Mediciones Indirectas

Laboratorio MyT(A)

Mediciones Indirectas

Las mediciones indirectas son aquellas que se calculan a partir de otras mediciones mediante relaciones matemáticas en lugar de medirse directamente.

- Quiero medir la magnitud Z pero no tengo un instrumento para medir esta cantidad en forma directa.

- Conozco la relación funcional de $\mathrm{Z} = \mathrm{f}(\mathrm{X}, \mathrm{Y})$

- Puedo determinar Z en forma indirecta, pero ¿Cómo estimar el error de $\Delta\mathrm{Z}$?

Mediciones Indirectas

Las mediciones indirectas son aquellas que se calculan a partir de otras mediciones mediante relaciones matemáticas en lugar de medirse directamente.

- Quiero medir la magnitud Z pero no tengo un instrumento para medir esta cantidad en forma directa.

- Conozco la relación funcional de $\mathrm{Z} = \mathrm{f}(\mathrm{X}, \mathrm{Y})$

- Puedo determinar Z en forma indirecta, pero ¿Cómo estimar el error de $\Delta\mathrm{Z}$?

Ejemplos:	área	$A = b \cdot h$
Valor más probable		$\overline{A} = \overline{b} \cdot \overline{h}$
Una forma de acotar el intervalo:		$A_{max} = \left(\overline{b} + \Delta b\right)\left(\overline{h} + \Delta h\right)$ $A_{min} = \left(\overline{b} - \Delta b\right)\left(\overline{h} - \Delta h\right)$

Mediciones Indirectas

Las mediciones indirectas son aquellas que se calculan a partir de otras mediciones mediante relaciones matemáticas en lugar de medirse directamente.

- Quiero medir la magnitud Z pero no tengo un instrumento para medir esta cantidad en forma directa.

- Conozco la relación funcional de $\mathrm{Z} = \mathrm{f(X, Y)}$

- Puedo determinar Z en forma indirecta, pero ¿Cómo estimar el error de $\Delta\mathrm{Z}$?

Ejemplos:	área $A = b \cdot h$	velocidad $v = \dfrac{d}{t}$
Valor más probable	$\overline{A} = \overline{b} \cdot \overline{h}$	$\overline{v} = \dfrac{\overline{d}}{\overline{t}}$
Una forma de acotar el intervalo:	$A_{\max} = \left(\overline{b} + \Delta b\right)\left(\overline{h} + \Delta h\right)$ $A_{\min} = \left(\overline{b} - \Delta b\right)\left(\overline{h} - \Delta h\right)$	$v_{\max} = \dfrac{\overline{d} + \Delta d}{\overline{t} - \Delta t}$ $v_{\min} = \dfrac{\overline{d} - \Delta d}{\overline{t} + \Delta t}$

Caso para una variable

Veamos que ocurre en el caso de una sola variable $\mathrm{Y} = \mathrm{f}(\mathrm{X})$

Por ejemplo, área de un cuadrado: $A = b^2$ $\qquad Y = X^2$

El intervalo

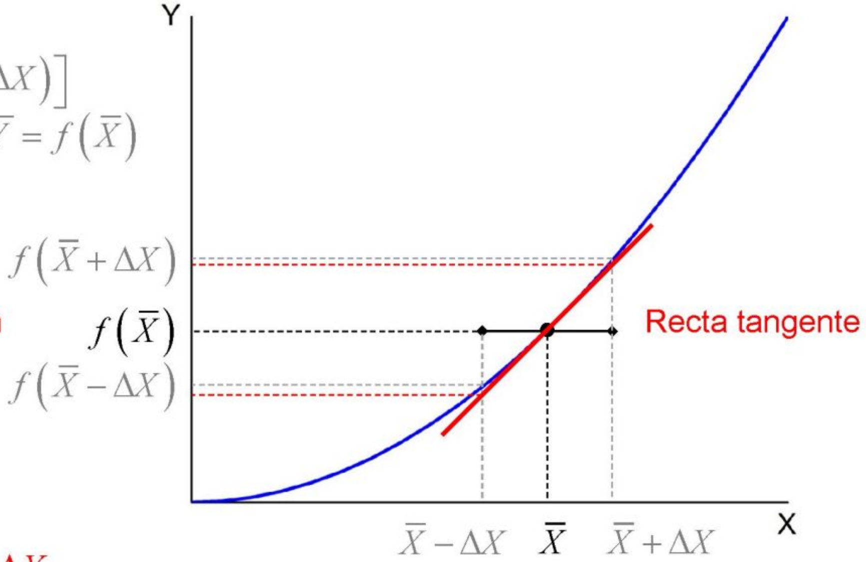
$$\left[f\left(\bar{X}-\Delta X\right), f\left(\bar{X}+\Delta X\right)\right]$$

