Naturaleza estocástica del decaimiento radioactivo

Gabriela Pasquini, Muriel Bonetto, Natalia Philips

Laboratorio 5, Verano 2025

Adaptación de Guia de Laboratorio 5 escrita por Salvador Gil

Resumen

El objetivo de este experimento es la investigación de la naturaleza estadística del decaimiento radioactivo. Se propone analizar si los datos obedecen una distribución de Poisson, incorporando al análisis de datos el método de χ^2 y el estudio de los momentos principales de la distribución.

Introducción.

El decaimiento individual de un núcleo o átomo es un proceso estocástico [1-3]. La emisión de fotones por ejemplo, se realiza en forma aleatoria emitiendo radiación en dirección y tiempos no predecibles microscópicamente. No obstante, cuando tenemos un ensamble macroscópico ($> 10^{12}$) de átomos que decaen, se puede determinar el número promedio de decaimientos en una dada dirección. Determinaciones sucesivas del número de cuentas, emitidas por una fuente radioactiva en un dado intervalo de tiempo, no darán exactamente el mismo resultado. Esta falta de definición o determinismo, es una de las características intrínseca del proceso radioactivo. Los valores obtenidos estarán distribuidos alrededor de un cierto valor medio <n>. El objetivo de este experimento es precisamente estudiar la distribución estadística asociada al decaimiento radioactivo.

Por la teoría de probabilidades [1,4] sabemos que si conocemos una función de distribución, conocemos todos los momentos de la misma. Recíprocamente, si de una distribución conocemos todos los momentos, esto es equivalente a conocer la distribución. Por lo tanto para determinar una distribución de probabilidad asociada a una experimento, tenemos dos alternativas: buscar la función de distribución que mejor ajuste la distribución de los datos, y/ o determinar los momentos más relevantes de la distribución de los datos y compararlos con los correspondientes a las de las funciones de distribución candidatas a dicho ajuste.

En este experimento queremos investigar si la estadística del decaimiento radioactivo puede describirse a través de una distribución de Poisson.

Distribución de Poisson:

La distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta, que caracteriza la probabilidad de soluciones a experimentos aleatorios en que los resultados posibles son el conjunto de los números naturales. La probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor **n** está dada por la función de distribución [1,4]:

$$P_\lambda(n) = \frac{\lambda^n}{n!} \cdot e^{-\lambda}, \quad n = 0, 1, 2, .. \tag{1}$$

donde λ es un parámetro característico de esta distribución asociado al valor medio:

$$< \boldsymbol{n} >= \sum [n * P_{\lambda \cdot}(n)] = \lambda \tag{2}$$

La varianza de la distribución en este caso viene dada por:

$$\mathrm{Var}(n) = \boldsymbol{\sigma}^2 = \sum \left[(n- < \boldsymbol{n} >)^2 \cdot P_\lambda(n)\right] = \lambda =< \boldsymbol{n} >, \tag{3}$$

siendo $\boldsymbol{\sigma}$ la desviación estándar. Por lo tanto, una característica muy particular de esta distribución es que la media es igual a la varianza.

En términos del experimento, $\boldsymbol{\lambda}$ representaría el número medio de cuentas en el intervalo de tiempo de observación.

Esta distribución de probabilidad no es simétrica con respecto al valor medio $< n >= \lambda$, pero tiende a ser cada vez más simétrica a medida que λ aumenta. La probabilidad es máxima para el valor entero (inferior) más cercano a la media.

Dispositivo experimental.

Para un experimento de este tipo es necesario usar un detector de radiación ($\alpha, \beta \circ \gamma$) asociado a un sistema de adquisición de datos que permita medir el número de cuentas que llegan al detector en un dado intervalo de tiempo (dwell time). El detector utilizado en este caso es adecuado para detectar decaimientos γ y consiste en un centellador adosado a un fotomultiplicador (PMT) que convertirá a pulso eléctrico la energía depositada en el centellador por fotón recibido y lo amplificará para obtener una señal con forma de pulso eléctrico que se asociará a la llegada de un fotón radioactivo. El detector debe ser alimentado por una fuente de alta tensión, con la polaridad correcta según el PMT utilizado.

