Laboratorio 1 — Prácticas especiales

Departamento de Física, FCEN-UBA

Cómo leer estas propuestas

Todas las prácticas de esta lista responden al mismo esquema de trabajo, que es el del curso:

1. **Medir.** Existe un fenómeno físico que se busca comprender. Ustedes eligen qué magnitudes medir, con qué instrumento, en qué rango y cuántas veces, y cuantifican la incerteza de cada medición.
2. **Modelar.** Hay un modelo teórico, en general conocido de Física 1, que predice una relación funcional entre esas magnitudes. El modelo tiene uno o más parámetros libres.
3. **Evaluar.** Se ajusta el modelo a los datos por cuadrados mínimos y se decide, *con criterios cuantitativos*, si el modelo describe adecuadamente las mediciones: análisis de residuos, R^2, χ^2 y el p-valor asociado.

El tercer punto es el objetivo real de la materia. No alcanza con que el ajuste "dé bien" a simple vista: hay que argumentar, con los parámetros de bondad vistos en clase, si el acuerdo entre modelo y datos es compatible con las incertezas estimadas. Un modelo que falla, y cuya falla ustedes detectan y caracterizan, es un resultado tan bueno como uno que funciona.

En cada propuesta van a encontrar:

- **Objetivo:** qué se mide y contra qué modelo se lo compara.
- **Qué medir y con qué:** las magnitudes involucradas y el instrumento sugerido para cada una. La elección final es de ustedes, igual que la estimación de la incerteza de cada instrumento.
- **Análisis propuesto:** qué representar y qué ajustar. Donde el modelo admite una linealización conviene usarla, pero no es obligatorio.
- **Preguntas para pensar:** no tienen respuesta en este texto. Son las preguntas que esperamos que el informe discuta.

Antes de empezar a medir, conviene que escriban: cuál es el modelo, cuáles son sus parámetros libres, qué gráfico van a hacer, y qué resultado haría que concluyeran que el modelo *no* describe los datos. Si no pueden responder esto último, el experimento todavía no está diseñado.

1. Oscilador amortiguado viscoso

Objetivo

Medir la posición $x(t)$ de un oscilador masa–resorte cuya masa lleva un disco sumergido en agua, y decidir cuál de tres leyes de fricción describe el decaimiento de la amplitud. El modelo de referencia es el amortiguamiento viscoso lineal,

$$x(t) = x_0 + A\, e^{-t/\tau} \cos(\omega_d t + \varphi),$$

cuya envolvente decae exponencialmente. Los modelos rivales son la fricción cuadrática, cuya envolvente decae como $1/(1 + t/\tau)$, y la fricción seca, cuya envolvente decae linealmente hasta detenerse. El objetivo es decidir, con los parámetros de bondad del ajuste, cuál de los tres es compatible con los datos y cuáles quedan descartados.

Qué medir y con qué

- Posición de la masa en función del tiempo: **motion sensor ultrasónico** (sensordaq) apuntando a la masa; alternativamente filmación con celular y **Tracker**.
- Masa oscilante y masa del resorte: **balanza**.
- Constante elástica k, medida de forma independiente: elongación estática con **pesas** y **cinta métrica** o regla.
- Diámetro de los discos o paletas sumergidas: **calibre**. Usar dos o tres áreas distintas.

Análisis propuesto

- Represente x vs t y ajuste el modelo viscoso completo por cuadrados mínimos no lineales.
- Identifique los máximos sucesivos A_n y sus tiempos t_n, y represente $\ln A_n$ vs t_n: si el amortiguamiento es viscoso lineal, debe obtener una recta. Represente también $1/A_n$ vs t_n y A_n vs t_n, que son las linealizaciones de los otros dos modelos. Compare los tres ajustes.
- Grafique los residuos de cada ajuste en función del tiempo, y compare los χ^2 reducidos y los p-valores.
- Represente el coeficiente de amortiguamiento ajustado en función del área del disco.

Preguntas para pensar

- ¿Cómo se compara ω_d obtenida del ajuste con $\sqrt{k/m}$ calculada a partir de la medición estática de k? ¿Son compatibles dentro de las incertezas? ¿Qué masa hay que usar en esa cuenta?
- El modelo predice $\omega_d^2 = \omega_0^2 - \tau^{-2}$. Con sus datos, ¿puede distinguir ω_d de ω_0?
- ¿Puede un ajuste tener R^2 alto y aun así corresponder a un modelo incorrecto? ¿Qué parte de su análisis lo revelaría?
- ¿Qué dependencia espera entre el coeficiente de amortiguamiento y el área del disco si el modelo viscoso es correcto? ¿Lo verifican sus datos?

