LABORATORIO 4

Gabriela Pasquini

Susceptibilidad y permeabilidad alterna

Definiciones y significado físico:

Permeabilidad y susceptibilidad:

Si un cuerpo es sometido a un campo magnético externo (o aplicado) $\boldsymbol{H}$, el campo total $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ será el resultante de las corrientes externas (que generan el campo aplicado) y la distribución de corrientes en el material. La diferenciación de los campos $\boldsymbol{H}$ (aplicado) y $\boldsymbol{B}$ (total) obedece en parte a razones históricas, pero también a una cuestión práctica: se conocen y se pueden regular las corrientes externas (que generan $\boldsymbol{H}$) pero en muchos casos se desconocen y no se manejan las corrientes internas o inducidas. Estas corrientes pueden ser de volumen o superficiales, microscópicas (generada a partir de la distribución de spines o de orbitales localizados) o macroscópicas, (como las inducidas en materiales conductores y superconductores).

En cualquier caso, puede definirse la magnetización (promedio) a partir del momento magnético $\boldsymbol{m}$ generado por las corrientes internas $\langle \boldsymbol{M} \rangle = \frac{\boldsymbol{m}}{V}$. .

Para simplificar el problema, vamos a considerar casos en los cuales, en las regiones de interés $\boldsymbol{H_0}$ (el campo $\boldsymbol{H}$ sin muestra) es homogéneo (no depende de la posición). Bajo esta suposición, $\boldsymbol{H_0}$ es fácil de conocer: puede calcularse a partir de las distribución de corrientes externas, o a partir de una calibración (midiendo en algún punto $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H_0}$ en función de las corrientes externas en ausencia de muestra).

El campo $\boldsymbol{B}$ total dependerá de las propiedades intrínsecas del material y de la geometría del experimento, que determina las condiciones de contorno de campos y corrientes. A pesar de que apliquemos un campo $\boldsymbol{H_0}$ homogéneo en el espacio, el $\boldsymbol{B}$ resultante puede depender de la posición. En esos casos, podemos también definir un campo medio $\langle \boldsymbol{B} \rangle$ a partir del promedio espacial de $\boldsymbol{B}$ ($\boldsymbol{r}$) en la región de interés.

La presencia de la muestra puede además modificar las líneas del campo $\boldsymbol{H}$. En las geometrías en las que esto no ocurre (que son muy pocos!) valdrá la relación: $\langle \boldsymbol{B} \rangle = \mu(\boldsymbol{H_0} + \langle \boldsymbol{M} \rangle)$. Piensen y discutan con los docentes qué sucede en las situaciones experimentales de Labo 4 .

Por último, para simplificar la notación, en lo que sigue supondremos que $\langle \boldsymbol{M} \rangle$, $\langle \boldsymbol{B} \rangle$ y $\boldsymbol{H}$ tienen la misma dirección, por lo que los notaremos como escalares. La permeabilidad y susceptibilidad serán también entonces escalares.

La permeabilidad y la susceptibilidad intrínseca de un medio material infinito en presencia de un campo H se definen como $\mu = (1/\mu_0)\, dB/dH$ y $\chi = dM/dH$. Sin embargo, en los experimentos se miden muestras finitas, con condiciones de contorno. La permeabilidad global, de una muestra finita y macroscópica se define como: $\mu = (1/\mu_0)\, d\langle B \rangle/dH_0$ y la susceptibilidad como $\chi = d\langle M\rangle/dH_0$. Ambas son propiedades globales, que dependen del material y de la geometría del experimento (forma y tamaño de la muestra, dirección de los campos, región de promediación del campo, etc).

Si $H = H_0$, puede verse fácilmente que $\mu = 1+\chi$. En un caso más general aparece un factor adicional que depende de la geometría: $\mu = 1+k\chi$. En la literatura estas variables son frecuentemente expresadas en unidades arbitrarias. Esto permite ignorar esta constante geométrica e incluso la distinción entre permeabilidad y susceptibilidad.