La amplitud del pulso dependera de la energía depositada por el foton incidente en el centellador y de la tensión aplicada al PMT, mientras que su frecuencia dependerá de la actividad de las fuentes, la distancia y orientación a la que coloquen la fuente radiactiva respecto al detector y los medios que se interpongan.

Los pulsos generados por el PMT son conformados por el tiempo de respuesta característico de la electrónica, por lo que en general tanto su amplitud como ancho no son óptimos para ser detectados y contados. Resulta entonces necesario utilizar una electrónica adicional, en este caso un amplificador, que lo amplifica y conforma (en forma y duración). Para incorporarlo al experimento debe conectarse la salida del PMT al amplificador y este a la placa de adquisición (DAQ) u osciloscopio. Un esquema de la disposición experimental puede verse en la Figura 1. Para optimizar la configuración del amplificador, se recomienda primero usar un simulador de pulsos y conectar en paralelo un osciloscopio para observar los pulsos conformados y sin conformar en la pantalla.

Para contar los pulsos tenemos dos opciones:

- Conectar la salida del amplificador a la placa DAQ configurada en modo analógico y medir con la placa el voltaje en función del tiempo.
- Conectar la salida del amplificador a un módulo SCA (Single-Channel Analyser) y conectar la salida del SCA a la placa DAQ en modo de contador digital.

En ambos casos la placa DAQ se comunica con la PC y los datos se analizan con un programa ad-hoc.

Procedimiento experimental

El procedimiento sugerido es el siguiente:

1. Con el simulador de pulsos buscamos la forma óptima de los pulsos a la salida del amplificador, y probamos el funcionamiento de la placa y del programa. Debemos lograr que la frecuencia de los pulsos coincida con la conocida y determinar la incerteza con la que podemos determinar su amplitud. Si este procedimiento ya fue realizado para otros experimentos puede saltearse.
2. Colocamos la fuente radioactiva cerca del detector, dentro del blindaje de plomo.
3. Determinamos el intervalo de energía (en la práctica voltaje) de interés en el que queremos hacer la estadística. Típicamente las cuentas correspondientes al fotopico del espectro. Para eso levantamos el espectro de la fuente usando la placa DAQ en modo analógico, tal como se describe en el apartado de *Espectros γ de fuentes radioactivas* del material complementario a esta práctica (Efecto Compton).

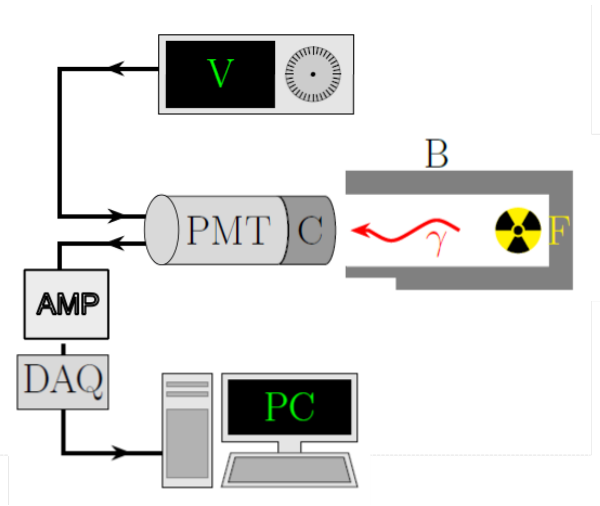

Figura 1: Esquema del dispositivo experimental en la opción (1). La fuente radiactiva (F) es cubierta por un blindaje de plomo (B) a fin de promover que los rayos gamma emitidos solo se dirijan hacia el detector. Este consta de un centellador (C) conectado a un fotomultiplicador (PMT).El detector es alimentado por una fuente de alta tensión (V) y los pulsos pasan por un amplificador (AMP) y son colectados por una placa DAQ que es conectada a una PC para el almacenamiento y análisis de datos. En el caso (2), se interpone un módulo SCA entre el amplificador y la DAQ.