2. Resortes en serie y paralelo; gomitas elásticas

Objetivo

Medir la constante elástica de resortes individuales y contrastar la constante del sistema compuesto *medida* contra la *predicha* por el modelo de resortes ideales:

$$\frac{1}{k_{\text{serie}}} = \sum_i \frac{1}{k_i}, \qquad k_{\text{paralelo}} = \sum_i k_i.$$

La comparación debe hacerse con incertezas propagadas, de modo que la pregunta "¿coinciden?" tenga respuesta cuantitativa. En una segunda etapa se repite el procedimiento con gomitas elásticas, para decidir si la ley de Hooke las describe.

Qué medir y con qué

- Fuerza aplicada: **force sensor** (± 10 N) para un barrido continuo, o **pesas** calibradas con la **balanza**.
- Elongación: **cinta métrica** o regla; **calibre** si trabaja con elongaciones pequeñas.
- Tres o cuatro resortes de constantes distintas, más gomitas elásticas de distinto espesor.

Análisis propuesto

- Represente F vs Δx para cada resorte por separado y ajuste una recta; obtenga k_i y su incerteza.
- Prediga k_{serie} y k_{paralelo} con sus incertezas propagadas, *antes* de medirlos.
- Mida k_{eq} de cada combinación con el mismo procedimiento y compare el valor medido con el predicho. Exprese la comparación como una discrepancia en unidades de la incerteza combinada.
- Para las gomitas, represente F vs Δx registrando la rama de *carga* y la de *descarga* en el mismo gráfico. Ajuste una recta y examine los residuos.

Preguntas para pensar

- ¿Cuál de los resortes domina la incerteza de la predicción en serie? Justifique con la fórmula de propagación, no con intuición.
- El modelo predice que k_{serie} es menor que el menor de los k_i. ¿Lo verifican sus datos?
- Para las gomitas: ¿qué valor de R^2 obtuvo? ¿Qué le dicen los residuos que no le dice el R^2? ¿Qué concluye de eso sobre el uso del R^2 como criterio de bondad?
- ¿Se superponen las ramas de carga y descarga? Si no, ¿qué implica eso sobre la existencia misma de una función $F(x)$?

3. Período del péndulo físico

Objetivo

Medir el período de oscilación de una barra rígida suspendida de distintos puntos y contrastarlo contra el modelo de cuerpo rígido con teorema de Steiner:

$$T(d) = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\mathrm{cm}} + Md^2}{Mgd}}, \qquad I_{\mathrm{cm}} = \frac{ML^2}{12},$$

donde d es la distancia del eje de giro al centro de masa. Decidir si el modelo describe la curva medida y determinar g a partir del ajuste.

Qué medir y con qué

- Período: **photogate** con placa sensordaq, ubicado en la posición de equilibrio.
- Distancia d de cada punto de suspensión al centro de masa, y largo L de la barra: **cinta métrica**; **calibre** para las dimensiones transversales.
- Masa de la barra: **balanza**.
- Amplitud de oscilación: medida y mantenida pequeña (menor a 5°) en todas las corridas.

Análisis propuesto

- Represente T vs d para al menos ocho puntos de suspensión, cubriendo valores de d a ambos lados del mínimo.
- Ajuste el modelo no lineal con g como parámetro libre y I_{cm} fijo en $ML^2/12$.
- Repita el ajuste liberando también I_{cm} y compare ambos ajustes mediante sus χ^2 y los residuos.
- Alternativa de linealización: el modelo puede reescribirse como $T^2 d = (4\pi^2/g)\left(I_{\mathrm{cm}}/M + d^2\right)$, de modo que $T^2 d$ vs d^2 debe ser una recta. Obtenga g de la pendiente e I_{cm} de la ordenada al origen.

Preguntas para pensar

- El modelo predice un mínimo de T en una posición determinada. Calcúlela y compárela con la que surge de sus datos.
- ¿Por qué los puntos con d pequeño tienen mayor incerteza? Mencione al menos dos razones distintas.
- ¿El I_{cm} ajustado coincide con $ML^2/12$? Si no, ¿qué características reales de su barra podrían explicar la diferencia?
- ¿Debería su ajuste ser pesado? ¿Cambia el resultado si no lo pesa?

4. Período del péndulo de Kater

Objetivo

Determinar g con la mayor exactitud posible, usando un péndulo reversible con dos cuchillas. El método explota que, cuando los períodos medidos desde ambos filos coinciden, g queda determinada por el período común y la distancia entre filos, *sin* necesidad de conocer la masa, el momento de inercia ni la posición del centro de masa:

$$\frac{8\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{h_1 + h_2} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{h_1 - h_2}.$$

El objetivo incluye construir el presupuesto de errores completo y argumentar cuál es la magnitud que limita la exactitud final.

