

Clase 6

Hoy:

1. Ciclo de Carnot: teorema fundamental
2. Ciclo de Carnot: temperatura absoluta
3. Maquina termica, Refrigerador
4. Ciclo de Otto

Ciclos: propiedades

Tomemos otra maquina que trabaja con fuentes a T_1 y T_2 con W' , Q'_1 y Q'_2

a) Si la primera maquina es reversible:

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1}$$

b) Si la segunda maquina también es reversible:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q'_2}{Q'_1}$$

Ciclos: propiedades

Demostración:

$$W = Q_2 - Q_1$$

$$W' = Q'_2 - Q'_1$$

Aproximamos $\frac{Q_2}{Q'_2}$ por un numero racional $\frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{N'}{N}$

Ciclos: propiedades

Hacemos N' ciclos de la segunda maquina y N inversos (es reversible) de la primera:

$$W_{Total} = N'W' - NW$$

$$Q_2^{Total} = N'Q'_2 - NQ_2$$

$$Q_1^{Total} = N'Q'_1 - NQ_1$$

Ciclos: propiedades

Hacemos N' ciclos de la segunda maquina y N inversos (es reversible) de la primera:

$$W_{Total} = Q_2^{Total} - Q_1^{Total} = -Q_1^{Total}$$


$$Q_2^{Total} = N'Q_2' - NQ_2 = 0$$

Ciclos: propiedades

Hacemos N' ciclos de la segunda maquina y N inversos (es reversible) de la primera:

$$W_{Total} = Q_2^{Total} - Q_1^{Total} = -Q_1^{Total}$$

Para no contradecir Kelvin: $W_{Total} \leq 0$

$$Q_1^{Total} = N'Q'_1 - NQ_1 \geq 0$$

Ciclos: propiedades

$$\frac{N'}{N} \geq \frac{Q_1}{Q'_1} \quad \frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{N'}{N}$$


$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1}$$


$$\eta' \leq \eta$$

Hoy:

1. Ciclo de Carnot: teorema fundamental
2. Ciclo de Carnot: temperatura absoluta
3. Maquina termica, Refrigerador
4. Ciclo de Otto

Ciclos: propiedades

Del teorema fundamental nos muestra que el cociente Q_2/Q_1 es independiente de la característica de la máquina siempre que sea reversible

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(T_1, T_2)$$



Función universal

Demostremos que:

$$f(T_1, T_2) = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)}$$

Ciclos: propiedades

Demostremos que:

$$f(T_1, T_2) = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)}$$

Siendo T_0, T_1 y T_2 tres temperaturas arbitrarias, sean A1 y A2 dos maquinas reversibles que trabajan a T_1 y T_0 y T_2 y T_0 , entonces

$$\frac{Q_1}{Q_0} = f(T_0, T_1) \quad \frac{Q_2}{Q_0} = f(T_0, T_2)$$

$$\longrightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)}$$

Ciclos: propiedades

Demostremos que:

$$f(T_1, T_2) = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)}$$

Si ahora hacemos A1 en directo y y A2 en reverso:

$$\longrightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2)$$

$$\longrightarrow f(T_1, T_2) = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)}$$

Ciclos: propiedades

Como la T_0 de la dirección anterior es arbitraria entonces $f(t_0, t)$ será solo función de t y podemos escribir:

$$K f(T_0, t) = \Theta(t)$$

 $\frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2) = \frac{\Theta(T_2)}{\Theta(T_1)}$

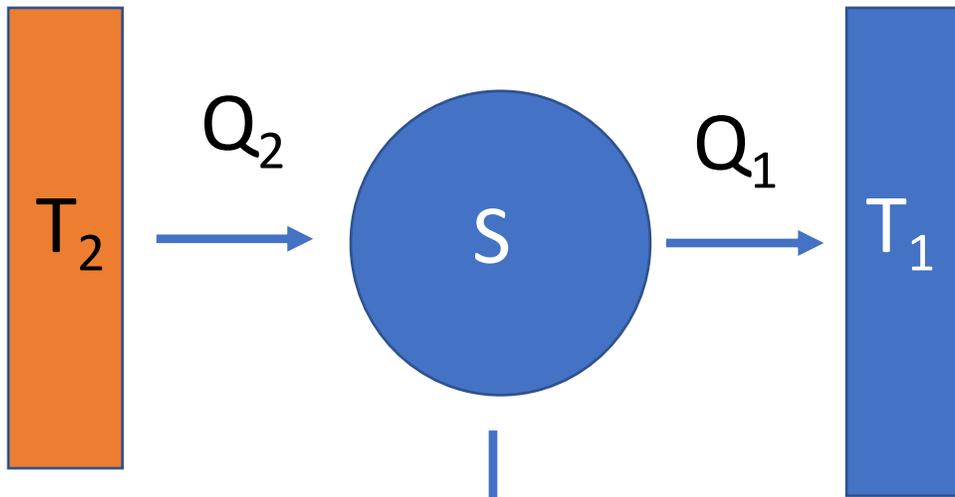
¿ Como definimos $\Theta(T)$? Usamos propiedad de ciclo de Carnot de gas ideal

