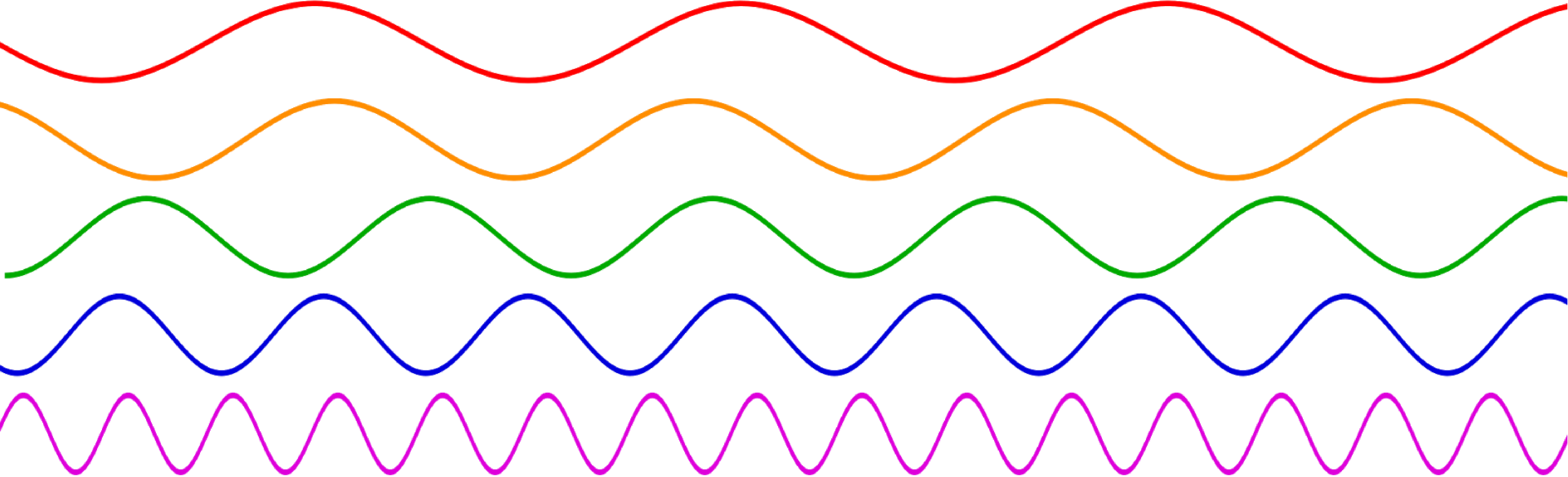


Ondas estacionarias en cuerdas

Cronograma

Fecha	Etapa	Módulo	Tema	Entrega informe
19/3	1ra	**Instrumental**	Presentación de la materia. Seguridad en laboratorio. Uso del osciloscopio, multímetro y generador de funciones.	

26/03	2da	**Ondas de presión**	Caracterización temporal de la onda	23/04
9/04			Caracterización espacial de la onda	
16/04			Interferencia (Experiencia de Young)	

23/04	3ra	**Ondas estacionarias**	Ondas transversales (Cuerdas)	7/05
30/04			Ondas longitudinales (Tubo de Kundt)	

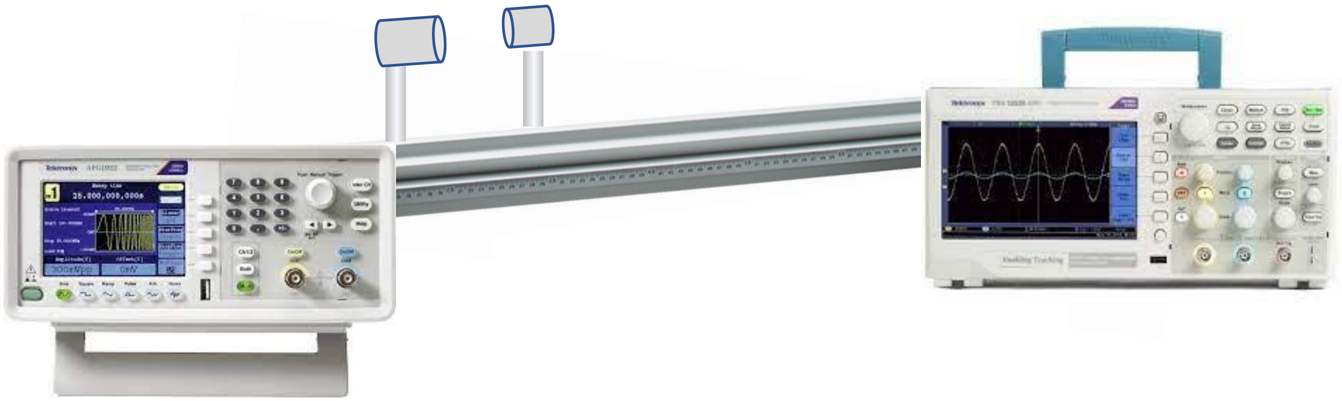
7/05	Clase de recuperación y consulta
14/05	Parcial oral