Qué medir y con qué

- Períodos T_1 y T_2 desde cada cuchilla, en función de la posición s de la masa deslizante: **photogate** y sensordaq, promediando sobre 50 a 100 oscilaciones.
- Distancia entre los filos de las cuchillas, $h_1 + h_2$: **calibre** de profundidad o **cinta métrica** de buena calidad. Discuta cómo define el punto exacto del filo.
- Posición s de la masa deslizante: **cinta métrica** o **calibre**.

Análisis propuesto

- Represente T_1 y T_2 vs s en un mismo gráfico. Ajuste cada curva y determine por ajuste la posición s^* donde se cruzan, con su incerteza.
- Evalúe g en ese punto y propague las incertezas de T y de $h_1 + h_2$.
- Construya una tabla con la contribución de cada magnitud medida a la incerteza final de g, en valor absoluto y en porcentaje del total.

Preguntas para pensar

- ¿Por qué conviene trabajar cerca de $T_1 = T_2$? Analice qué le pasa al segundo término de la fórmula cuando $h_1 - h_2$ es pequeño y los períodos difieren poco.
- Según su tabla de contribuciones, ¿qué magnitud domina la incerteza de g? ¿Coincide con lo que esperaba antes de hacer la cuenta?
- Si duplicara el número de oscilaciones promediadas, ¿en cuánto mejoraría su resultado?
- Compare su incerteza relativa con la de las otras determinaciones de g del curso. ¿Qué justifica la diferencia?

5. Gravedad local por caída libre con Tracker

Objetivo

Filmar la caída de un cuerpo compacto y pesado, digitalizar su trayectoria y contrastarla contra el modelo cinemático

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} g t^2,$$

con g como parámetro libre. En una segunda etapa, decidir si agregar un término de rozamiento mejora significativamente el ajuste o si sólo degrada las incertezas de los parámetros sin reducir el χ^2.

Qué medir y con qué

- Posición vertical en función del tiempo: **celular** filmando a la mayor tasa de cuadros disponible (120 o 240 fps si el equipo lo permite), digitalizado con **Tracker**.
- Escala espacial: objeto de longitud conocida (regla o varilla) medido con **cinta métrica**, ubicado *en el mismo plano* de la caída.
- Altura de caída: **cinta métrica**. Use al menos 2 m.

Análisis propuesto

- Represente y vs t y ajuste el polinomio cuadrático completo. Obtenga g y su incerteza.
- Grafique los residuos vs t y vs la posición en el cuadro de la imagen.
- Repita el ajuste agregando un término de rozamiento y compare ambos modelos por χ^2 y por la incerteza de los parámetros ajustados.
- Compare su valor de g con el tabulado para Buenos Aires.

Preguntas para pensar

- Si la regla de calibración no estuviera exactamente en el plano de la caída, ¿cómo afectaría eso a g? ¿Lo detectaría mirando los residuos? ¿Qué tipo de error es ése?
- ¿Por qué conviene ajustar $y(t)$ en lugar de estimar velocidades por diferencias finitas y ajustar $v(t)$? Compare las incertezas que obtiene por ambos caminos.
- Las cámaras de los celulares no exponen todas las filas del sensor en el mismo instante. ¿Qué efecto tendría eso sobre un objeto que cae cada vez más rápido?
- ¿Observa estructura en los residuos cuando el objeto está cerca de los bordes del cuadro? ¿A qué podría deberse?

6. Coeficiente de arrastre por caída libre con Tracker

Objetivo

Medir la caída de cuerpos livianos y de área grande (filtros de café apilables) y contrastar contra el modelo de arrastre cuadrático, cuya solución partiendo del reposo es

$$v(t) = v_t \tanh\left(\frac{g\,t}{v_t}\right), \qquad v_t = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_{\text{aire}} A\, C_d}},$$

y determinar C_d. Como el modelo cuadrático y el lineal (viscoso) predicen curvas $v(t)$ de forma parecida, el test decisivo es el *escalado*: apilando N filtros la masa se multiplica por N sin cambiar el área ni la forma, y cada modelo predice una dependencia distinta de v_t con N. Deduzca ambas antes de medir.

Qué medir y con qué

- Masa de los filtros: **balanza** de precisión (pesan del orden de 1 g, así que la resolución importa).
- Diámetro del filtro: **calibre** o regla.
- Posición vs tiempo durante la caída: **celular** y **Tracker**, con referencia de escala en el plano de caída.
- Altura de caída: **cinta métrica**; use al menos 2.5 m.
- Repita para $N = 1$ a 6 filtros apilados, con varias caídas por cada N.