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{blue arrow} \quad \Theta = T$$

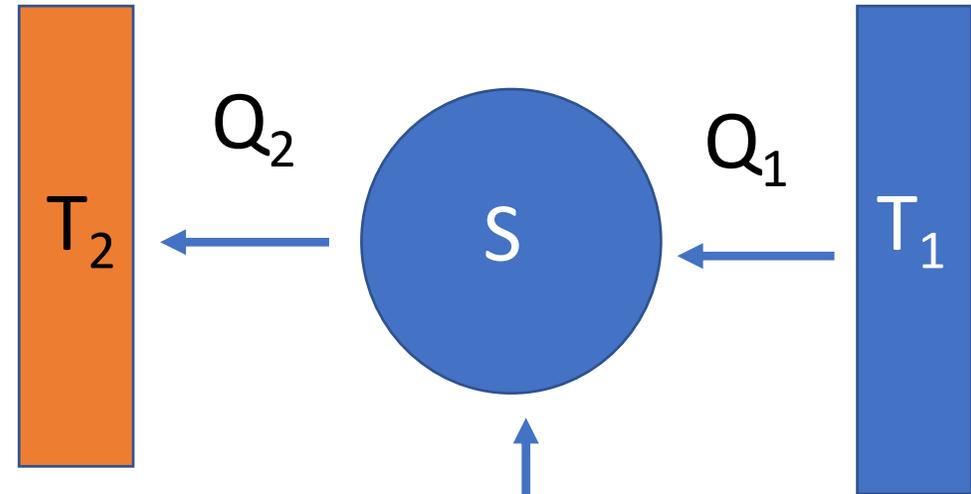
Hoy:

1. Ciclo de Carnot: teorema fundamental
2. Ciclo de Carnot: temperatura absoluta
3. Maquina termica, Refrigerador
4. Ciclo de Otto