no está centrado en $\bar{Y} = f\left(\bar{X}\right)$

$$f\left(\bar{X}\right)+f'\left(\bar{X}\right)\Delta X$$

Taylor de primer orden

$$f\left(\bar{X}\right)-f'\left(\bar{X}\right)\Delta X$$



$\Downarrow$

$$Y = f\left(\bar{X}\right) \pm f'\left(\bar{X}\right)\Delta X$$

$$Y = \bar{Y} \pm \Delta Y$$

Caso para una variable

Entonces, para una variable:

$$Y = f(X) \longrightarrow \bar{Y} = f(\bar{X}) \qquad \Delta Y = \left|\frac{df}{dX}\right|_{\bar{X}} \Delta X$$

Para 2 variables:

$$Z = f(X,Y) \longrightarrow \bar{Z} = f(\bar{X},\bar{Y})$$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta X\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial f}{\partial Y}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta Y\right)^2}$$

Fórmula de propagación de errores

Caso para una variable

Entonces, para una variable:

$$Y = f(X) \longrightarrow \bar{Y} = f(\bar{X}) \qquad \Delta Y = \left|\frac{df}{dX}\right|_{\bar{X}} \Delta X$$

Para 2 variables:

$$Z = f(X,Y) \longrightarrow \bar{Z} = f(\bar{X},\bar{Y})$$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta X\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial f}{\partial Y}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta Y\right)^2}$$

Fórmula de propagación de errores

Fórmula simplificada (aproximación)

$$\Delta Z = \left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta X + \left|\frac{\partial f}{\partial Y}\right|_{\bar{X},\bar{Y}} \Delta Y$$