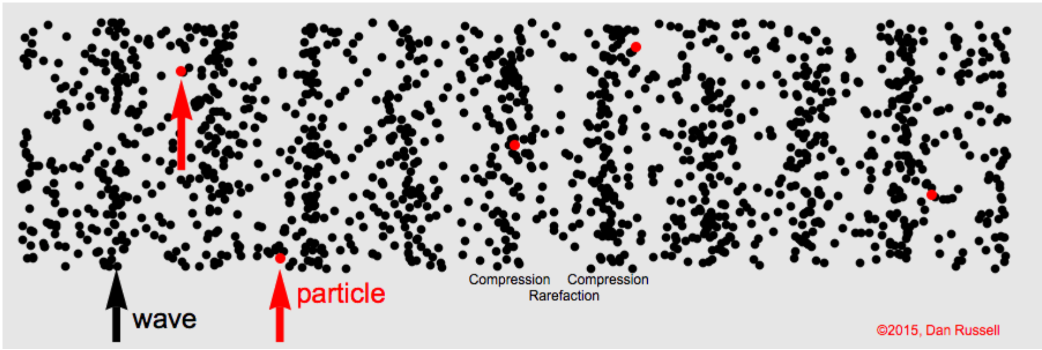
21/05	4ta	**Ondas electromagnéticas**	Caracterización de un diodo laser. Estabilidad, perfil del haz. Trasmitancia, Polarización (Ley de Malus).	28/05
28/05			Difracción por ranura y filamento	11/06
4/06			Redes de difracción, Espectroscopia del Na.	
11/06			Interferómetro de Michelson	25/06
18/06			Bi-prisma de Fresnel	