Análisis propuesto

- Para cada N, represente v vs t (o y vs t) y ajuste el modelo no lineal; obtenga v_t con su incerteza.
- Represente $\ln v_t$ vs $\ln N$ y ajuste una recta. El exponente obtenido es el discriminante entre los dos modelos de rozamiento.
- Calcule C_d y compárelo con valores de bibliografía para cuerpos romos.
- Examine la dispersión entre caídas repetidas para un mismo N y compárela con la incerteza del ajuste individual.

Preguntas para pensar

- ¿Qué exponente predice cada modelo de rozamiento para v_t vs N? ¿Su exponente medido permite descartar uno de los dos?
- ¿Pudo distinguir los dos modelos ajustando una sola caída? ¿Por qué el escalado tiene más poder discriminante que la calidad de un ajuste individual?
- ¿Qué domina la dispersión entre repeticiones: el error de digitalización o el comportamiento del filtro durante la caída? ¿Cómo lo decidiría?
- ¿Alcanzó efectivamente la velocidad terminal en la altura disponible? ¿Cómo lo verifica a partir de los datos?

7. Período del péndulo de masa variable

Objetivo

Medir el período de un péndulo físico cuya masa es un recipiente que se llena con agua hasta una altura h, y contrastarlo contra el modelo de cuerpo rígido

$$T(h) = 2\pi\sqrt{\frac{I(h)}{M(h)\, g\, d_{\mathrm{cm}}(h)}},$$

donde $I(h)$, $M(h)$ y $d_{\mathrm{cm}}(h)$ deben ser calculados por ustedes a partir de la geometría del sistema y de las masas de sus partes. Obtener esas tres funciones es parte sustancial del trabajo: el modelo no se les da hecho.

Qué medir y con qué

- Período en función del llenado: **photogate** y sensordaq, con amplitudes pequeñas.
- Volumen de agua agregado: **probeta** o jeringa; altura h de la columna: regla adherida al recipiente o **calibre**.
- Masas de la varilla y del recipiente vacío: **balanza**.
- Longitudes y diámetro interno que entran en $I(h)$ y $d_{\mathrm{cm}}(h)$: **calibre** y **cinta métrica**.

Análisis propuesto

- Deduzca analíticamente $M(h)$, $d_{\mathrm{cm}}(h)$ e $I(h)$ tratando el agua como un cilindro macizo, el recipiente como una cáscara y la varilla como una barra homogénea.
- Represente T vs h para al menos diez llenados, incluyendo el recipiente vacío y el lleno.
- Ajuste el modelo con g como único parámetro libre y examine los residuos.
- Superponga al gráfico la curva del modelo evaluada con el g tabulado, sin ajustar nada.

Preguntas para pensar

- Antes de medir: al agregar agua, ¿el período debería crecer, decrecer, o no es monótono? Justifique analizando por separado qué le pasa al momento de inercia y al torque restitutivo.
- Si el modelo predice un extremo en $T(h)$, ¿coincide su posición con la observada?
- ¿Qué efectos físicos no están incluidos en su modelo? Elija uno y estime si su magnitud es compatible con lo que ve en los residuos.
- ¿Cómo afecta el menisco a la medición de h? ¿En qué parte del rango pesa más?

8. Período del péndulo interrumpido

Objetivo

Un péndulo simple de longitud L cuyo hilo choca contra una clavija horizontal ubicada a distancia s del punto de suspensión oscila como dos medios péndulos de longitudes distintas. El modelo predice

$$T(s) = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} + \pi\sqrt{\frac{L-s}{g}}.$$

El objetivo es medir $T(s)$, contrastar el modelo y obtener g. El ajuste entrega *dos* determinaciones independientes de g a partir de los mismos datos; la consistencia entre ambas es un test interno del modelo.

Qué medir y con qué

- Período: **photogate** en el punto más bajo de la trayectoria; alternativamente, **cronómetro** midiendo al menos 20 oscilaciones.
- Longitud L del péndulo y posición s de la clavija: **cinta métrica**.
- Diámetro de la masa y de la clavija: **calibre**.
- Amplitud: pequeña, y verificada en ambos tramos del movimiento.

Análisis propuesto

- Represente T vs $\sqrt{L-s}$ para al menos ocho posiciones de la clavija. El modelo predice una recta: ajústela.
- Obtenga g de la pendiente y, por separado, g de la ordenada al origen (que depende de L, medido independientemente).
- Compare ambos valores de g entre sí y con el tabulado, en unidades de las incertezas respectivas.
- Grafique los residuos vs s y verifique si hay estructura en algún extremo del rango.

Preguntas para pensar

- ¿Dónde empieza y dónde termina la longitud L? Discuta qué punto del sistema físico corresponde al extremo del péndulo en el modelo.
- ¿Cómo entra el diámetro de la clavija en la definición efectiva de s?
- Al acortarse el radio de giro, ¿qué le pasa a la amplitud angular del tramo corto? ¿Sigue valiendo la aproximación de pequeñas oscilaciones para todos sus puntos?
- ¿Existe algún valor de amplitud para el cual el modelo deje de ser aplicable por completo? ¿Qué pasaría físicamente con el hilo?