Sobreestima el error pero simplifica las cuentas

Cálculo de la gravedad a partir del periodo

El periodo de un péndulo de largo L está dado por

$$\boxed{\tau = 2\pi\sqrt[2]{\frac{L}{g}}}$$

Precisión y exactitud

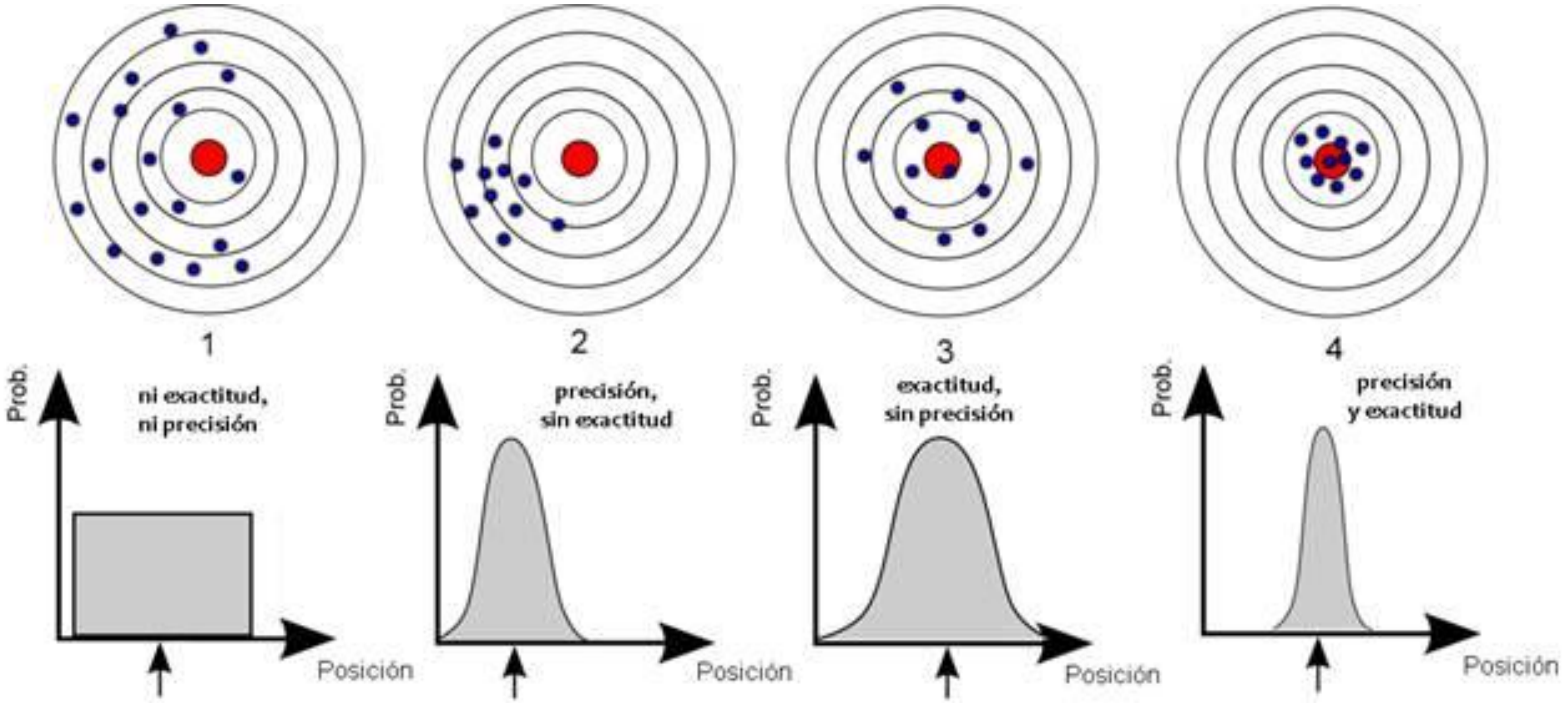
Exactitud: Es la cercanía de una medición al valor “verdadero” o “real” de la cantidad medida. Cuando no existe un valor “real”, la exactitud puede estimarse basado en hipótesis o modelos, reconociendo que esta evaluación estará sujeta a la validez de las suposiciones realizadas.

Precisión: Es la consistencia de un conjunto de mediciones entre sí, independientemente de cuán cerca están del valor “Real”. Se relaciona directamente con la dispersión de los datos respecto del valor medio.

Error Relativo: $Er(x) = \dfrac{\sigma_x}{\bar{x}}$

Error Porcentual es simplemente: $100 \cdot Er(x)$

Precisión y exactitud



Diferencias significativas

Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

Diferencias significativas

Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}$

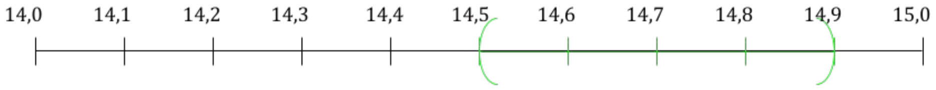
$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)\ \mathrm{m}$

Diferencias significativas

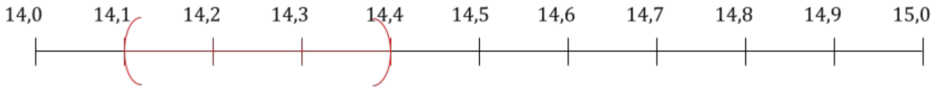
Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)$ m



$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)$ m

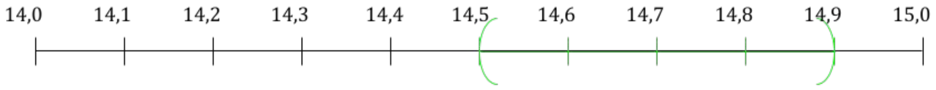


Diferencias significativas

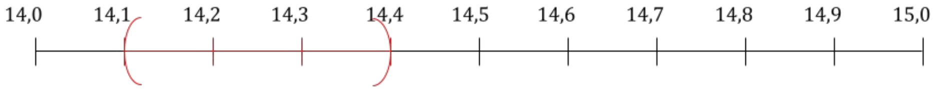
Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)\ \text{m}$



$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)\ \text{m}$



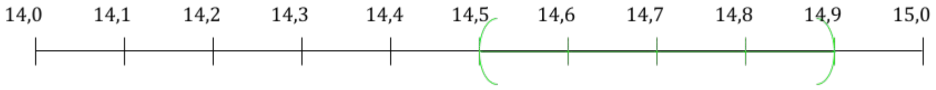
Existe una diferencia significativa entre L_1 y L_2.