Maquina térmica vs. refrigerador



$$\eta = \frac{W}{Q_2}$$

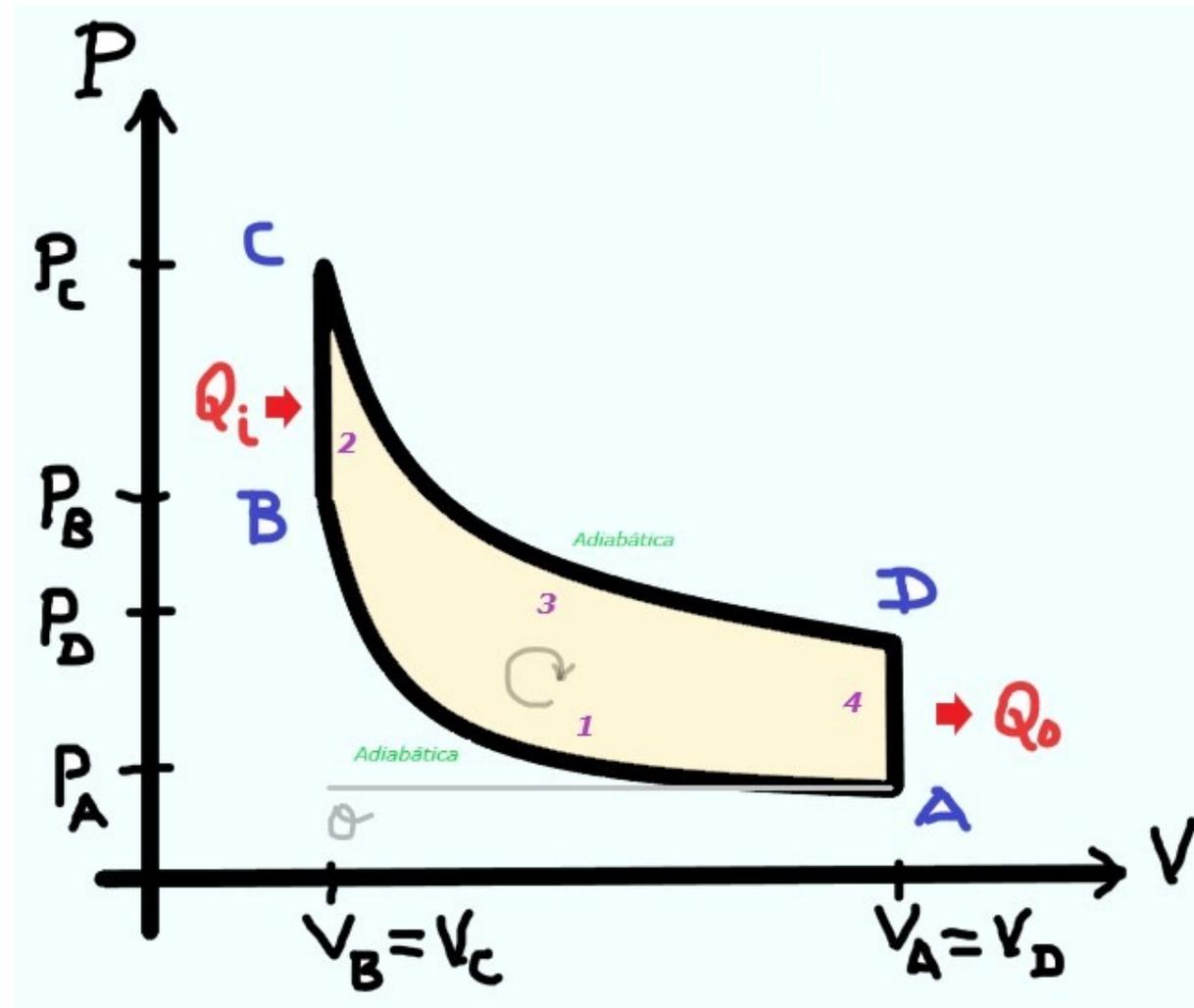


$$\epsilon = \frac{Q_1}{W}$$

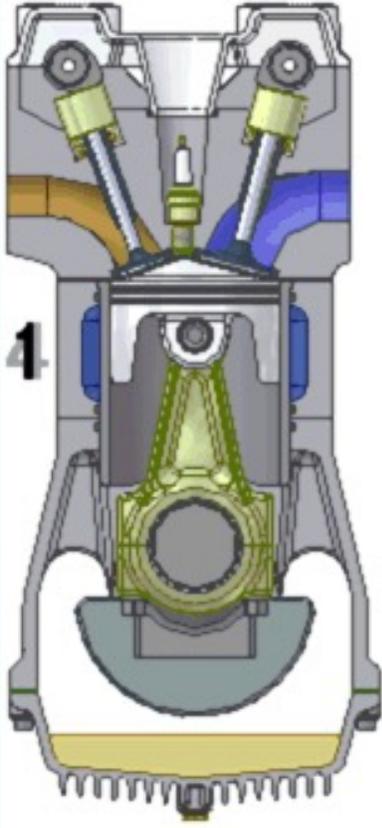
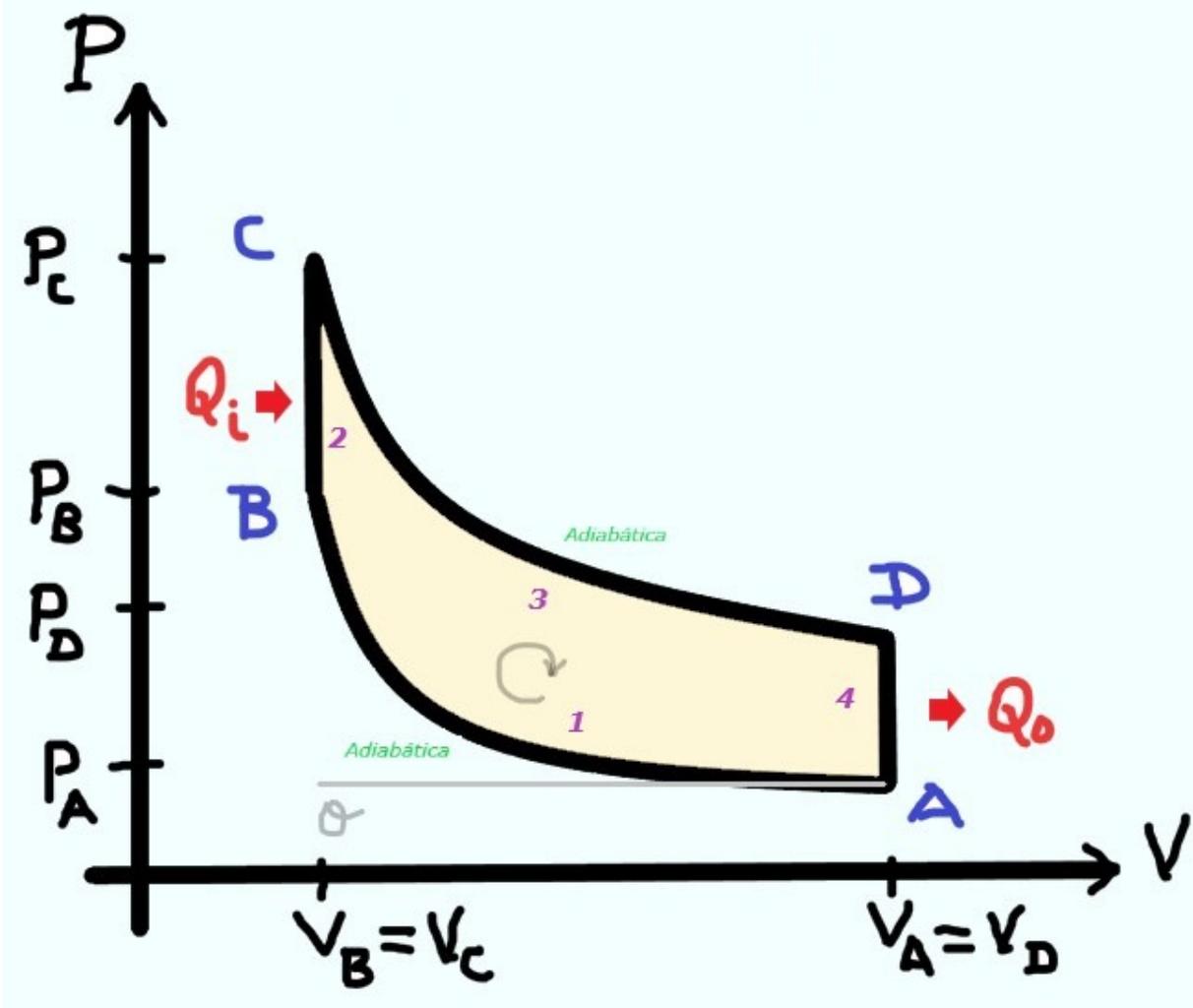
Hoy:

1. Ciclo de Carnot: teorema fundamental