9. Velocidad terminal y rozamiento viscoso

Objetivo

Medir la velocidad terminal de esferas de distinto radio que caen en un fluido muy viscoso y contrastar contra el modelo de Stokes, válido a número de Reynolds pequeño:

$$v_t = \frac{2(\rho_s - \rho_f)\, g\, r^2}{9\eta}.$$

El test del modelo es el *exponente* de v_t con r, que la teoría predice sin ambigüedad. Sólo después de validarlo tiene sentido usar la relación para determinar la viscosidad η del fluido y compararla con tabla.

Qué medir y con qué

- Tiempo de recorrido entre dos marcas de la probeta: **cronómetro**, o **photogates**, o filmación y **Tracker**.
- Radio de las esferas: **calibre**. Use al menos cinco tamaños distintos.
- Densidad de las esferas y del fluido: **balanza** y medición de volumen.
- Temperatura del fluido: **termómetro**, registrada en cada corrida.
- Diámetro interno de la probeta: **calibre** o regla.

Análisis propuesto

- Verifique primero, para cada esfera, que el tramo medido ya corresponde a velocidad constante.
- Represente $\ln v_t$ vs $\ln r$ y ajuste una recta; el exponente es el resultado central.
- Calcule el número de Reynolds de cada corrida y decida, con un criterio explícito, qué puntos están dentro del régimen de validez del modelo.
- Con los puntos válidos, determine η y compárela con el valor tabulado a la temperatura medida.

Preguntas para pensar

- ¿Qué exponente predice el modelo? ¿Su valor medido es compatible dentro de la incerteza del ajuste?
- Si incluye las esferas más grandes, ¿cambia el exponente ajustado? ¿Qué le sugiere eso?
- Las paredes de la probeta no están infinitamente lejos de la esfera. ¿A qué esferas afectaría más ese efecto, y con qué signo?
- La viscosidad depende fuertemente de la temperatura. Estime cuánto cambia η por cada grado y discuta si eso explica discrepancias entre corridas o entre grupos.

10. Plano inclinado con rozamiento

Objetivo

Medir la aceleración de un cuerpo que desliza por un plano inclinado en función del ángulo y contrastar contra

$$a = g\,(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)\,,$$

determinando simultáneamente g y el coeficiente de rozamiento dinámico μ_k. El modelo es falsable de forma directa: si μ_k dependiera de la velocidad o de la fuerza normal, la linealización dejaría de ser una recta.

Qué medir y con qué

- Posición vs tiempo del cuerpo: **motion sensor** ultrasónico, o **cebra** atravesando un **photogate**, o filmación y **Tracker**.
- Ángulo de inclinación: medir la **altura** y la **base** con **cinta métrica** y calcularlo, en lugar de usar transportador. Propague la incerteza a θ.
- Masa del cuerpo: **balanza**. Repita con dos o tres masas distintas.
- Ángulo de desprendimiento (aquel en que el cuerpo empieza a moverse por sí solo): mismo procedimiento geométrico.

Análisis propuesto

- Para cada ángulo, ajuste $x(t)$ con un polinomio cuadrático y extraiga a con su incerteza.
- Represente $a/\cos\theta$ vs $\tan\theta$: el modelo predice una recta. Ajústela y obtenga g de la pendiente y μ_k de la ordenada al origen.
- Repita la medición de a a un ángulo fijo con distintas masas y represente a vs m.
- A partir del ángulo de desprendimiento obtenga μ_s y compárelo con μ_k.

Preguntas para pensar

- El modelo predice que a no depende de la masa. ¿Lo verifican sus datos? ¿Con qué precisión podría detectar una dependencia si existiera?
- ¿Por qué los puntos cerca del ángulo de desprendimiento tienen mucha más incerteza? ¿Debería pesarlos distinto en el ajuste?
- ¿Es μ_s mayor que μ_k de manera estadísticamente significativa, o la diferencia es compatible con cero?
- ¿Observa curvatura en la representación linealizada? ¿Qué implicaría sobre la hipótesis de μ_k constante?

11. Período del péndulo simple en función de la longitud

Objetivo

Medir el período de un péndulo simple para una decena de longitudes y contrastar contra el modelo de pequeñas oscilaciones, en su forma linealizada

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L.$$

El objetivo incluye decidir, con criterios cuantitativos, si el ajuste requiere o no una ordenada al origen, y qué significa físicamente que la requiera.

Qué medir y con qué

- Período: **photogate** y sensordaq en la posición de equilibrio.
- Longitud del péndulo: **cinta métrica**. Documente con precisión entre qué dos puntos la mide.
- Diámetro de la masa: **calibre**.
- Al menos ocho a diez longitudes cubriendo un factor cinco en L; amplitudes menores a $5°$.