4. Ahora debemos contar la cantidad de cuentas en ese intervalo de energía en un determinado intervalo de tiempo.
   - caso 1: Sin cambiar la disposición experimental, y de manera análoga a como hicimos en el experimento de *Espectros γ de fuentes radioactivas*, medimos el voltaje en función del tiempo con la placa en modo analógico e identificamos la ocurrencia de picos restringiendolos a ese intervalo de voltaje.
   - caso 2: configuramos el modo SCA para contar pulsos en el intervalo de voltaje de interés. Corroboramos en el osciloscopio que efectivamente los pulsos recibidos en ese intervalo se traduzcan en pulsos lógicos a la salida del SCA. Contamos los pulsos lógicos con la placa DAQ en modo digital. En este modo la placa nos arroja directamente el numero de pulsos lógicos recibidos.
5. Con cualquiera de los dos métodos, realizamos mediciones de distintos intervalos de tiempo, estimando cuanto es el mínimo que deberíamos medir para obtener una cantidad de fotones razonable para hacer un histograma.

Recomendaciones generales: Realice las mediciones en forma continua, sin dejar transcurrir grandes intervalos de tiempo entre una y otra, de modo de asegurar que las características físicas y geométricas del experimento sean lo más constante posible. Mantenga la fuente, el detector, electrónica y todas las condiciones de la experiencia completamente inalteradas durante la ejecución de la misma.

Análisis de datos y discusión

Sugerimos una manera posible de analizar los datos (no es la única) y dejamos algunas preguntas:

1. Para cada realización del experimento (asociado a cada elección del tiempo de medición) construyamos un histograma de la frecuencia de ocurrencia de cada **n**.

2. Para cada uno de estos histogramas (para cada elección del tiempo de medición) calculamos el valor medio de $n\,(<\boldsymbol{n}>)$ y la varianza de $n\,\left(\sigma^2\right)$.

3. Usando los datos obtenidos (los que obtuvieron y los de otros grupos que realizaron el mismo experimento). Representen gráficamente $\boldsymbol{\sigma}^2$ en función de $< \boldsymbol{n} >$. ¿Qué podemos concluir de este último gráfico acerca de la relación entre. $\boldsymbol{\sigma}^2$ y <n>?, ¿Qué distribución de probabilidad es compatible con estos resultados?

4. Usando la expresión (1) para la distribución de Poisson y los valores de <n>calculados para cada elección del tiempo de medición, construyamos un gráfico de la distribución de Poisson correspondiente, superpuesto al histograma obtenido experimentalmente (propiamente normalizado).

5. Podemos en paralelo ajustar en forma directa los parametros de la distribución de Poisson con un programa como python. El resultado es el mismo dentro de la incerteza? Discutir.

6. La bondad del ajuste del histograma puede ser evaluado por el test $\boldsymbol{\chi}^2$ (Chi-cuadrado), para cada uno de los casos anteriores

7. ¿Qué podemos decir acerca de las distribuciones obtenidas experimentalmente? ¿Observamos alguna mejora en la relación entre el histograma y la distribución de Poisson a medida que aumenta el tamaño de la muestra?. ¿Cómo varia la bondad de los ajustes?

Referencias

[1] Teoría de probabilidades y aplicaciones. H. Cramer, Aguilar, Madrid 1968.

[2] An Introduction to Stochastic Processes in Physics, Don S. Lenon , The Johns Hopkins University Press, 2002.

[3] The Atomic Nucleus. R.D. Evans, McGraw-Hill Book Co. New York 1955.

[4] Data Reduction and Error analysis for the Physical Sciences, P.R.Bevington, McGraw-Hill Book Co. New York, 2nd. ed, 1992.