2. Ciclo de Carnot: temperatura absoluta
3. Maquina termica, Refrigerador
4. Ciclo de Otto

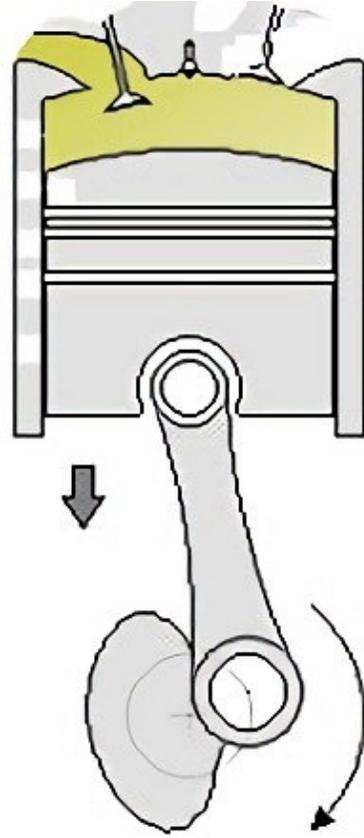
Ciclo de Otto:
maquina de combustión interna



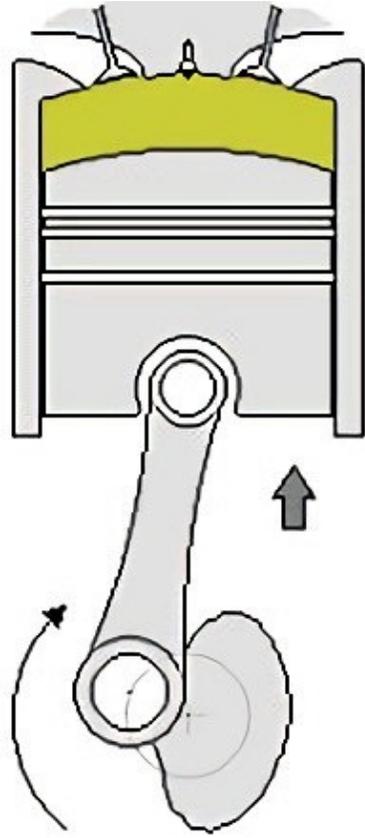
Ciclo de Otto:
maquina de combustión interna