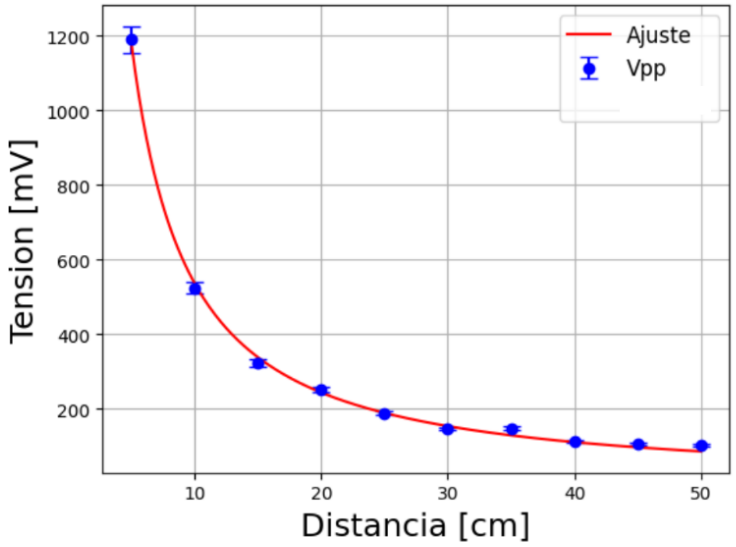
25/06	Clase de recuperación y consulta

2/07	Presentación oral

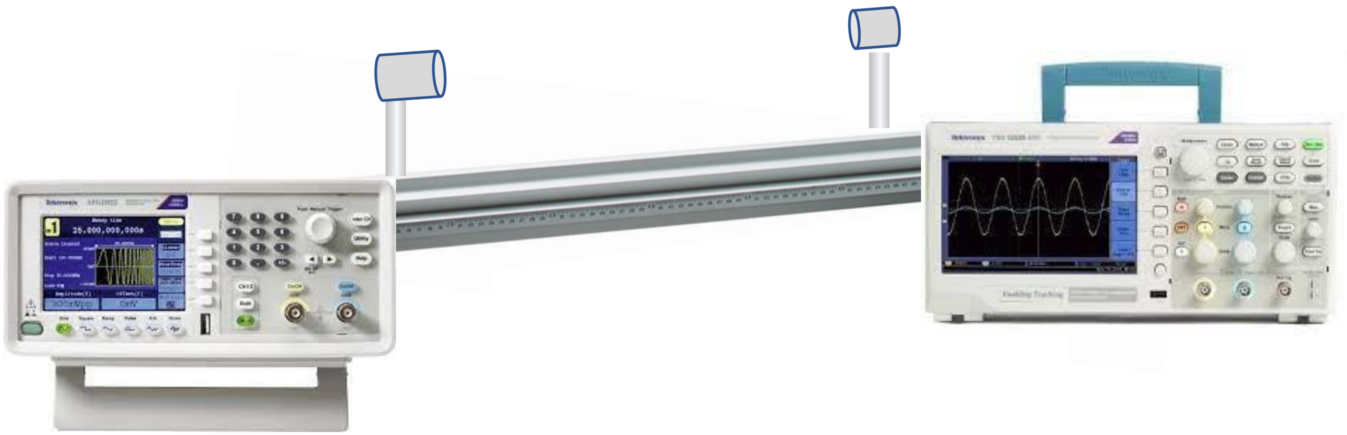
En las clases pasadas

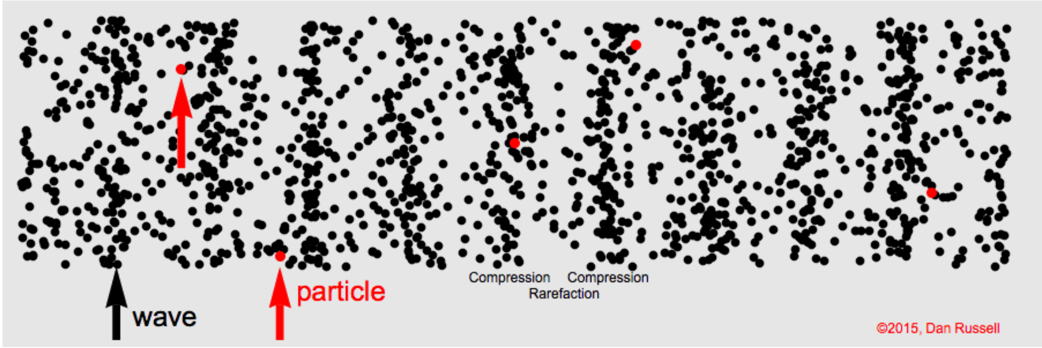


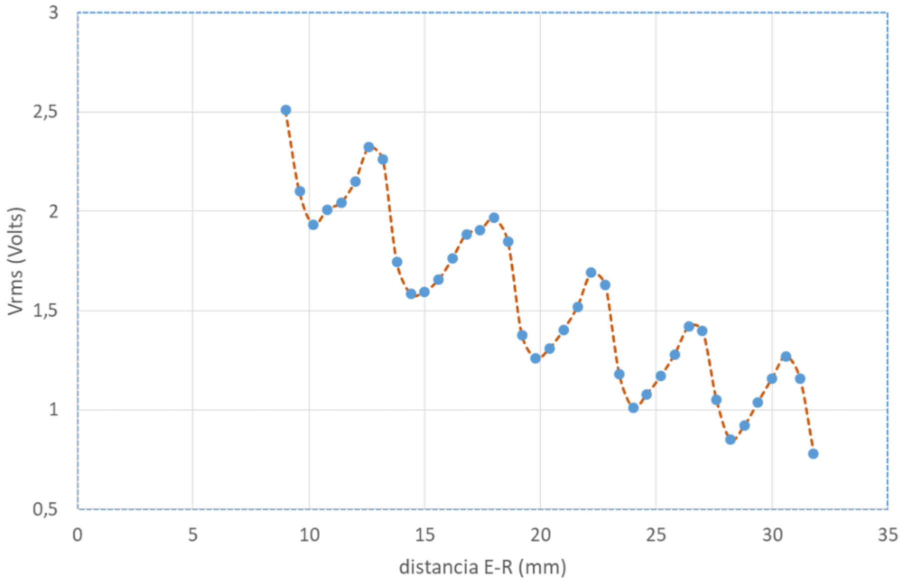


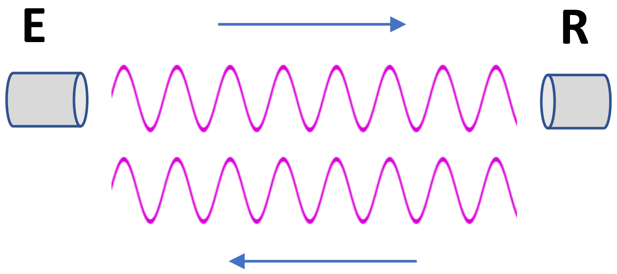


En las clases pasadas



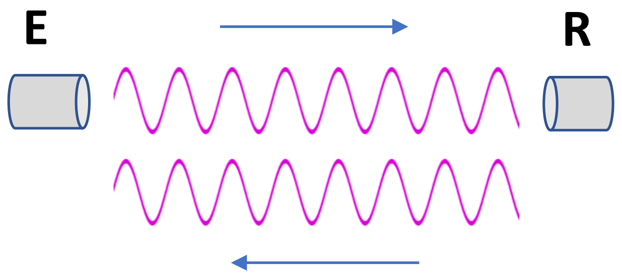






Múltiples reflexiones producen una onda estacionaria

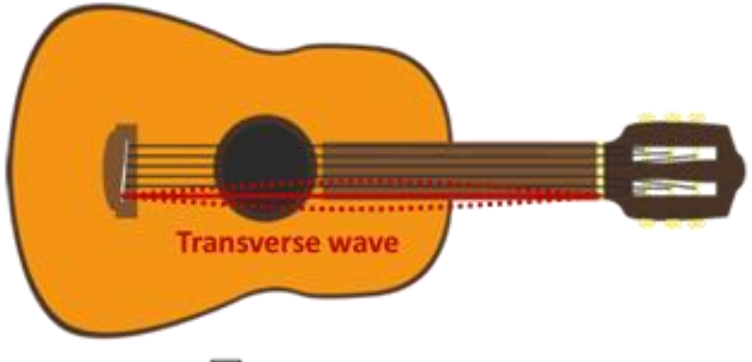
Ondas estacionarias



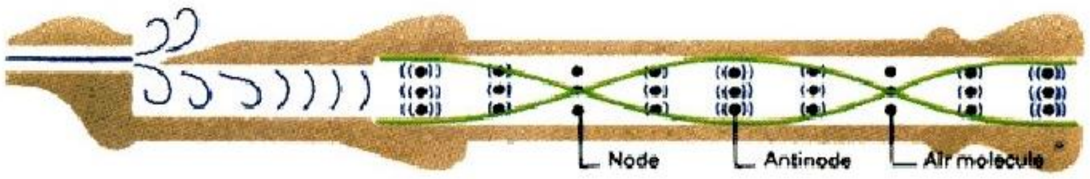
Múltiples reflexiones producen una onda estacionaria

Si las ondas están confinadas espacialmente se producen reflexiones en ambos extremos. Esas ondas **se superponen e interfieren**.
Hay ciertas frecuencias para las cuales esta superposición lleva a una configuración de vibración estacionaria (***Ondas estacionarias***).