Análisis propuesto

- Represente T^2 vs L y ajuste *dos* modelos: la recta que pasa por el origen, y la recta con ordenada al origen libre.
- Compare ambos ajustes por χ^2 reducido, p-valor y, sobre todo, por la estructura de los residuos.
- Obtenga g de cada uno de los dos ajustes y compare ambos valores con el tabulado.
- Construya el presupuesto de errores: ¿cuánto de la incerteza de g viene de T y cuánto de L?

Preguntas para pensar

- Si la ordenada al origen resulta distinta de cero de manera significativa, ¿qué magnitud física podría representar? Proponga una interpretación y verifíquela midiendo esa magnitud de forma independiente con el calibre.
- Al forzar el ajuste por el origen, ¿qué le pasa a g? ¿Y a los residuos? ¿Cuál de las dos señales es más sensible al problema?
- ¿Por qué el error de g queda dominado por L y no por T en este experimento? ¿Era así también cuando medían el período con cronómetro?
- ¿Cómo propaga correctamente la incerteza de L al hacer el ajuste de T^2 vs L?

12. Velocidad de vaciado de un recipiente

Objetivo

Medir la altura de líquido $h(t)$ en un recipiente cilíndrico que se vacía por un orificio en el fondo, y contrastar contra el modelo que surge de conservar la energía mecánica del fluido:

$$h(t) = \left(\sqrt{h_0} - \frac{C_d\, a}{A} \sqrt{\frac{g}{2}}\, t \right)^2 ,$$

con a el área del orificio, A la de la base y C_d un coeficiente adimensional (coeficiente de descarga) que es el único parámetro libre. Determinar C_d y decidir si es compatible con el valor ideal $C_d = 1$ que predice el modelo sin correcciones.

Qué medir y con qué

- Altura de líquido vs tiempo: regla adherida a la pared del recipiente, filmada con **celular** y digitalizada con **Tracker**; alternativamente **cronómetro** midiendo el paso por marcas fijas.
- Diámetro del orificio y diámetro interno del recipiente: **calibre**.
- Use dos o tres orificios de distinto diámetro.

Análisis propuesto

- Represente $\sqrt{h}$ vs t: el modelo predice una recta. Ajústela y obtenga C_d de la pendiente.
- Examine los residuos, con atención especial al final del vaciado. Defina y justifique un criterio para excluir puntos, si decide hacerlo.
- Represente el tiempo total de vaciado vs el área del orificio en escala log–log y ajuste el exponente. Compárelo con el que predice el modelo.
- Verifique si C_d obtenido con distintos orificios es el mismo dentro de las incertezas.

Preguntas para pensar

- ¿Qué valor de C_d predice el modelo si el chorro saliera con la sección completa del orificio? ¿Qué está midiendo entonces cuando obtiene otro valor?
- ¿Cambia C_d si en lugar de un agujero en pared delgada usa un tubo corto de salida? ¿Por qué?
- ¿Qué ocurre en los últimos centímetros del vaciado? ¿Es un problema de medición o una falla del modelo?
- ¿Qué hipótesis del modelo se rompería si el recipiente no tuviera sección constante?

13. Gravedad local por caída libre con cebra y photogate

Objetivo

Dejar caer una "cebra" (regla con bandas opacas equiespaciadas) a través de un photogate y reconstruir el movimiento a partir de los tiempos de bloqueo del haz. Contrastar contra el modelo de aceleración constante,

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} g\, t^2, \qquad v(t) = v_0 + g\, t,$$

y determinar g. El objetivo adicional es comparar esta técnica con la determinación por video (práctica 5), que tiene un presupuesto de errores completamente distinto.

Qué medir y con qué

- Tiempos de bloqueo y desbloqueo del haz: **photogate** y placa sensordaq.
- Paso real de las bandas de la cebra: **calibre**. No use el valor nominal sin verificarlo: esta medición fija la exactitud de todo el resultado.
- Repita entre 10 y 20 caídas para poder separar dispersión estadística de sesgo.

Análisis propuesto

- Reconstruya la posición acumulada y_n y el instante t_n de cada banda, y ajuste el polinomio cuadrático $y(t)$.
- Alternativamente, asigne a cada intervalo una velocidad media y el instante medio correspondiente, represente v vs t y ajuste una recta.
- Compare los valores de g y las incertezas que arrojan ambos caminos. Discuta cuál es preferible y por qué.
- Represente la distribución de los g obtenidos en las distintas caídas y compare su dispersión con la incerteza de un ajuste individual.