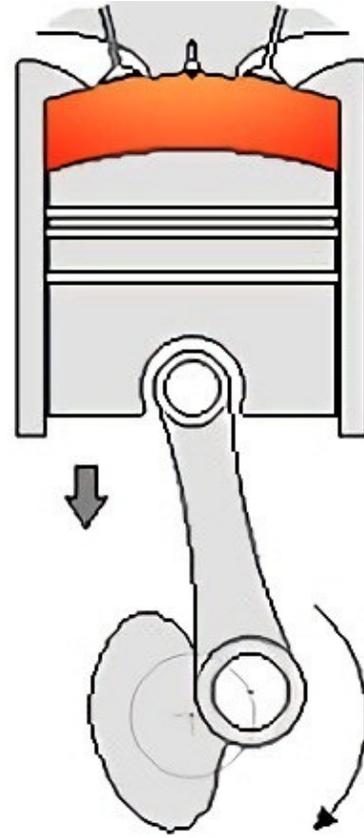
Ciclo de Otto:
maquina de combustión interna



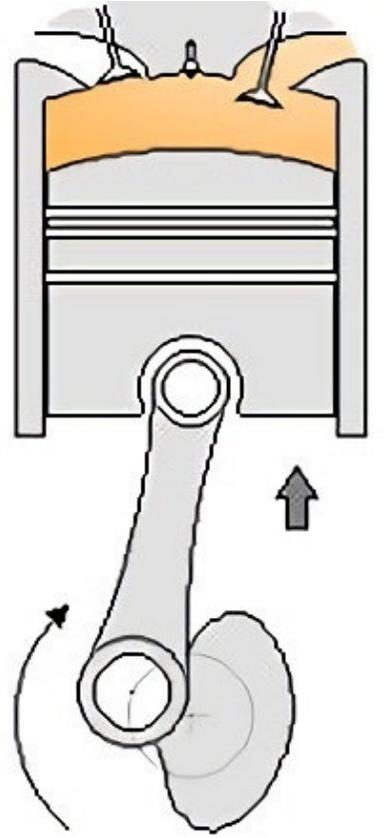
1^{er} tiempo
(Admisión)



2^o tiempo
(Compresión)



3^{er} tiempo
(Expansión)



4^o tiempo
(Escape)

Calculemos la eficiencia del ciclo de Otto:

$$\eta = \frac{W}{Q_i} = 1 - \frac{Q_0}{Q_i}$$

$$Q_0 = C_V(T_D - T_A)$$

$$Q_i = C_V(T_C - T_B)$$

Calculemos la eficiencia del ciclo de Otto:


$$\eta = \frac{W}{Q_i} = 1 - \left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right)$$

$$r \equiv \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

$$T_C = T_D \left(\frac{V_D^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} \right) = T_D r^{\gamma-1}$$

Calculemos la eficiencia del ciclo de Otto:

$$T_B = T_A r^{\gamma-1}$$



$$\eta = \frac{W}{Q_i} = 1 - \left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right) = 1 - \left(\frac{T_D - T_A}{T_D r^{\gamma-1} - T_A r^{\gamma-1}} \right)$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r^{\gamma-1}} \right)$$