Diferencias significativas

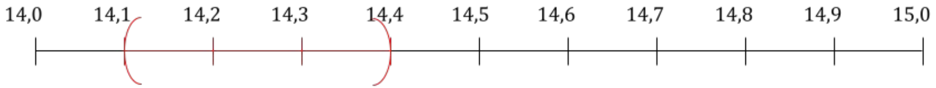
Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)$ m



Existe una diferencia significativa entre L_1 y L_2.



$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)$ m

$L_3 = (14{,}65 \pm 0{,}25)$ m

$L_4 = (14{,}4 \pm 0{,}2)$ m

Diferencias significativas

Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

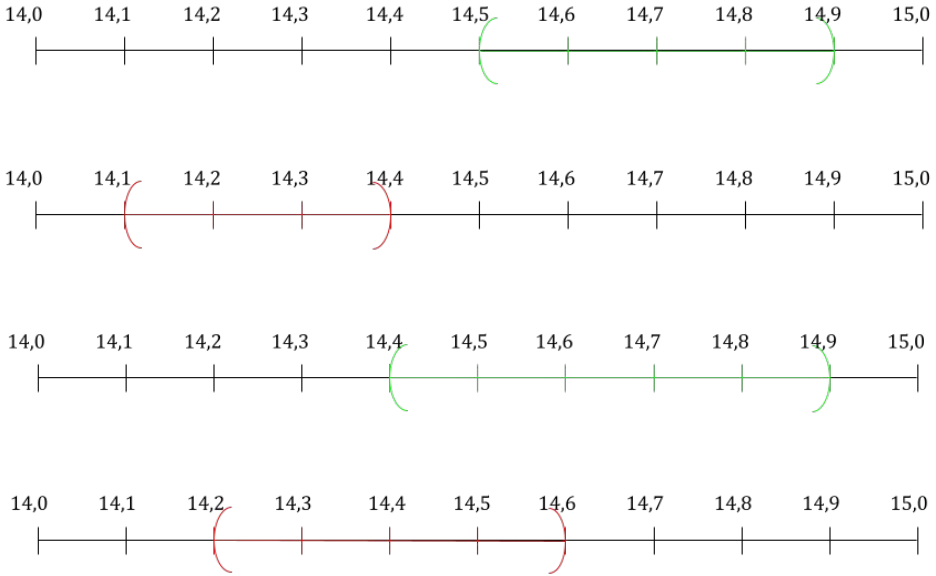
Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}$

$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)\ \mathrm{m}$

$L_3 = (14{,}65 \pm 0{,}25)\ \mathrm{m}$

$L_4 = (14{,}4 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}$



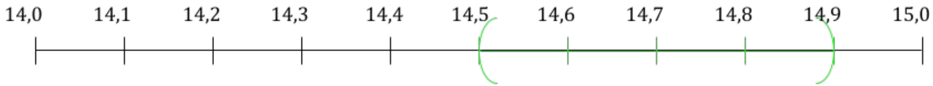
Existe una diferencia significativa entre L_1 y L_2.

Diferencias significativas

Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

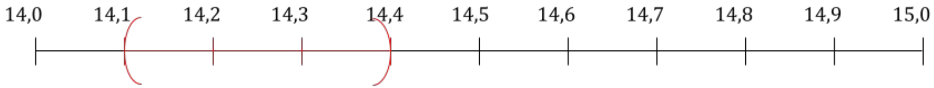
Ejemplo:

$L_1 = (14{,}7 \pm 0{,}2)$ m



Existe una diferencia significativa entre L_1 y L_2.

$L_2 = (14{,}25 \pm 0{,}15)$ m



$L_3 = (14{,}65 \pm 0{,}25)$ m

No Existe una diferencia significativa entre L_3 y L_4.

$L_4 = (14{,}4 \pm 0{,}2)$ m