

Susceptibilidad

Marcelo Luda
Laboratorio 4 (Prof. Diego Shalom)
Dpt. Física, FCEyN, UBA.

2025

Ante consultas o correcciones sobre este documento escribir a marceluda@gmail.com

1. Introducción

Existen varias guías sobre susceptibilidad magnética que fueron diseñadas pensando en armados experimentales que ya no están en uso. Esos armados opcionales son para prácticas especiales o para extender la guía. Pero el diseño de base actual requiere una explicación aparte para clarificar el sistema experimental y cómo afecta este al procesamiento de los datos relevados.

Esta guía es un material auxiliar para entender ese armado. Se presenta también como un texto preliminar para la construcción de una futura guía completa.

1.1. Definiciones

Si se tiene un campo magnético aplicado \mathbf{H} en el vacío se obtiene una inducción magnética total \mathbf{B} de (1):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H} . \quad (1)$$

Ahora, si se incluye algún material magnetizable lineal el campo \mathbf{H} induce una magnetización \mathbf{M} generando una inducción magnética total de (2):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_M = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} \quad (2)$$

donde χ es la susceptibilidad magnética. Esta susceptibilidad, en el caso más general, es compleja (tiene parte real e imaginaria).

Una forma de medir la susceptibilidad es medir el “cambio en la inducción magnética producido por el material”. Esto es: si aplico un campo \mathbf{H} que produce una inducción $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$, cuando introduzco un material este cambia en $\mathbf{B}_M = \mu_0 \mathbf{M}$, de lo que obtenemos (3):

$$\mathbf{B}_M = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0 = \mu_0 \chi \mathbf{H} = \chi \mathbf{B}_0 \quad (3)$$

Luego, se puede obtener el valor de χ midiendo el cociente entre \mathbf{B}_M y \mathbf{B}_0 :

$$\chi = \mathbf{B}_M / \mathbf{B}_0 \quad (4)$$

Medir la susceptibilidad de la muestra es tan simple como medir \mathbf{B}_M y \mathbf{B}_0 . Pero medir estas cantidades **no es tan simple**.

1.2. Campo generado con un inductor

En virtud de la ecuación de Ampere-Maxwell (5),

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (5)$$

podemos generar un campo \mathbf{H}_0 haciendo circular una corriente por un conjunto de N espiras¹ de radio r :

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0 = \frac{\mu_0 N I}{2r} \quad (6)$$

donde I es la corriente. Luego, el campo aplicado es proporcional a la corriente:

$$\mathbf{B}_0 \propto I \quad (7)$$

1.3. Campo medido por un inductor

En virtud de la ecuación de Maxwell-Faraday (8),

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (8)$$

se puede medir la *variación* de inducción magnética que atraviesa una área A a partir de la *f.e.m.* inducida por esta en un conductor que circunscribe a A . Si el área es la que encierra una espira y contamos con un inductor de N espiras, la *f.e.m.* \mathcal{E} será:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{con} \quad \Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (9)$$

Este método para medir fluctuaciones de campo no permite medir campos constantes. Si el campo presenta una forma de oscilación armónica:

¹ver <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/curloo.html>.

$$B = B_{amp} e^{i\omega t} \Rightarrow \Delta V = \mathcal{E} \propto i\omega A B_{amp} e^{i\omega t} \quad (10)$$

2. Esquema experimental base

En la figura 1a se presenta el esquema eléctrico del armado experimental inicial que se propone, que consiste en:

- Un par de bobinas primarias en serie, cuyo fin es generar un campo magnético B_0 en la dirección del eje de simetría de las bobinas, según lo descrito en la sección 1.2.
- Una resistencia en serie con los primarios, que permite medir **cual es la corriente que circula por las bobinas**.
- Un par de bobinas secundarias, que pueden encastrarse dentro de cada uno de los primarios, y cuyo fin es la **medición (de la variación) de campo magnético** según lo descrito en la sección 1.3.