Ondas en cuerdas de guitarra
Ondas mecánicas **transversales** estacionarias

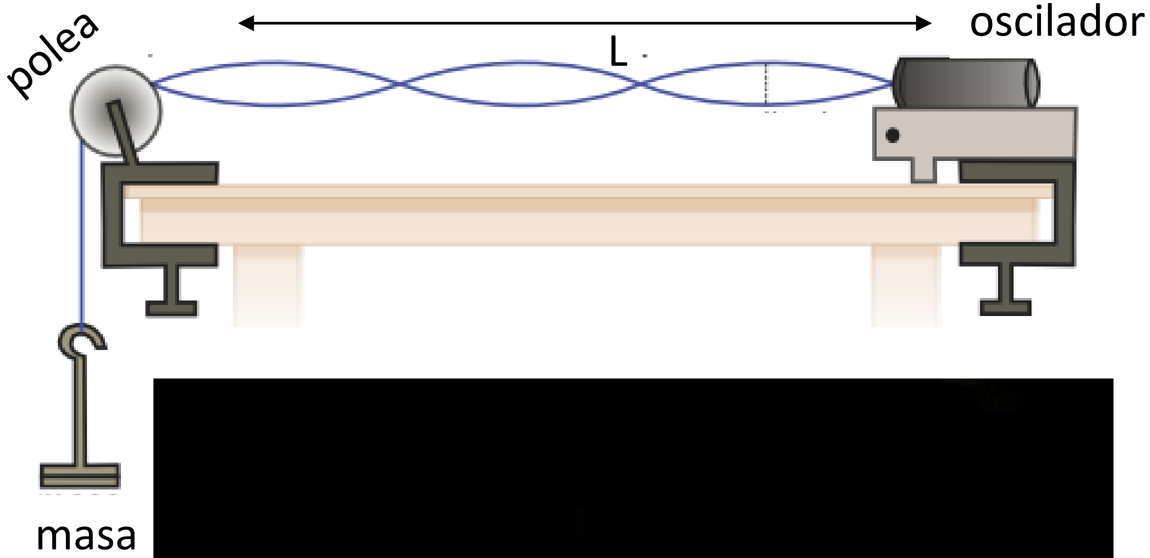


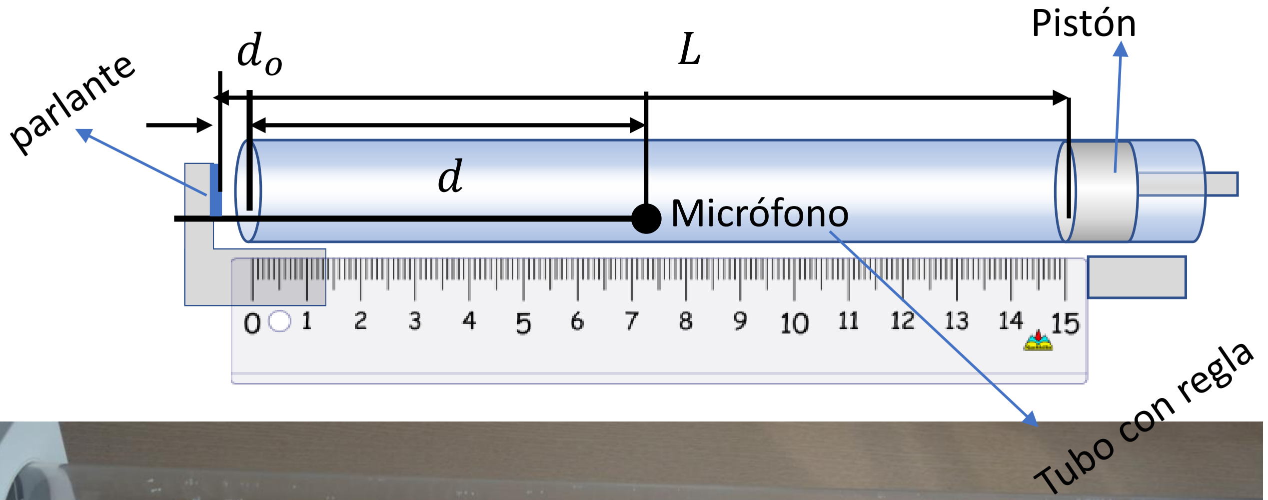
Ondas instrumentos de viento
Ondas mecánicas **longitudinales** estacionarias

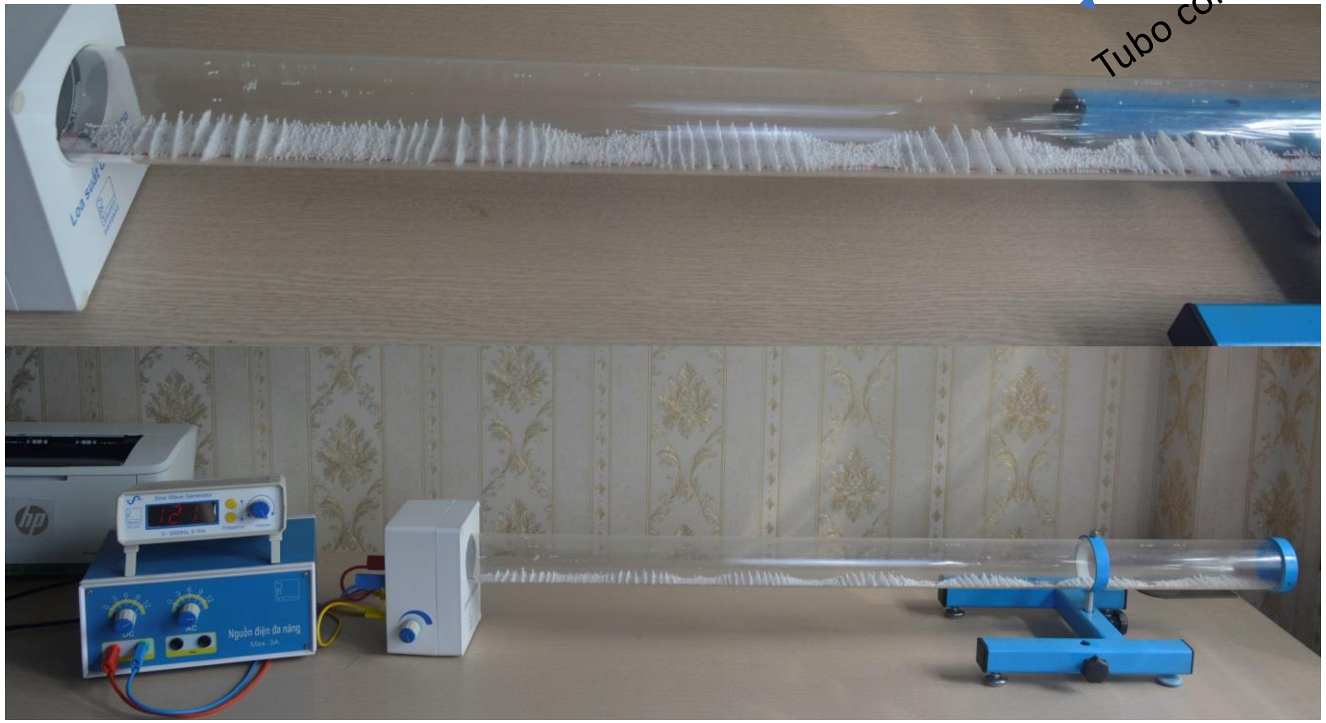


Ondas estacionarias en tubos (Kundt) y cuerdas

Ondas estacionarias en cuerdas







Un poco de teoría, soluciones de la ecuación de ondas

Ecuación de ondas 1D

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

v: velocidad de propagación depende del medio en que viaje la onda

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ T tensión de la cuerda
μ densidad lineal de la cuerda [kg /m]