Campos alternos: permeabilidad y susceptibilidad alterna:

Al aplicar un campo magnético (eventualmente superpuesto a uno continuo) $H(t) = H_{DC} + H_{AC} \cos \omega t$, si H_{AC} es pequeño y el período $2\pi/\omega$ es mucho mayor que el tiempo característico de respuesta del sistema, la distribución de corrientes internas, la magnetización y el campo B generado en cada punto del espacio alcanzarán tiempo a tiempo su valor estacionario:

$$< B > (t) =< B > \big(H(t)\big) \sim < B > (H_{DC}) + \mu\mu_0 \, H_{AC} \cos \omega t$$

$$< M > (t) =< M > \big(H(t)\big) \sim < M > (H_{DC}) + \chi H_{AC} \cos \omega t$$

En un caso general μ y χ puede depender de B e incluso de la historia magnética, como es el caso de los materiales ferromagnéticos. Sin embargo, si el campo alterno H_{AC} es suficientemente chico, la respuesta será lineal con el campo alterno.

Ahora bien: si el tiempo de respuesta del material es comparable o mayor que el período, las corrientes internas no alcanzarán un valor estacionario, por lo que la componente alterna de B se verá afectada por los efectos dinámicos. Esto produce un desfasaje de la respuesta, cuyo ejemplo más conocido es la respuesta lineal de un conductor óhmico. Otros casos donde se observan desfasajes son, por ejemplo, las vecindades de las transiciones de fase de segundo orden, donde los tiempos característicos divergen, y los llamados vidrios de spin. En todos esos casos, aparece una componente de $\langle B\rangle$ en contrafase con el campo aplicado y la respuesta depende de la frecuencia:

$$< B > (t) =< B > (H_{DC}) + \mu_0 \, H_{AC} \, (\mu'(\omega) + i \, \mu''(\omega)) \, e^{i\omega t} \;\;) \quad (1)$$

$$< M > (t) =< M > (H_{DC}) + H_{AC} \, (\chi'(\omega) + i \, \chi''(\omega)) \, e^{i\omega t} \;\;) \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) serán válidas siempre que la respuesta alterna sea lineal. A campos alternos altos, o en casos particulares en los que la respuesta magnética intrínseca sea altamente no lineal, pueden aparecer componentes de orden superior en el desarrollo de Fourier de $\langle M\rangle$ y $\langle B\rangle$.

Hasta acá la susceptibilidad y permeabilidad alterna aparecen como un mero formalismo matemático para expresar la magnetización y el campo promedio de un sistema sometido a un campo alterno. Veremos que además dan información física relevante y son herramientas útiles en los experimentos de alterna.

Significado físico:

La susceptibilidad se usa en muchos casos para detectar transiciones de fase, en las que la magnetización o su derivada sufren discontinuidades. La permeabilidad alterna nos da además información adicional.

La energía disipada por unidad de volumen en un ciclo del campo alterno es:

$$W = \oint BdH = \pi \mu_0 \mu'' H_{AC}^2$$

Por lo tanto, la componente en contrafase de la permeabilidad (y de la susceptibilidad) nos da información sobre los procesos disipativos en el material.

La componente en fase de la permeabilidad (adecuadamente normalizada) será igual a la unidad cuando la muestra es “transparente” al campo alterno, tomará valores mayores que 1 si las corrientes internas generan un campo adicional del mismo sentido que el aplicado aumentando el campo total (por ejemplo en muestras ferromagnéticas) y valores entre 0 y 1 cuando el campo generado se opone al aplicado (muestras diamagnéticas). El apantallamiento producido por las corrientes inducidas en conductores es un ejemplo de comportamiento diamagnético. Un valor muy pequeño (cercano a 0) de la permeabilidad indicará una expulsión casi total del campo.

Mediciones de susceptibilidad alterna:

A partir de lo explicado en la sección anterior, se desprende que, a partir de una técnica experimental capaz de medir la magnetización o el campo magnético dependientes del tiempo con suficiente precisión, se pueden obtener las componentes en fase y contrafase de la susceptibilidad. Con magnetómetros de alta sensibilidad, como los construidos en base a un SQUID y una tarjeta de adquisición rápida, se puede medir la susceptibilidad a frecuencias bajas o moderadas con este método.

Sin embargo, hay técnicas mucho más económicas y sencillas, ampliamente usadas en los laboratorios de investigación y enseñanza, basadas en la inductancia mutua entre un par de bobinas acopladas (transformador) y la muestra a medir. La práctica de Labo 4 de Conductividad en Metales usa una de estas técnicas. El esquema de funcionamiento puede verse en la Figura 1a. El campo alterno $H = H_{AC} \cos \omega t$ es generado por una corriente alterna conocida $I_0 \cos \omega t$ que circula por un bobinado primario. Se mide la tensión inducida en un bobinado secundario de N vueltas, longitud L y area A.