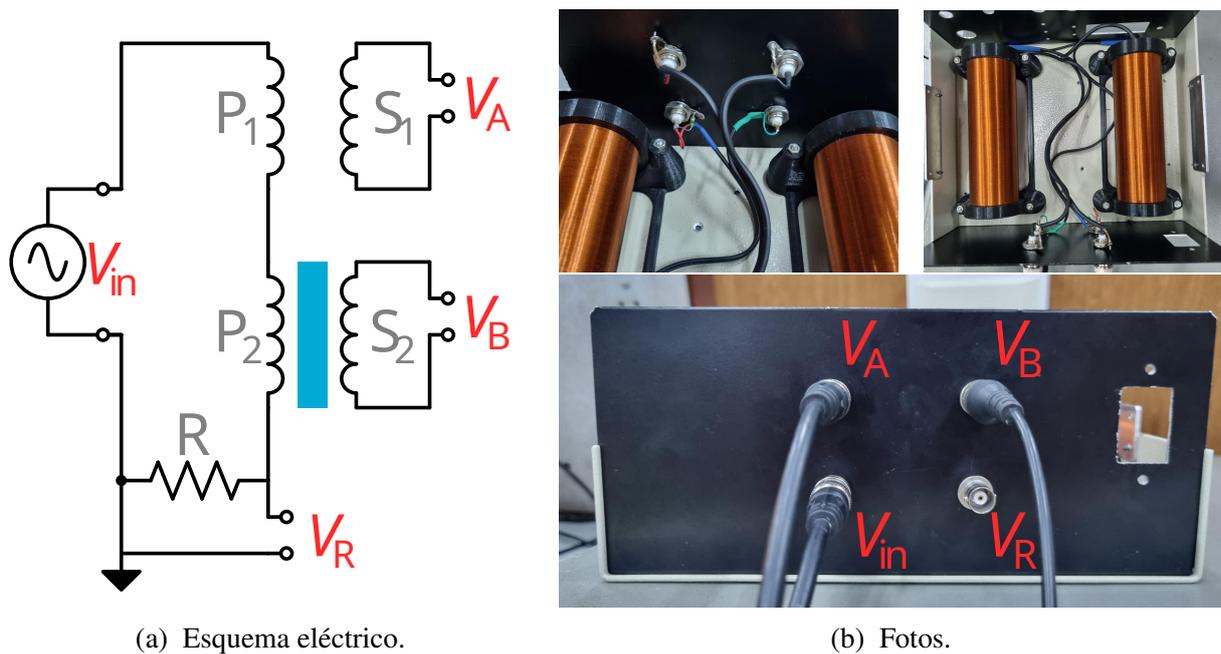


Figura 1: Armado experimental para medición diferencial de campos magnéticos.

Se utilizan dos primarios para realizar una medición diferencial. Si en uno de los pares primario-secundario (ej: el B) se le introduce un metal a analizar, la *f.e.m.* inducida V_B será proporcional a $B_0 + B_M$. El otro par (ej: el A), en vacío, sólo medirá el campo B_0 . Como resultado, una medición diferencial $V_A - V_B$ tendrá información únicamente proporcional a B_M . Esto es el *el planteo teórico de este armado*. Hay que verificar que esto ocurre así midiendo la caída de tensión diferencial para ambos pares en vacío.

2.1. Medición de χ con este armado experimental

El objetivo es medir usando la ecuación (4), $\chi = \mathbf{B}_M/\mathbf{B}_0$. Se dispone de un modelo para $\chi(\omega)$ en conductores cilíndricos, que es parte de la bibliografía de la materia.

- La medición diferencial $V_A - V_B \propto i\omega \mathbf{B}_M$ nos permite medir el numerador. Hay que recordar que las *f.e.m.* inducidas incluyen el factor $i\omega$, según vimos en la ecuación (10).
- El dividendo \mathbf{B}_0 puede ser tratado de dos formas:
 1. Midiendo uno de los secundarios en vacío. Si se va a hacer un barrido de frecuencias es necesario medir este valor para cada frecuencia de las que se utilizará en el análisis de muestras. **IMPORTANTE:** Se trata de magnitudes complejas. Hay que medir tanto la amplitud como la fase a cada frecuencia.
 2. Utilizando la información de la corriente, según la ecuación (7) de la sección 1.2. Pero para eso hay que medir la corriente.

Para la propuesta del ítem 2 es que se incluye la resistencia R en el armado experimental. Típicamente las mediciones se hacen con un amplificador lock-in, que mide tanto amplitudes como diferencias de fase. Es fundamental entender que la diferencia de fase que se mide es **respecto a la oscilación de voltaje generada por el aparato**. Se puede llegar a asumir que $V \propto I$ y obviar esta medición, pero esto es un ERROR.

Si vemos el circuito del primario en la figura 1a se observa que la mitad izquierda del circuito es un pasabajos LR. La inductancia L proviene de combinar los dos primarios. Luego, la relación entre el $V_{in} = Z I$ que produce el lock-in y la corriente I que es proporcional al campo generado será de la forma:

$$I = \frac{V_{in}}{i\omega L + R} \quad (11)$$

donde $Z = i\omega L + R$. Esto produce una atenuación para frecuencias altas y un desfase. Por ende:

$$\mathbf{B}_0 \propto V_R = I \cdot R = \frac{R}{i\omega L + R} V_{in} \quad (12)$$

Para este tratamiento se puede medir I a diferentes frecuencias e inferir los valores de L y R de un ajuste. O, aún mejor, medirlo y utilizar las amplitudes y fases medidas para obtener una cantidad proporcional a \mathbf{B}_0 , más allá de si se cumple perfectamente la relación (11) o no.