<u>Soluciones</u>

Cualquier combinación de $f(x + vt), \quad g(x - vt)$

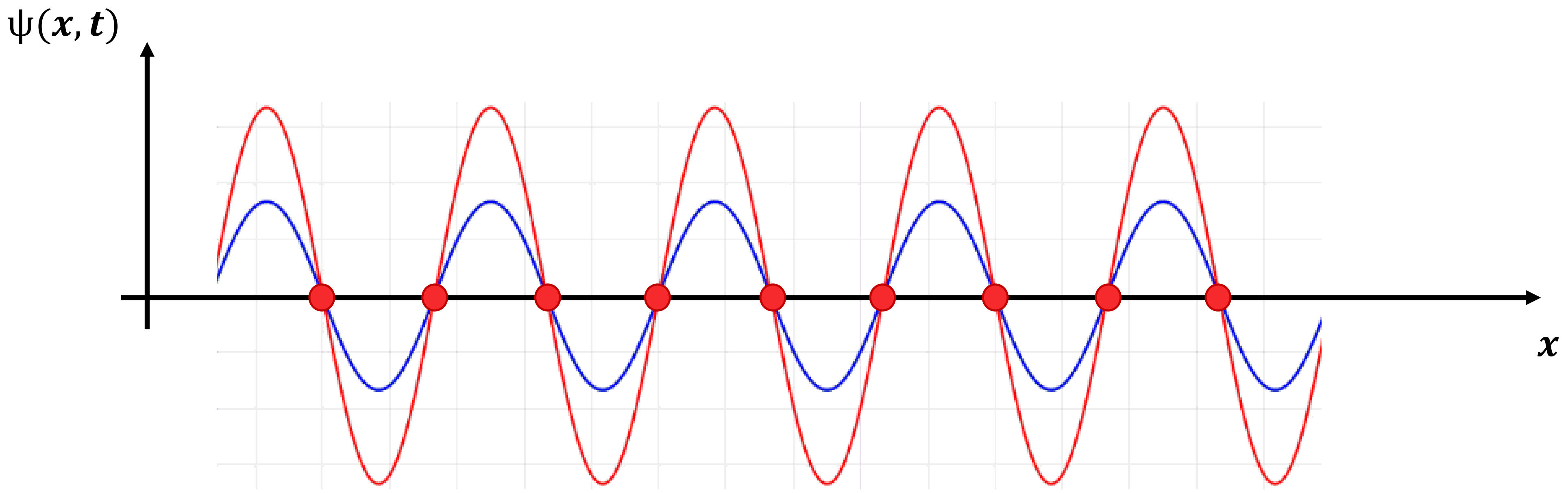
En particular, las más sencillas son las ondas armónicas

$$\psi(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \varphi) = A\ \cos(k\ (x - vt) + \varphi)$$

$$\psi(x,t) = A\cos(kx + \omega t + \varphi) = A\ \cos(k\ (x + vt) + \varphi)$$

$\omega = v\ k$ **relación de dispersión**

Dos ondas (de igual frecuencia y amplitud) que se propagan en distintas direcciones interfieren para formar una onda estacionaria



Onda que se propaga hacia la izquierda
$\psi_1 = A\,cos(kx + \omega t + C)$

Onda que se propaga hacia la derecha
$\psi_2 = A\,cos(kx - \omega t + B)$

Onda estacionaria
$\psi_3 = \psi_1 + \psi_2$
$\psi = 2A cos(kx + \varphi)\cos(\omega t + \phi)$

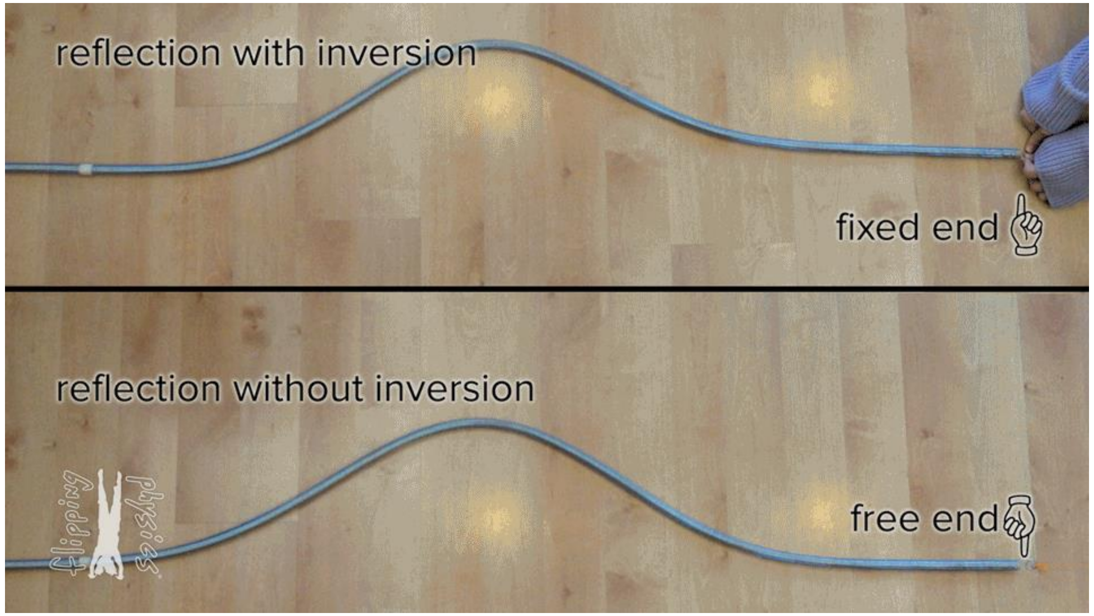
Relación de dispersión
$\boldsymbol{\omega = v\,k}$
$\boldsymbol{v}$**: velocidad de fase**

Nodos de desplazamiento: las moléculas o átomos no se mueven en ese lugar.