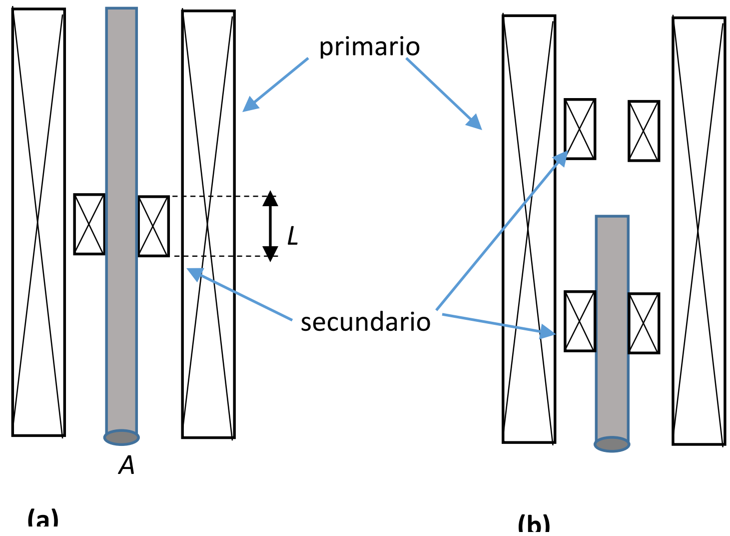

Figura 1: (a) Esquema geométrico del transformador básico con una muestra cilíndrica de área A similar al área del bobinado secundario. (2) Esquema de transformador diferencial.

En ausencia de muestra, bajo las suposiciones de un campo H homogéneo e igual al aplicado en el area del secundario, el flujo magnético que atraviesa el secundario será

$$\phi_0\,(t) = \mu_0\, N A H_{AC}\, \cos \omega t$$

La fem inducida producirá una diferencia de tensión en el secundario en contrafase con la corriente del primario de amplitud V_0':

$$V_0\,(t) = -\mu_0\, N A H_{AC}\, \omega \sin \omega t = -V_0'\, \sin \omega t$$

Al colocar una muestra el flujo que atraviesa el secundario será:

$$\phi\,(t) = \mu_0\, A \sum_{i=1}^{N} < B(t) >_i = \mu_0\, A N < B(t) >$$

donde el promedio de <*B*> es en el volumen ocupado por el bobinado secundario. La tensión en el secundario será por lo tanto:

$$V(t) = -\mu_0\, N H_{AC}\, \omega A[\, \mu' \sin \omega t + \mu'' \cos \omega t] = -V' \sin \omega t \quad -V'' \cos \omega t$$

Vemos entonces que se modifica la amplitud de la componente en contrafase y puede aparecer una componente en fase con la corriente. Es fácil ver que:

$$\frac{V'}{V_0'} = \mu' \;\; ; \;\; \frac{V'''}{V_0'} = \mu''$$

o

$$\frac{V' - V_0'}{V_0'} = k\,\chi' \quad ; \quad \frac{V''}{V_0'} = k\,\chi''$$

Por lo tanto, el módulo (y por lo tanto el valor eficaz) de las componentes en fase y contrafase de la tensión inducida en el secundario nos permite directamente medir la permeabilidad magnética, proporcional a la susceptibilidad.

Para mejorar la relación entre la señal con y sin muestra, suele usarse una configuración de transformador diferencial, con dos secundarios en contrafase. Uno de ellos tiene la muestra en su interior (Figura 1b).. De esa manera, la señal sin muestra es muy pequeña (idealmente nula si los dos secundarios son idénticos) y puede usarse una escala más sensible para medir la señal con muestra.

Cálculos de susceptibilidad alterna:

Dada geometría y relación constitutiva del material, la susceptibilidad alterna puede calcularse. Esto implica resolver el problema electromagnético de campos y corrientes dependientes del tiempo en el espacio. Una vez que calculamos *B*(t) es fácil expresarlo de la forma (1) y obtener la permeabilidad alterna. Sin embargo, salvo en geometrías y casos muy sencillos el cálculo de *B(t)* puede ser muy complicado y en muchos casos solo tienen solución numérica.

La geometría de cilindro infinito, por la que se puede aproximar el experimento de efecto pelicular de Labo 4, es una de las que en general tiene solución analítica. En particular, la susceptibilidad para un cilindro infinito conductor puede expresarse en funciones de Bessel (ver guía de Efecto Pelicular).