Preguntas para pensar

- El photogate conmuta cuando la intensidad del haz cruza un umbral. ¿Coincide el ancho de banda que "ve" el sensor con el ancho geométrico medido con calibre? ¿Cómo lo verificaría?
- Si existiera un corrimiento constante en todos los intervalos medidos, ¿cómo afectaría al ajuste de v vs t? ¿Y al de y vs t? ¿Son igualmente vulnerables?
- ¿La dispersión entre caídas es compatible con la incerteza de cada ajuste individual? Si no lo es, ¿qué está faltando en su modelo de errores?
- Compare su resultado con el obtenido por video. ¿Cuál es más preciso? ¿Cuál es más exacto? ¿Son la misma pregunta?

14. Período del péndulo a amplitud arbitraria

Objetivo

Medir el período de un péndulo en función de la amplitud angular inicial θ_0, llevándola mucho más allá del régimen de pequeñas oscilaciones, y contrastar contra el desarrollo exacto

$$T(\theta_0) = T_0 \left[1 + \frac{1}{16}\theta_0^2 + \frac{11}{3072}\theta_0^4 + \cdots\right], \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{L/g}.$$

Lo que se pone a prueba no es sólo que T crezca con la amplitud, sino que el coeficiente del término cuadrático sea el que predice la teoría: un número puro, sin ningún parámetro ajustable detrás.

Qué medir y con qué

- Período de oscilaciones individuales: **photogate** y sensordaq, registrando cada período por separado y no un promedio.
- Amplitud inicial: mida con **cinta métrica** el desplazamiento horizontal del punto de liberación y conviértalo a ángulo; es más preciso que un transportador. Propague la incerteza a θ_0.
- Longitud del péndulo: **cinta métrica**. Use un péndulo rígido (varilla), no un hilo.
- Lleve θ_0 hasta al menos 60°, con no menos de diez amplitudes distintas.

Análisis propuesto

- Determine T_0 por extrapolación a amplitud nula, o midiéndolo a la menor amplitud accesible.
- Represente $T/T_0 - 1$ vs θ_0^2 (con θ_0 en radianes): el modelo a segundo orden predice una recta por el origen de pendiente conocida. Ajústela y compare la pendiente con el valor teórico.
- Agregue el término de cuarto orden y decida, con χ^2 y con las incertezas de los parámetros, si los datos justifican incluirlo.
- Grafique los residuos del ajuste de segundo orden vs θ_0.

Preguntas para pensar

- ¿A partir de qué amplitud el apartamiento respecto de T_0 supera a su incerteza de medición? Responda con un número.
- El péndulo se amortigua mientras ustedes miden. Entonces, ¿a qué amplitud corresponde el período que registran? ¿Qué criterio adoptan?
- En las prácticas anteriores promediar muchas oscilaciones reducía el error. ¿Conviene hacerlo acá? Justifique.
- ¿Por qué se pide usar una varilla rígida y no un hilo?

15. Rodadura sin deslizamiento en plano inclinado

Objetivo

Medir la aceleración del centro de masa de distintos cuerpos que ruedan sin deslizar por un plano inclinado y contrastar contra

$$a = \frac{g \sin\theta}{1+\beta}, \qquad \beta = \frac{I_{\mathrm{cm}}}{MR^2},$$

donde β depende sólo de la geometría del cuerpo. El objetivo es determinar β experimentalmente para cada cuerpo y compararlo con el valor que predice el cálculo del momento de inercia: una medición indirecta de momentos de inercia hecha con un cronómetro.

Qué medir y con qué

- Posición vs tiempo del cuerpo que rueda: **motion sensor** ultrasónico, **photogates** sucesivos, o filmación y **Tracker**.
- Ángulo: **cinta métrica** midiendo altura y base.
- Masa y radio de cada cuerpo: **balanza** y **calibre**.
- Al menos tres geometrías distintas (esfera maciza, cilindro macizo, aro o cilindro hueco) y, de ser posible, dos tamaños de la misma geometría.

Análisis propuesto

- Para cada cuerpo y cada ángulo, ajuste $x(t)$ con un polinomio cuadrático y extraiga a.
- Represente a vs $\sin\theta$ para cada cuerpo y ajuste una recta; el modelo predice que pasa por el origen. Obtenga β de la pendiente, usando el g que determinaron en otra práctica o el tabulado.
- Compare los β medidos con los calculados a partir de la geometría de cada cuerpo.
- Repita el ajuste permitiendo ordenada al origen libre y decida con el χ^2 si los datos la justifican.