Ondas estacionarias en medios confinados: condiciones de borde

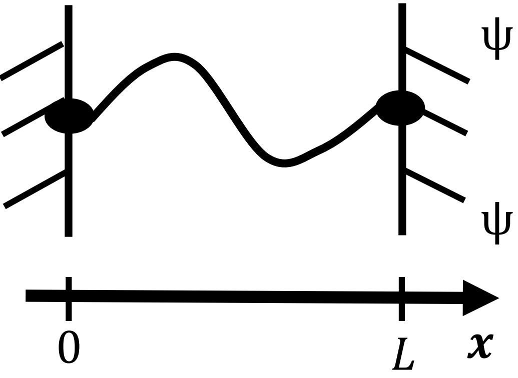
Condiciones de borde

- **extremo fijo/cerrado** → $\psi\,(x_o, t) = 0$
- **extremo libre/abierto** → $\left.\dfrac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}\right|_{x_o} = 0$



Extremos fijo-fijo

$\psi(x,t) = A cos(kx+\varphi)\cos(\omega t+\phi)$ → Modo normal



$\psi(0,t) = 0$ $\quad A cos(\varphi)\cos(\omega t+\phi) = 0 \rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$

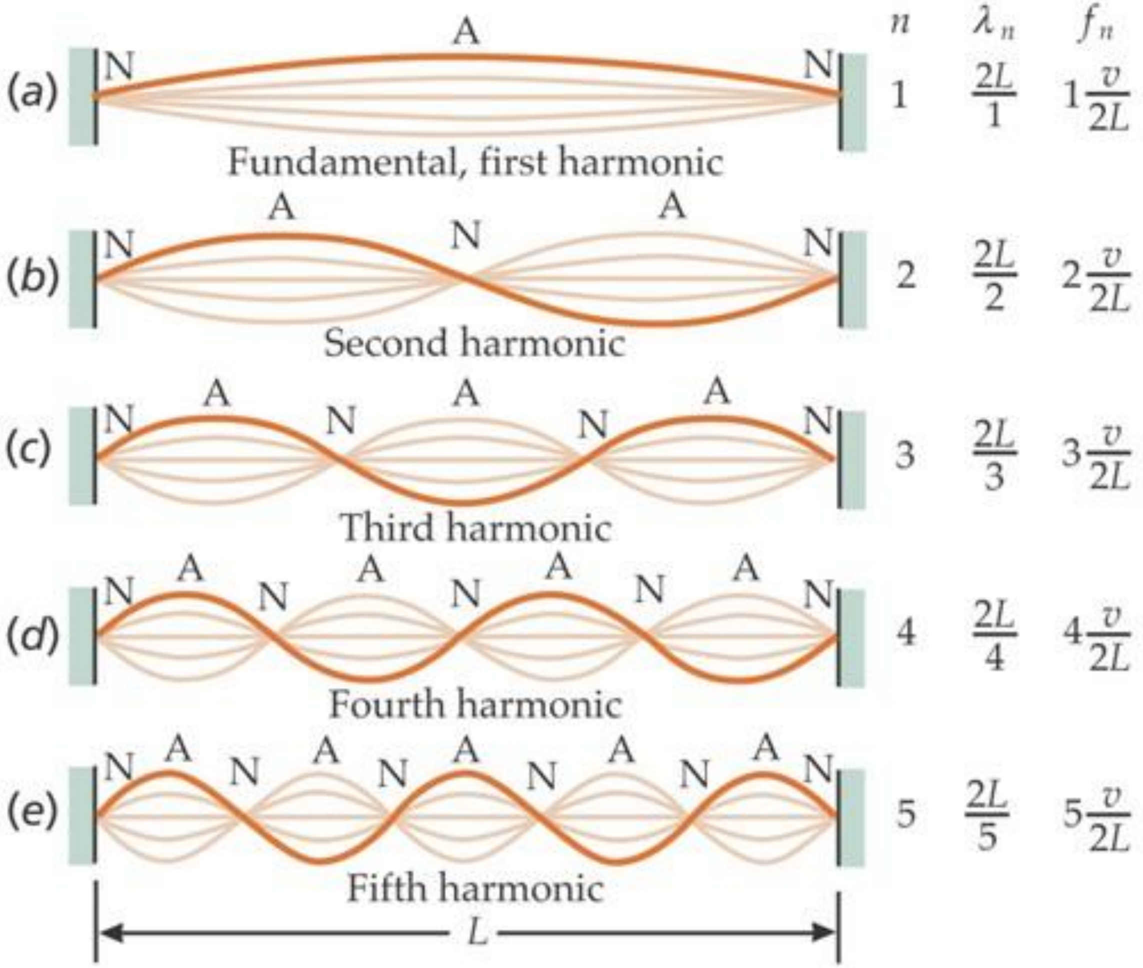
$\psi(L,t) = 0$ $\quad A cos(kL+\varphi)\cos(\omega t+\phi) = 0 \rightarrow \sin(kL) = 0 \rightarrow kL = m\pi, \qquad m = 1,2,3 \ldots$

$$k_m = \frac{m\pi}{L} \quad \rightarrow \quad \lambda_m = \frac{2L}{m} \quad \rightarrow \quad f_m = \frac{m\,v}{2L}$$

$$\psi(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m\, sin(k_m x)\cos(\omega_m t+\phi_m)$$

