):

$$x = x_0 + v_0\,(\mathrm{t} - t_0) + \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$$



Dado que $a = g\ \sin\theta$, este es el modelo que voy a usar para hallar g

Diagrama de cuerpo libre

(desprecio rozamiento)

$$\hat{x}: \quad ma = mg\sin\theta$$

$$\hat{y}: \quad ma_y = mg\cos\theta - N = 0$$

Cinemática

Solución (MRUV):

$$x = x_0 + v_0\,(\mathrm{t} - t_0) + \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$$

Si $v_0 = 0 \Rightarrow \quad x = x_0 + \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$$

Defino nuevas variables:

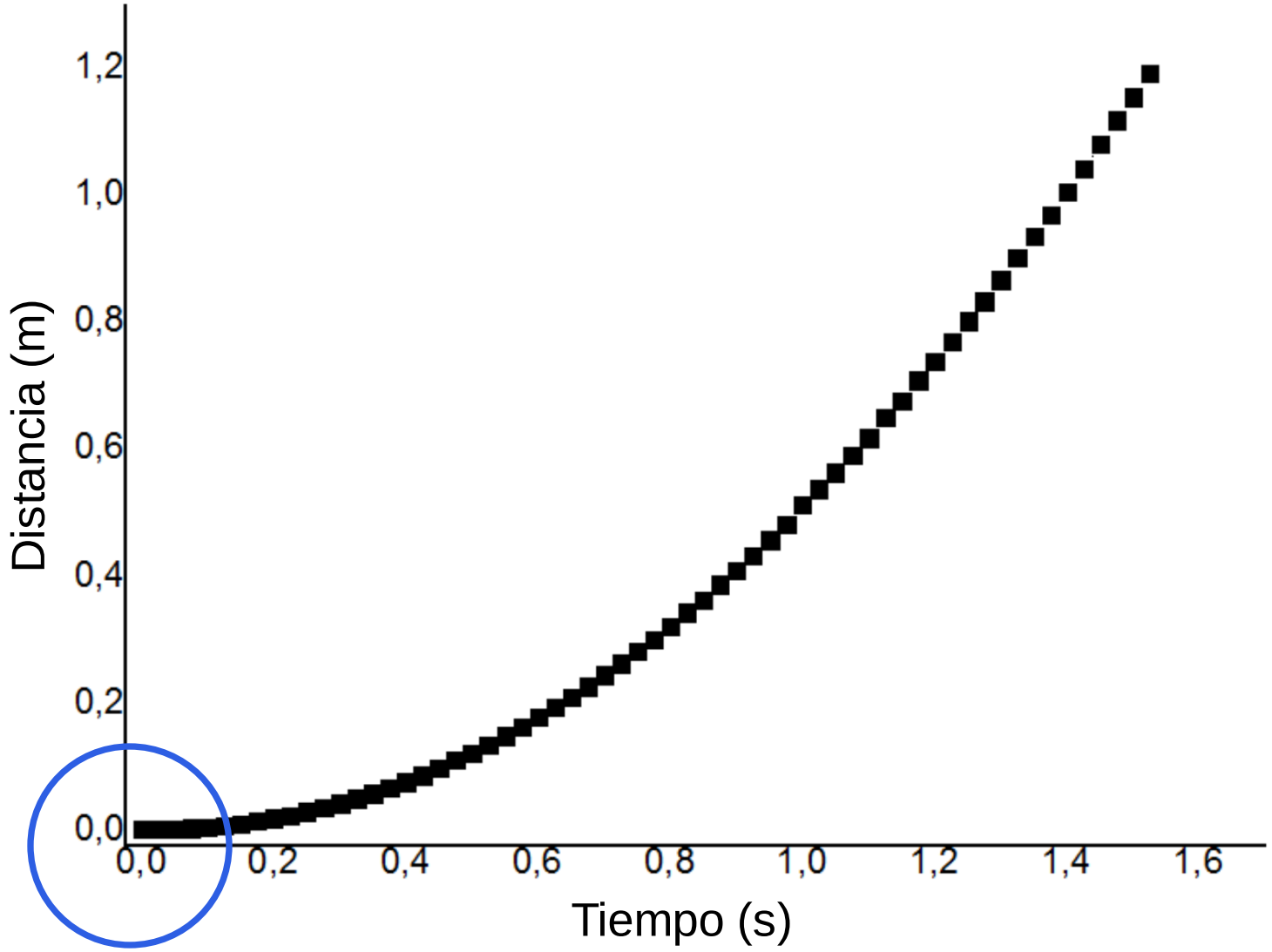
$$x' = x - x_0$$

$$\mathrm{t}' = t - t_0$$

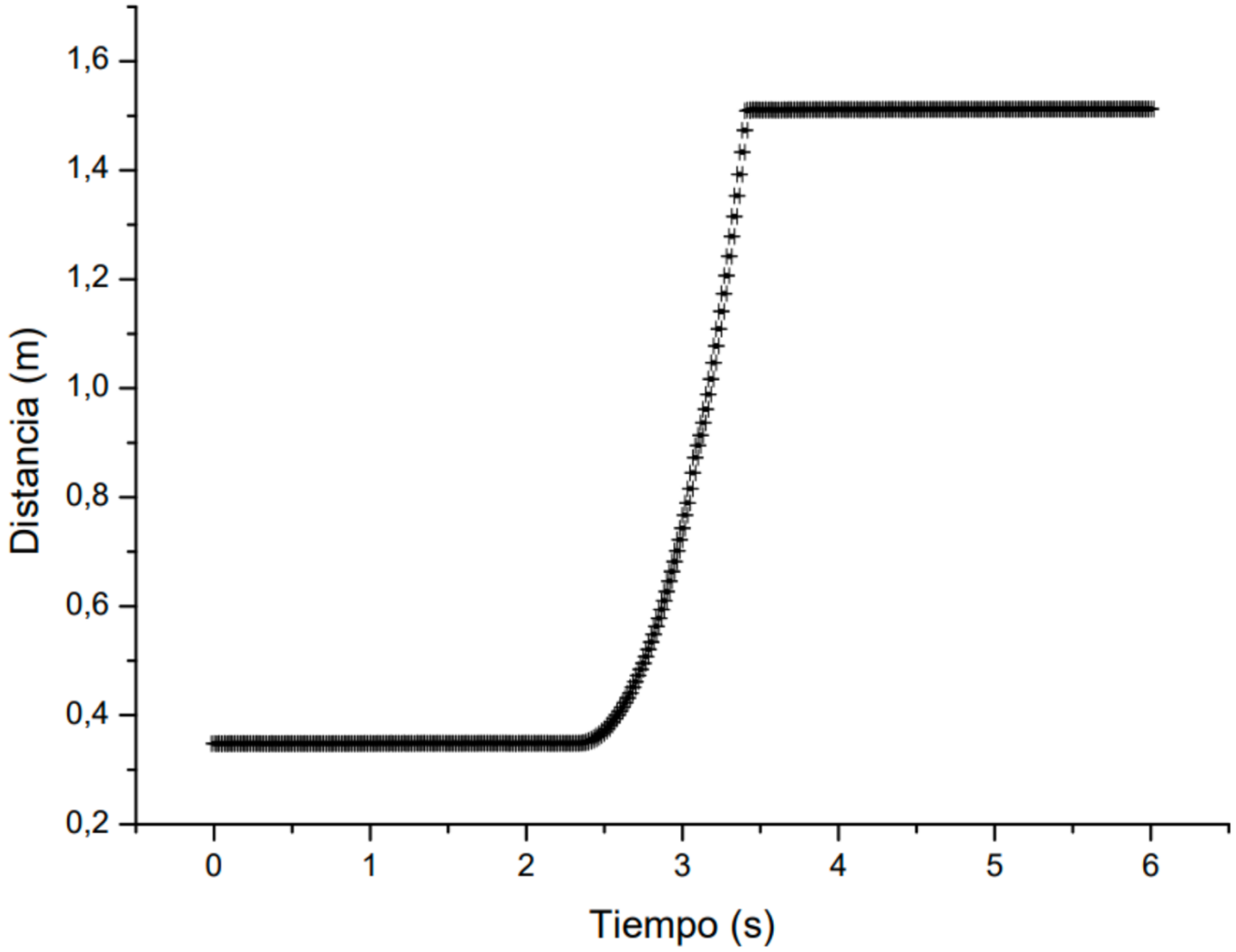
$\Rightarrow$

$$x' = \frac{1}{2}a\,(t')^2$$

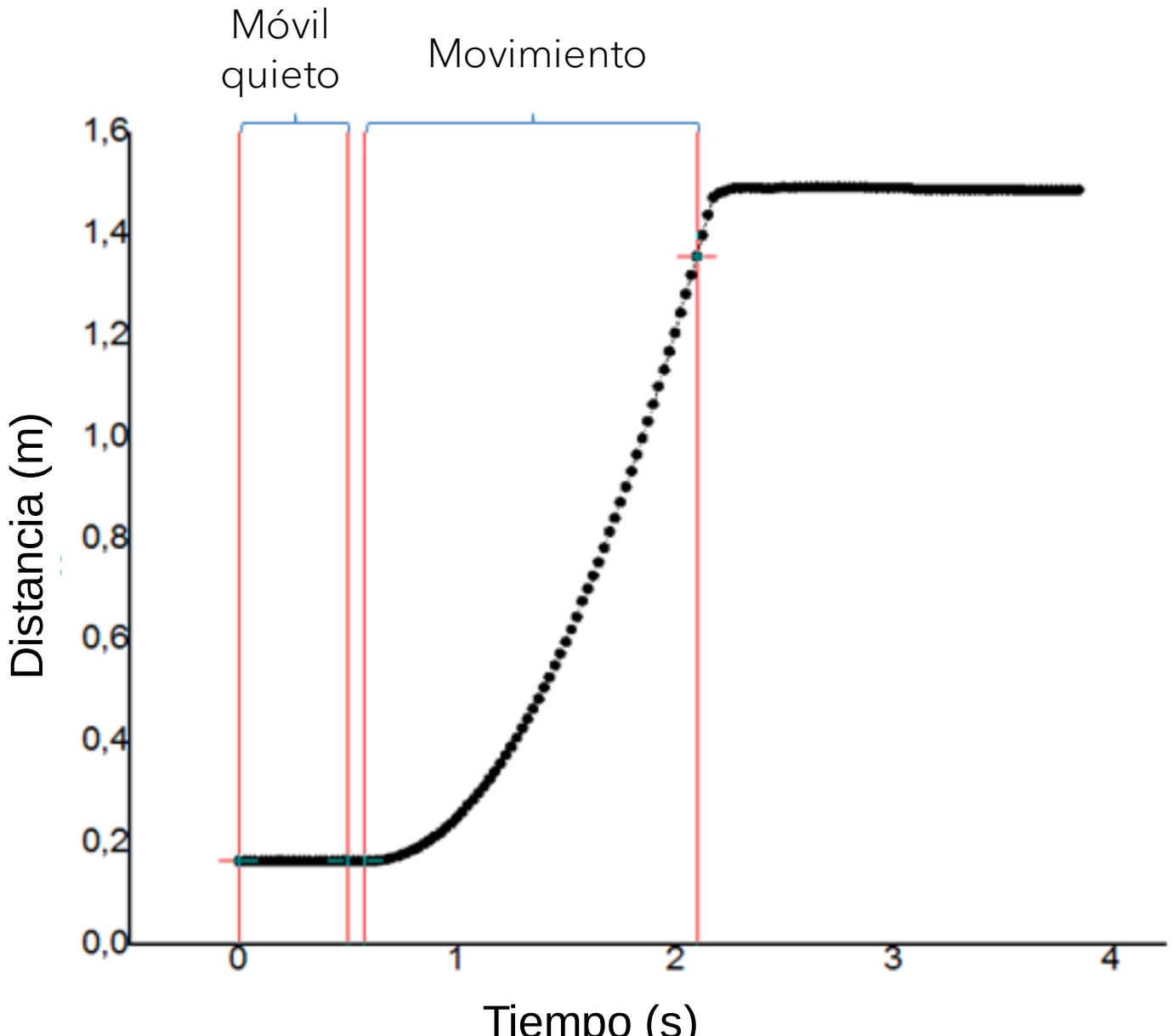
Espero obtener mediciones de este tipo:



Experimento

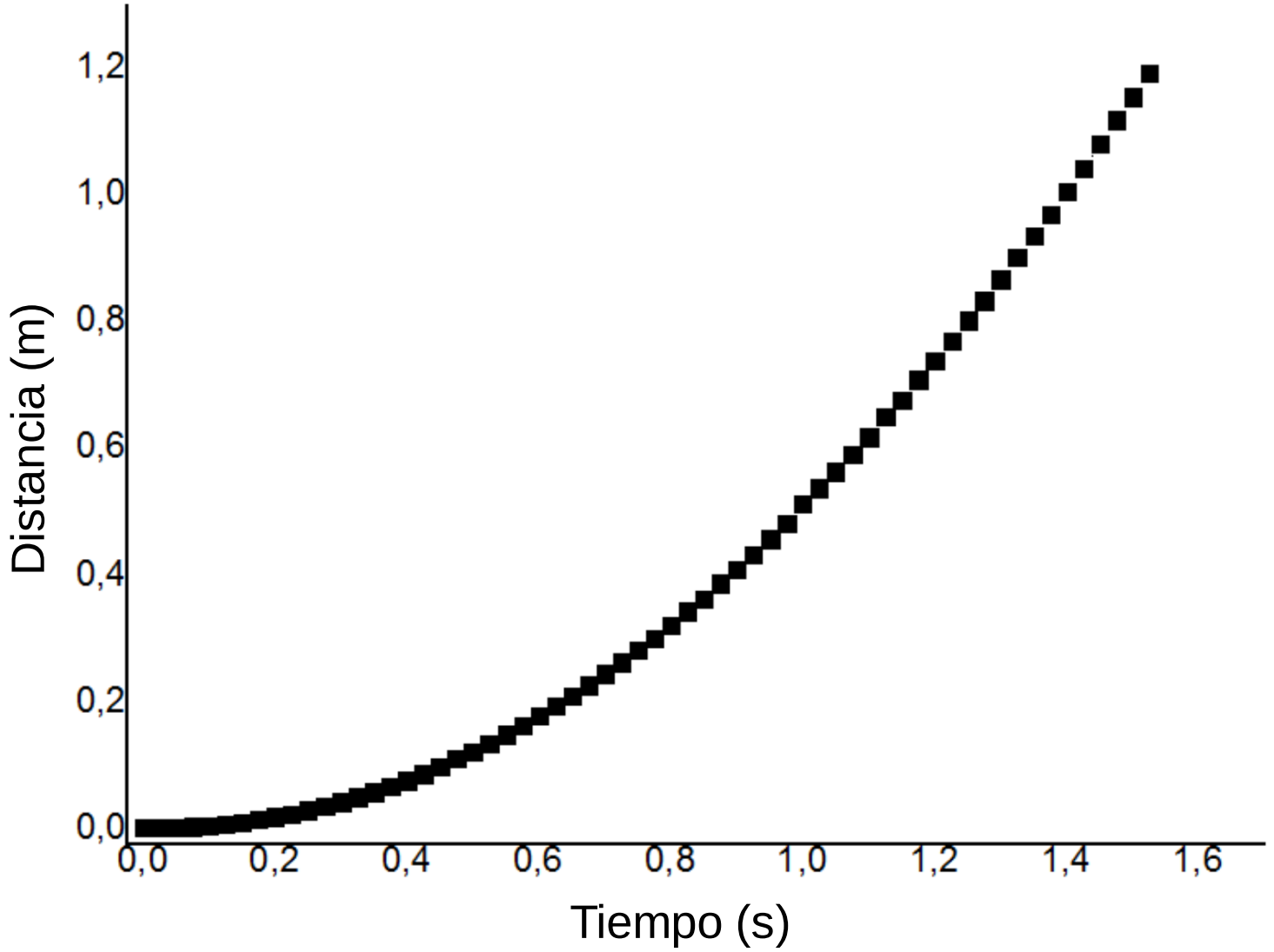


Análisis de datos



Selecciono los puntos que corresponden al movimiento

Análisis de datos



Selecciono los puntos que corresponden al movimiento

Quiero verificar la relación:

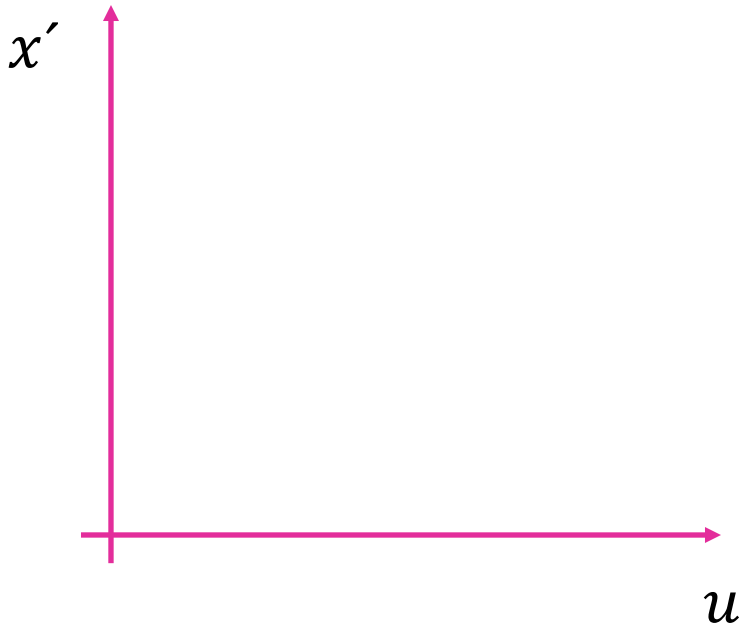
$$x' = \frac{1}{2} a\,(t')^2$$

Análisis de datos

Linealizo $x' = \frac{1}{2} a\ (t')^2$

Defino nueva variable:

$u = (t')^2$



Así, el modelo a testear es:

$x' = \frac{1}{2} a\ u$

=> Grafico, realizo ajuste y evalúo bondad del ajuste

Análisis de datos

Linealizo $x' = \frac{1}{2} a\,(t')^2$

Defino nueva variable:

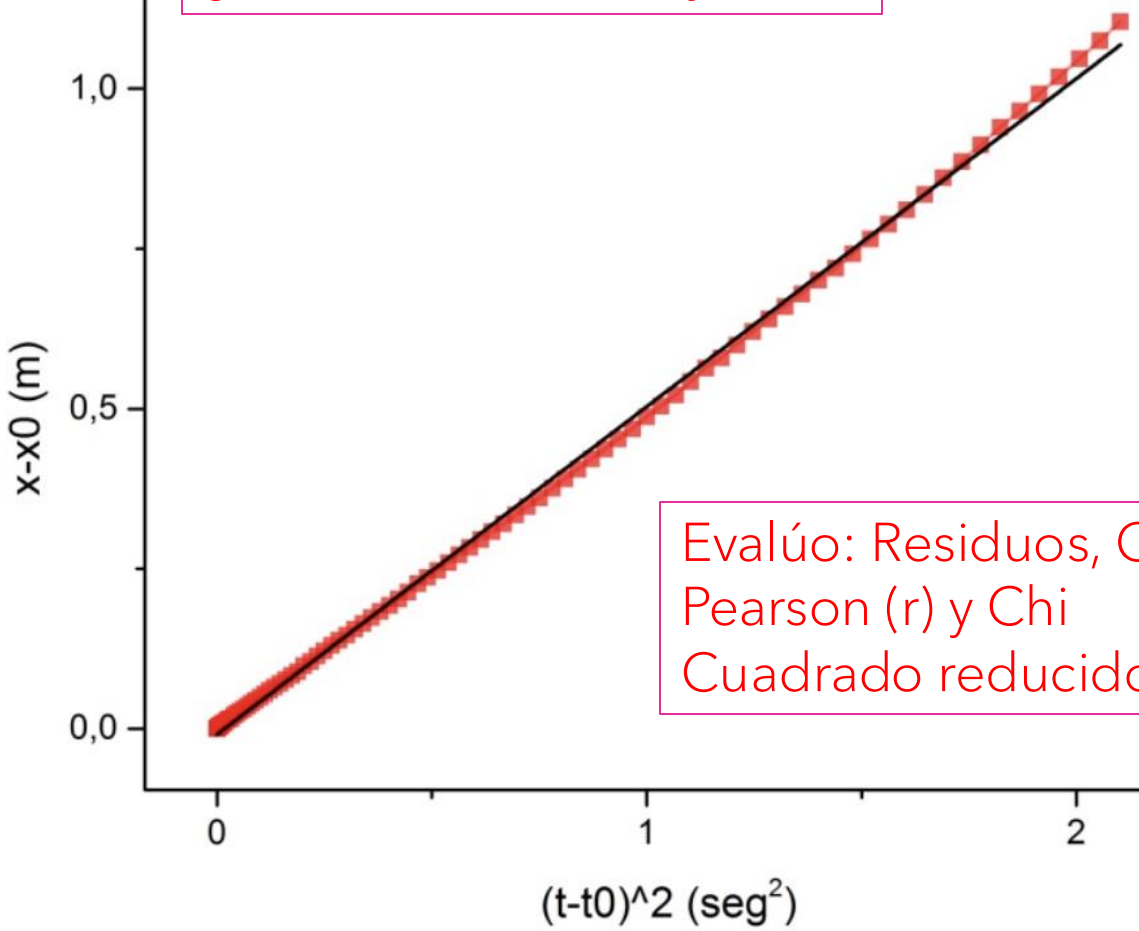
$u = (t')^2$

Así, el modelo a testear es:

$x' = \frac{1}{2} a\, u$

=> Grafico, realizo ajuste y evalúo bondad del ajuste

¿Es bueno este ajuste?