Preguntas para pensar

- El modelo predice que a no depende ni de la masa ni del radio del cuerpo, sólo de su geometría. Diseñe y realice una medición que ponga a prueba esa afirmación directamente.
- A ángulos grandes, ¿se mantiene la condición de rodadura sin deslizamiento? ¿Qué signo tendría el apartamiento respecto del modelo si el cuerpo empezara a deslizar?
- ¿Qué cuerpo espera que deslice primero al aumentar el ángulo? Justifique a partir del modelo antes de medirlo.
- Si el ajuste arroja una ordenada al origen pequeña pero significativa, ¿qué efecto físico ausente en el modelo podría explicarla?

16. Máquina de Atwood

Objetivo

Medir la aceleración de dos masas unidas por un hilo que pasa por una polea, variando la diferencia de masas a masa total constante, y contrastar contra

$$a = \frac{(m_1 - m_2)\, g}{m_1 + m_2 + I/R^2},$$

donde I es el momento de inercia de la polea. El objetivo central es decidir, con los datos, si el término I/R^2 es necesario para describirlos, y qué sesgo se comete en g al ignorarlo.

Qué medir y con qué

- Aceleración: **motion sensor** ultrasónico bajo una de las masas, o **photogate** sobre la polea ranurada.
- Masas: **balanza** de precisión. Trabaje transfiriendo pesas pequeñas de un lado al otro, de modo que $m_1 + m_2$ permanezca constante.
- Radio de la polea y su masa: **calibre** y **balanza**, para estimar I geométricamente de forma independiente.

Análisis propuesto

- Para cada configuración, ajuste $x(t)$ y extraiga a con su incerteza.
- Represente a vs $\Delta m = m_1 - m_2$ a masa total constante. El modelo predice una recta por el origen; ajústela.
- Ajuste tres modelos anidados: (i) sin polea, con g libre; (ii) con polea, con g e I libres; (iii) con polea y un término constante que represente la fricción del eje. Compare por χ^2 y p-valor.
- Compare el I ajustado con el estimado geométricamente para un disco.

Preguntas para pensar

- Si ajusta ignorando la polea, ¿el g que obtiene sale alto o bajo? Prediga el signo del sesgo *antes* de hacer el ajuste, razonando sobre el modelo.
- ¿El sesgo en g es mayor o menor que su incerteza estadística? ¿Qué le dice eso sobre la diferencia entre precisión y exactitud?
- Para diferencias de masa muy pequeñas, ¿el sistema arranca? ¿Qué información le da el valor de Δm umbral?
- ¿Son los tres modelos distinguibles con sus datos, o alguno es indistinguible de otro? ¿Cómo lo decide?

17. Coeficiente de restitución por el audio de los rebotes

Objetivo

Dejar caer una pelota sobre una superficie rígida, grabar el sonido de los impactos sucesivos y medir el coeficiente de restitución $e = v_{\text{salida}}/v_{\text{entrada}}$. Si e es una constante del par pelota–superficie, el modelo predice que los intervalos entre impactos forman una progresión geométrica:

$$\Delta t_n = \Delta t_1 \, e^{\,n-1} \quad \Longrightarrow \quad \ln \Delta t_n = \ln \Delta t_1 + (n-1) \ln e.$$

Una sola grabación de pocos segundos entrega entre veinte y cuarenta puntos, de modo que el ajuste tiene mucho poder estadístico. El objetivo es decidir si la hipótesis de e constante sobrevive a ese escrutinio.

Qué medir y con qué

- Instantes de los impactos: grabación de audio con el **celular**, procesada con **Audacity** o un script de Python para detectar los picos. A 44.1 kHz la resolución temporal es de unos 0.02 ms.
- Altura inicial de caída: **cinta métrica** o regla.
- Opcionalmente, alturas de los primeros rebotes: filmación y **Tracker**, como verificación independiente.
- Use pelotas de al menos dos materiales distintos sobre la misma superficie.

Análisis propuesto

- Extraiga los tiempos de impacto y construya los intervalos Δt_n.
- Represente $\ln \Delta t_n$ vs n y ajuste una recta; obtenga e de la pendiente.
- Grafique los residuos vs n con escala suficiente para verlos. Reporte el R^2, el χ^2 reducido y el p-valor.
- Verifique de forma independiente la predicción $h_n = e^{2n} h_0$ con las alturas medidas por video, y el tiempo total de rebotes predicho por el modelo.

Preguntas para pensar

- ¿Qué R^2 obtuvo? ¿Y qué p-valor? Si ambos apuntan en direcciones distintas, ¿a cuál le cree y por qué?
- ¿Hay estructura en los residuos? Si la hay, ¿es compatible con que e dependa de la velocidad de impacto? ¿Cómo lo testearía?
- El modelo predice que la pelota realiza infinitos rebotes en tiempo finito. ¿Es eso compatible con lo que escucha al final de la grabación?
- Los últimos rebotes se solapan y el modelo deja de aplicarse. Defina un criterio explícito para excluirlos y discuta cuánto cambia e según dónde corte.