Cuerda: extremos fijo-fijo

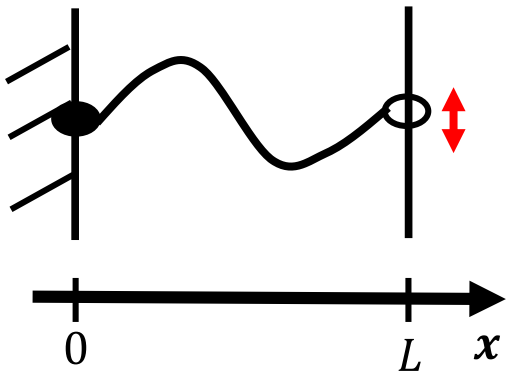
extremo fijo-fijo



Cuerda: extremos fijo-forzado

Otra condición de borde: Extremo forzado

$\psi(x,t) = A\sin(kx)\cos(\omega t) \rightarrow$ *La cuerda oscila a la frecuencia del forzante.*



$$\left.\begin{aligned} &\psi(0,t) = 0 \\ &\psi(L,t) = C\cos(\omega t) \rightarrow A\sin(kL) = C \end{aligned}\right\} \quad \psi(x,t) = \frac{C}{\sin(kL)} \sin(kx)\cos(\omega t)$$

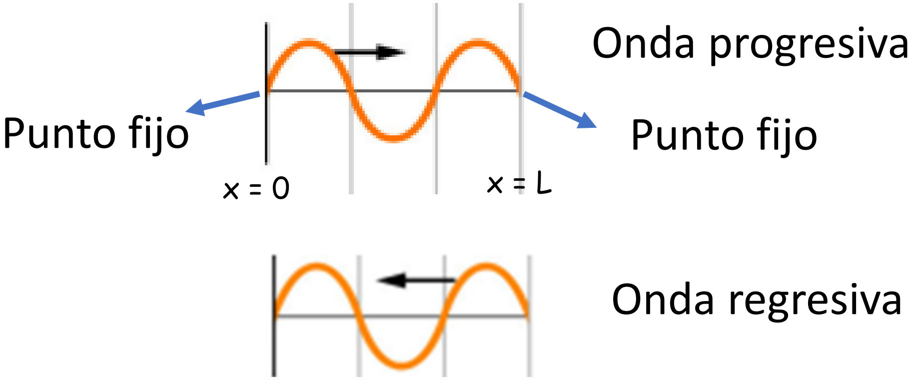
- *Cuando* $\omega = \omega_m$

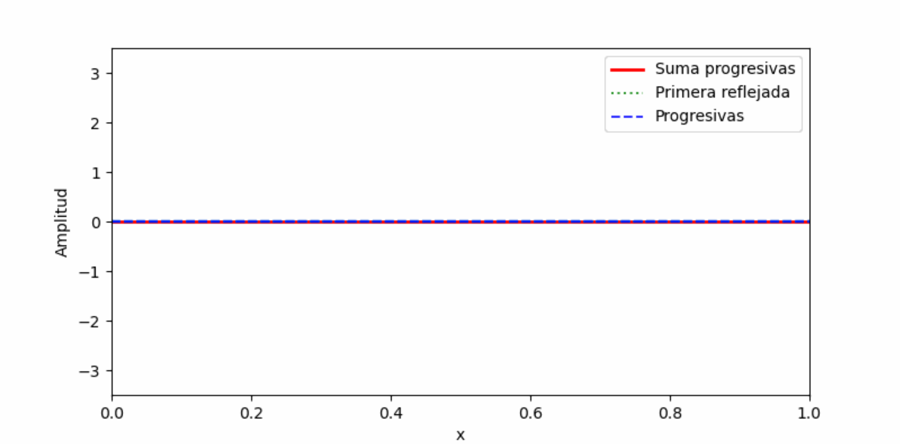
$\sin(k_m L) = \sin(m\pi) = 0$ $\qquad k_m = \dfrac{m\pi}{L} \Leftrightarrow \omega_m = v\, k_m$

$\dfrac{C}{\sin\left(\dfrac{\omega L}{v}\right)} \gg C \Rightarrow$ La amplitud del forzante es despreciable respecto a la amplitud de la onda → considero al extremo forzado como nodo.

¿Qué pasa si forzamos con una frecuencia que no es de un modo?

Suma de ondas





En general, debido al tiempo de viaje, la nueva onda progresiva no estará en fase con la original.

Con los sucesivos rebotes, se generará una secuencia de ondas con una diferencia de fase, $\Delta\varphi$, fija e igual entre dos ondas sucesivas, es decir, se tiene el caso de varias ondas de igual amplitud pero distinta fase, de la forma