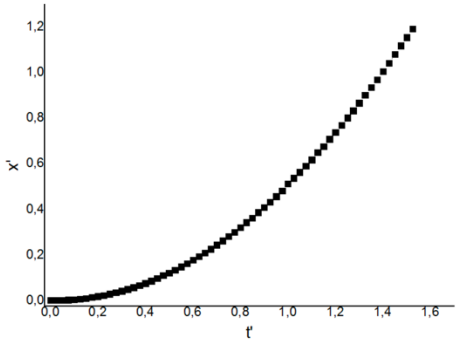


Evalúo: Residuos, Coef. Pearson (r) y Chi Cuadrado reducido $\chi_\nu{}^2$

Esta forma de linealizar necesita conocer un modelo.
Muchas veces esto no sucede!

Análisis de datos

Método más general para buscar modelos que ajusten los datos



Propongo un modelo general como una función del tipo Ley de Potencias $x = A \cdot (t - t_0)^{\alpha}$

Aplico logaritmo

$$ln(x) = \ln(A \cdot (t - t_0)^{\alpha})$$

Defino nuevas variables: $w = ln(x)$

$u = \ln(t - t_0)$

Uso propiedades de logaritmo

$$ln(x) = \ln(A) + ln(t - t_0)^{\alpha})$$

$$ln(x) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(t - t_0)$$

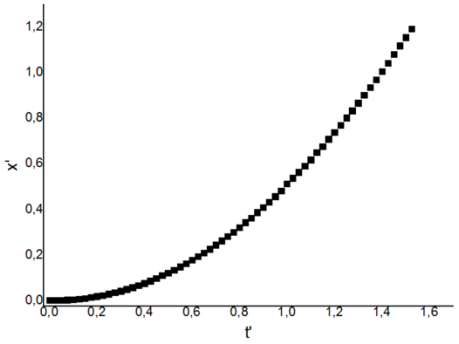
w u

Entonces la ecuación resulta:

$$w = ln(A) + \alpha \cdot u$$

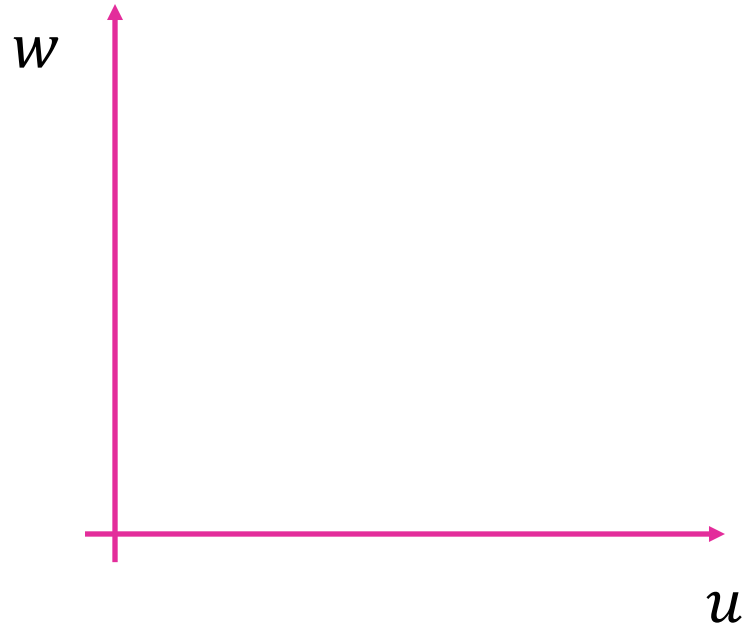
Ecuación lineal!