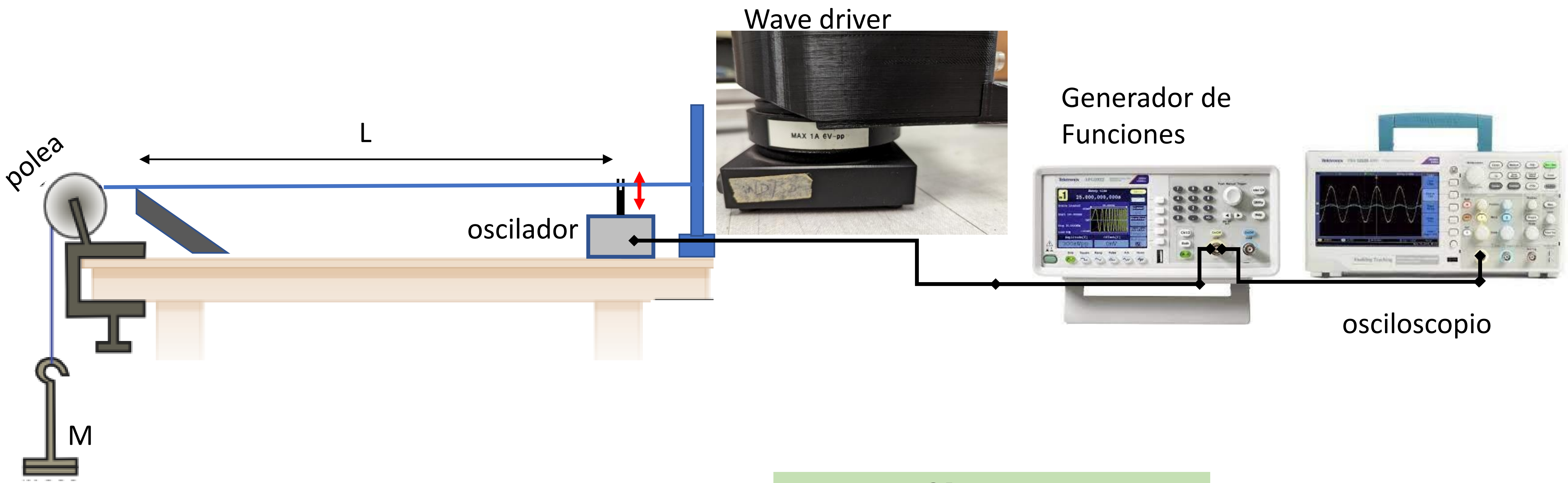
$$y_i = A\cos(kx - \omega t + \varphi_0 + i\Delta\varphi)$$

La perturbación total progresiva es

$$y_{total} = A\sum \cos(kx - \omega t + \varphi_0 + i\Delta\varphi)$$

La suma de ondas con defasaje aleatorio tiende a cero para una cantidad suficiente de ondas. La única manera que no se anule la suma es que la diferencia de fase sea cero. Esto se logra para algunas relaciones entre la longitud de onda y el largo L de la cuerda, que son precisamente las condiciones bajo las cuales aparecen los modos normales.

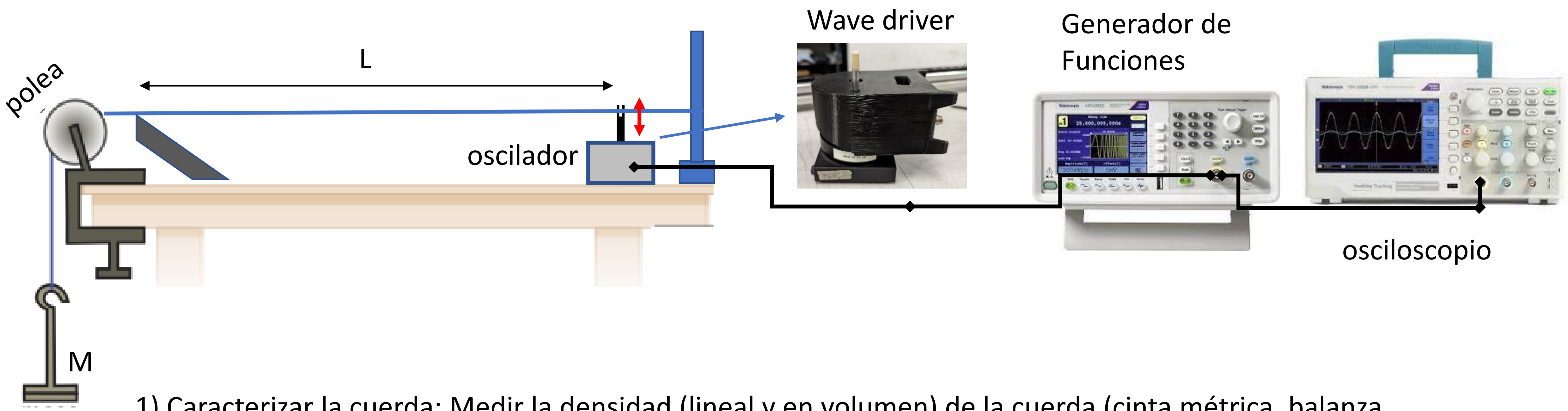
Esquema experimental en cuerdas



$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \quad \rightarrow \quad f_m = \frac{m\,v}{2L}$$

- Cuerda paralela a la mesa.
- Tensiones que no rompan la hipótesis de cuerda inextensible.
- Largo de la cuerda de al menos 1 m.

Experimento: ondas estacionarias en cuerdas



1) Caracterizar la cuerda: Medir la densidad (lineal y en volumen) de la cuerda (cinta métrica, balanza, micrómetro)

2) Fijar una tensión de la cuerda

$$f_m = \frac{m\,v}{2L}$$

- Observar al menos 5 modos normales. Registrar sus frecuencias
- Calcular la velocidad de propagación usando la relación de dispersión ($v = \lambda_n f_n$)

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

- Comparar con la velocidad de propagación del modelo ($v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$).

3) Repetir para 5 tensiones de la cuerda. Hacer un gráfico de la velocidad al cuadrado obtenida mediante la relación de dispersión en función de la tensión aplicada. La pendiente debe ser $1/\mu$.

4) Repetir para otra cuerda de distinta densidad.

¿ PREGUNTAS ?

Experiencia con dos cuerdas

Experiencia con dos cuerdas

Misma f y T, pero pueden estar en distintos modos.

$$f_m = \frac{v\,m}{2L} \quad \rightarrow \quad f = \frac{v_1 m_1}{2L_1} = \frac{v_2 m_2}{2L_2} \quad \rightarrow \quad \frac{v_1 m_1}{v_2 m_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{\lambda_{1m} m_1}{\lambda_{2m} m_2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = \frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}}}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$