Análisis de datos



Método más general para buscar modelos que ajusten los datos

Propongo un modelo general como una función del tipo Ley de Potencias $x = A \cdot (t - t_0)^{\alpha}$



Defino nuevas variables: $w = ln(x)$

$u = \ln(t - t_0)$

Entonces la ecuación resulta:

$$w = ln(A) + \alpha \cdot u$$

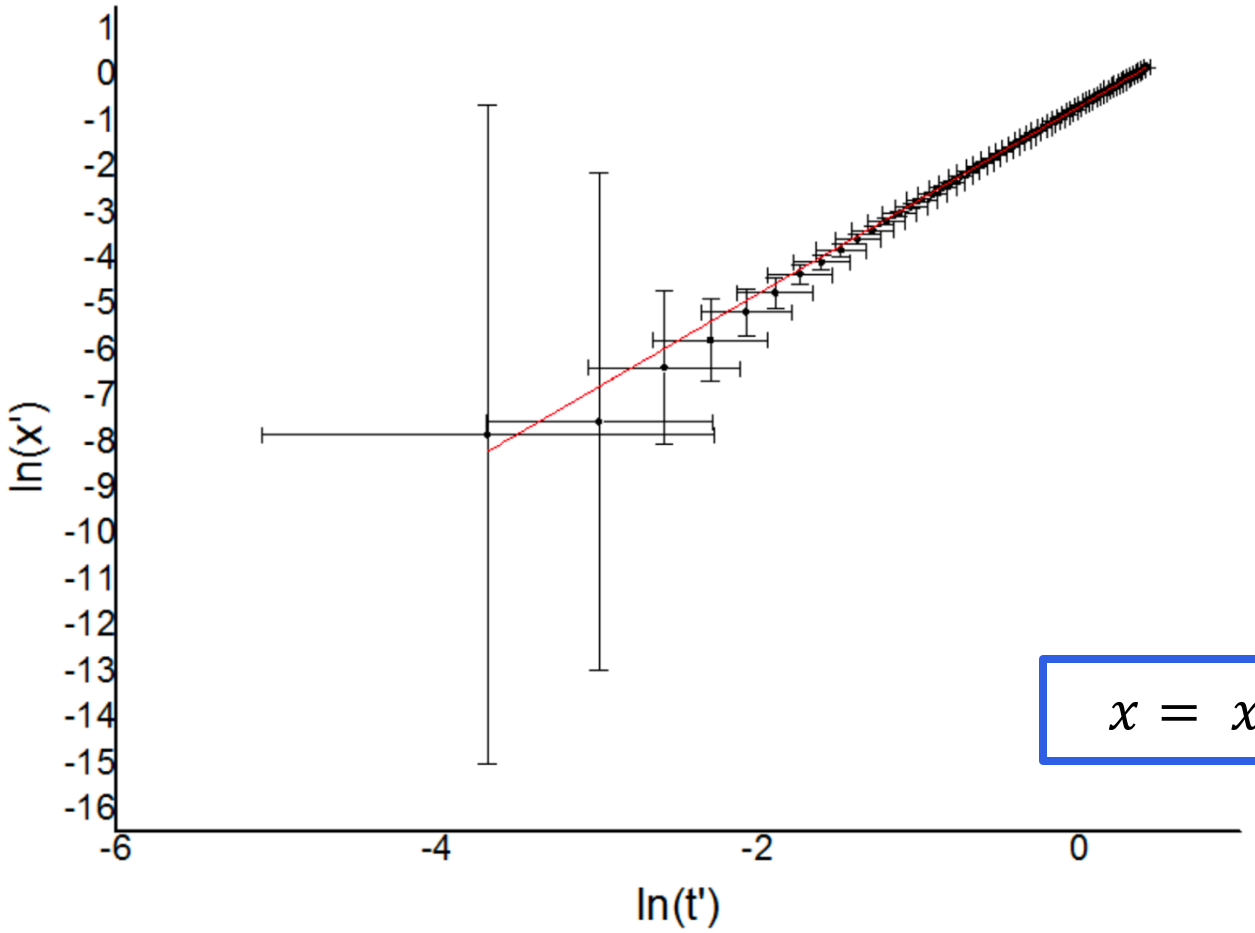
Ecuación lineal!

Grafico, realizo ajuste y evalúo bondad del ajuste

Análisis de datos

$$x = x_0 + \frac{1}{2} a\,(t - t_0)^{\alpha}$$

$$ln(x - x_0) = ln\left(\frac{1}{2}a\right) + \alpha . ln\,(t - t_0)$$



$$x' = x - x_0$$

$$t' = t - t_0$$

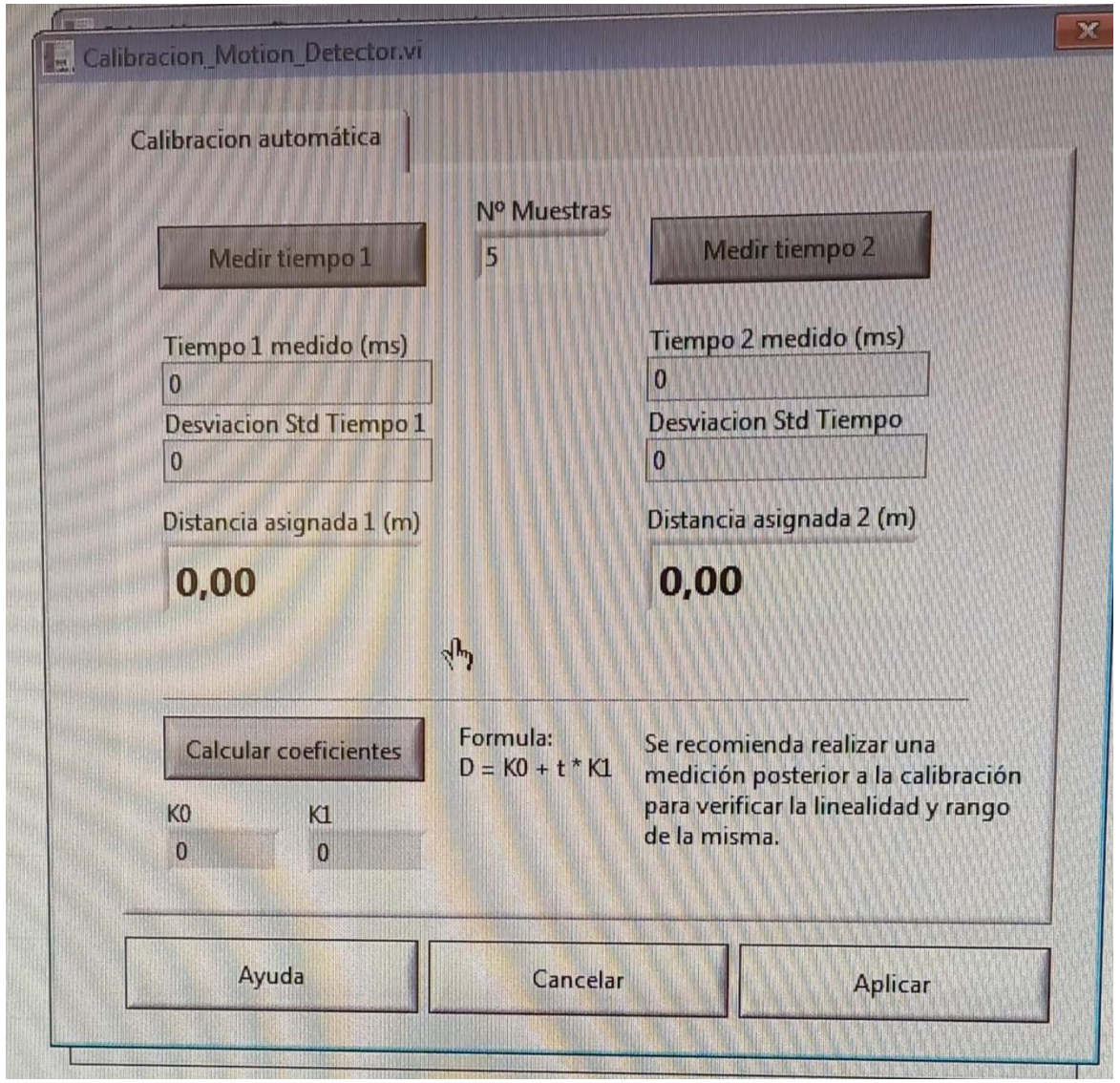
Atención!

Si no se cumple que $v_0 = 0$, entonces no puedo linealizar ya que la ecuación es:

$$x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2} a\,(t - t_0)^2$$

Experimento

- Jugar con la frecuencia de muestreo (empezar con una frecuencia baja ~ 5 Hz)
- Medir la aceleración para 3 pendientes distintas.
- Contrastar con el resultado teórico obtenido (¿da cómo esperaban?).

Sensor de movimiento : calibración

SensorDaq