$$W_{neto} = -\frac{1 - r^{1-\gamma}}{1 - \gamma} (V_b P_b - V_c P_c)$$

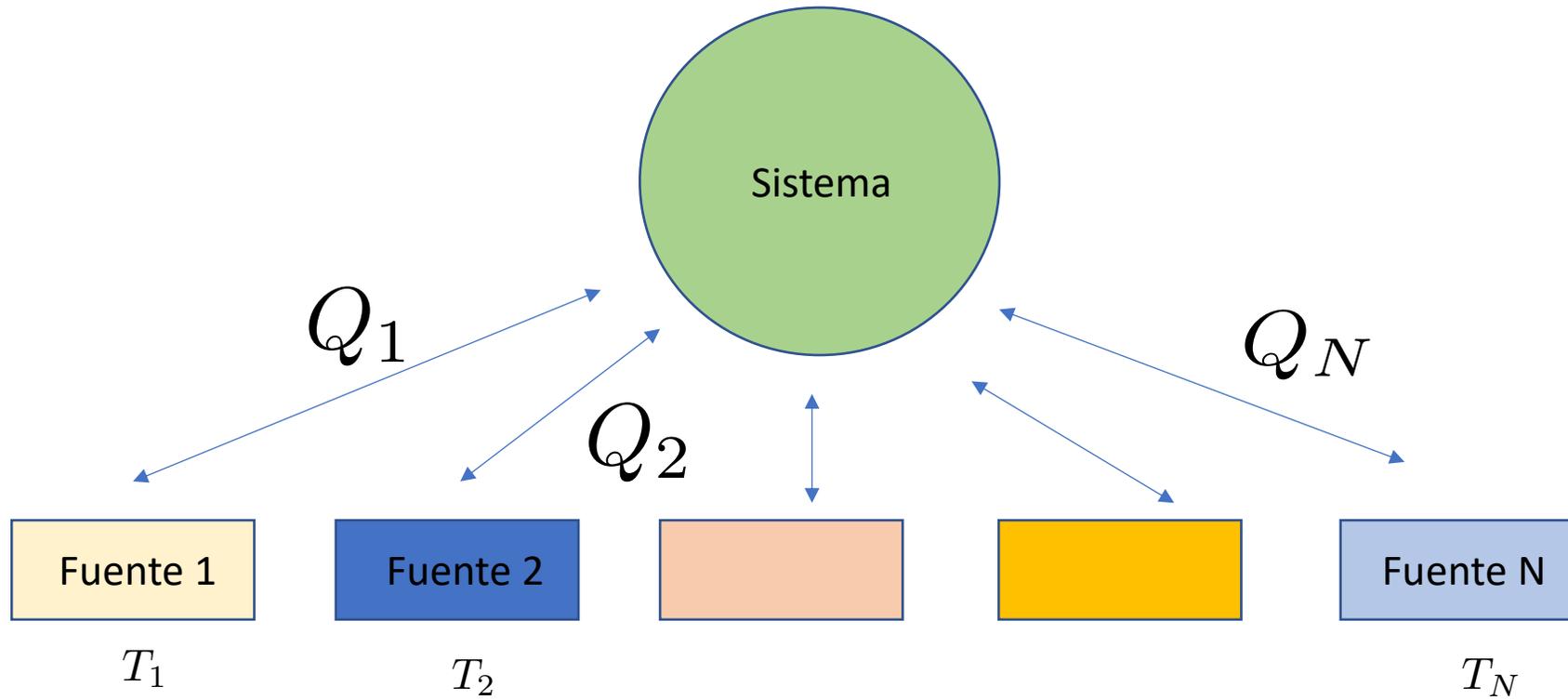
Ejercicio

- Un motor de gasolina de cuatro tiempos de 1500 cc de cilindrada y relación de compresión 7,5 trabaja en un ambiente con presión atmosférica de 100 kPa y 20 grados Celsius. Determine el trabajo neto realizado por ciclo. Suponga que la combustión aporta 850 Joules por cada gramo de mezcla aire – combustible. Calcule la eficiencia del motor.

Clase 7

Entropía #1

Supongamos que el sistema sufre una transformación cíclica:



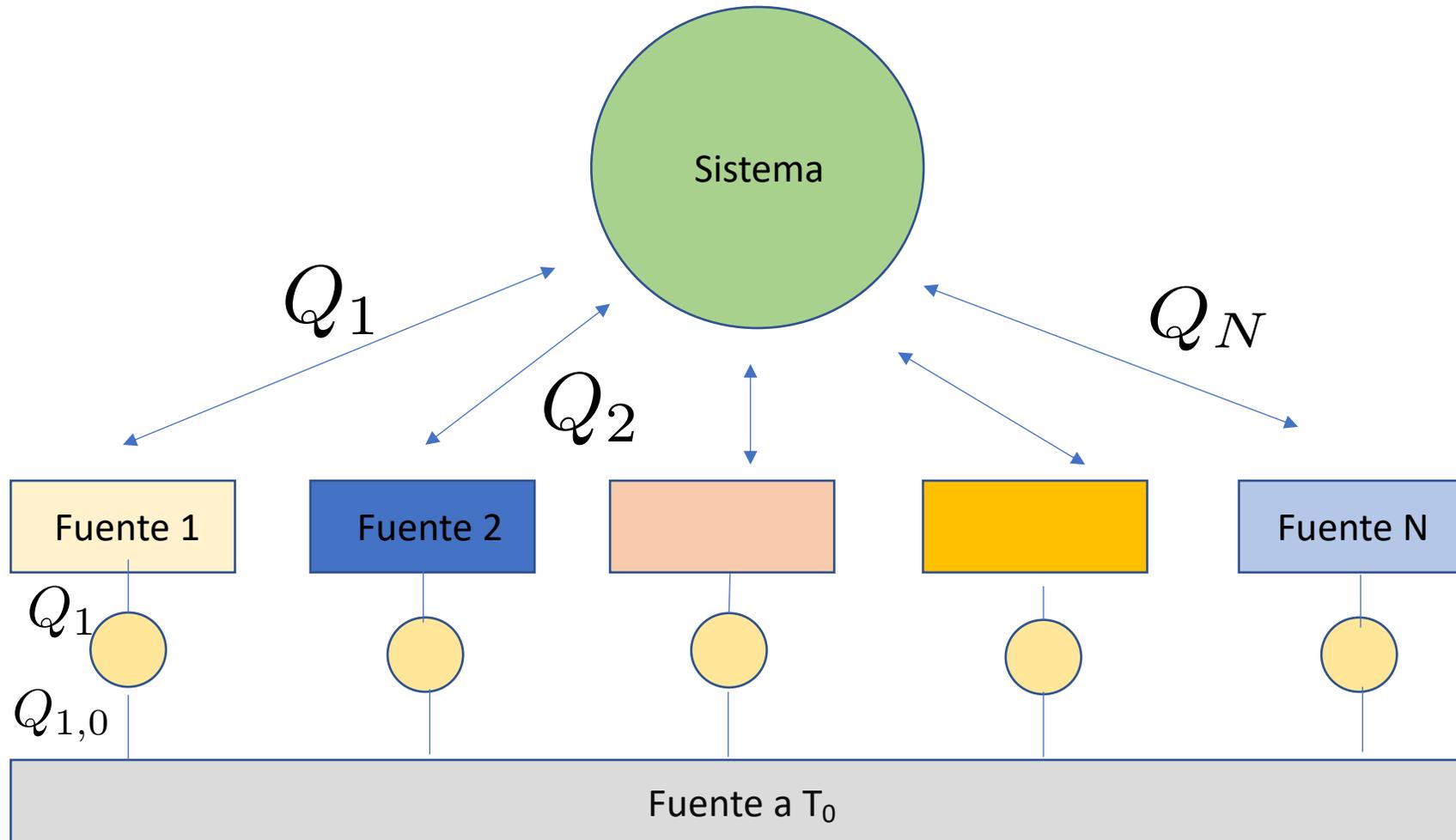
$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Entropía #1

$Q > 0$ El sistema recibe calor

$Q < 0$ El sistema entrega calor

Entropía #1



Entropía #1

$$Q_{i,0} = \frac{T_0}{T_i} Q_i$$

$$Q_0 = \sum_{i=1}^N Q_{i,0} = \sum_{i=1}^N \frac{T_0}{T_i} Q_i = T_0 \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i}$$

$$Q_0 \leq 0 \quad \text{Por que????}$$

Entropía #1

$$Q_0 \leq 0$$

Por que?????



$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Si el ciclo que hace el sistema es reversible podemos hacerlo en la dirección opuesta y llegamos a

$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \geq 0$$



$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Entropía #1

Si consideramos una distribución continua de fuentes:


$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

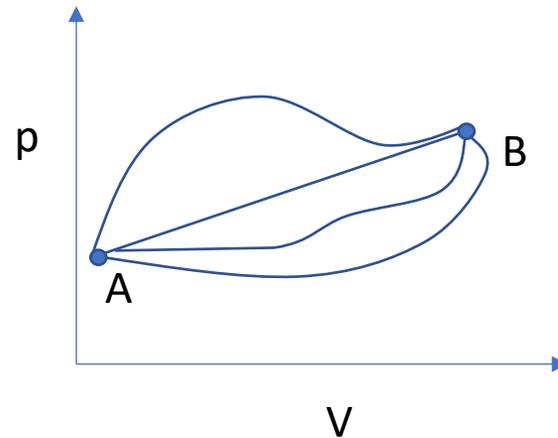
Si el ciclo que hace el sistema es reversible:


$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Entropía #1

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

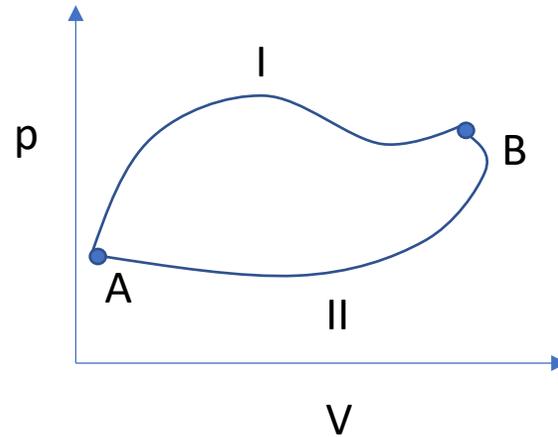
Usemos esta propiedad para definir una nueva función de estado:



Transformaciones reversibles
para ir a A a B

Entropía #1

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$



Veamos que:

$$\left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I = \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_{II}$$

Entropía #1

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 = \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I + \left(\int_B^A \frac{dQ}{T} \right)_{II}$$


$$\left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I = \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_{II}$$

Entropía #1

 $\int_A^B \frac{dQ}{T}$ No depende del camino!!!

 $S(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T}$ Defino una nueva función de estado llamada ENTROPÍA

$$S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

Entropía #1

- Si consideramos una transformación infinitesimal reversible:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

- La entropía de un sistema compuesto por dos partes:

$$S = S_1 + S_2$$

Entropía #1

Asumimos que: $U = U_1 + U_2$

$$W = W_1 + W_2$$



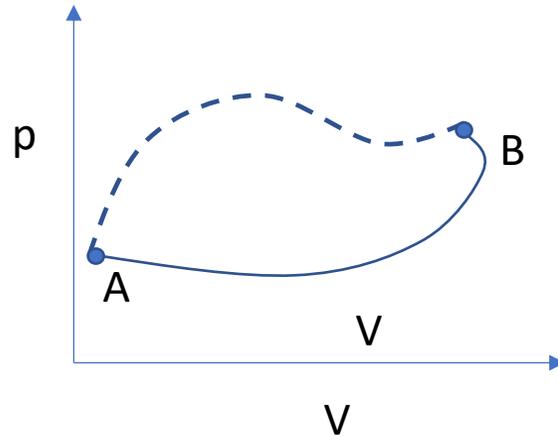
$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$S(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T} = \int_0^A \frac{dQ_1}{T} + \int_0^A \frac{dQ_2}{T} = S_1(A) + S_2(A)$$

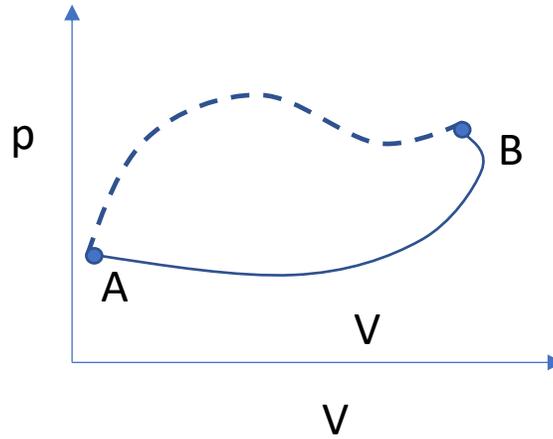
Entropía #1

Veamos que si voy de A a B por una transformación que no es reversible:

$$S(B) - S(A) \geq \int_A^B \frac{dQ}{T}$$



Entropía #1

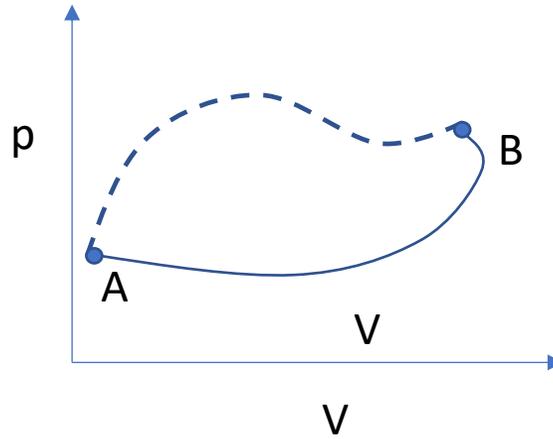


$$0 \geq \oint \frac{dQ}{T} = \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I + \left(\int_B^A \frac{dQ}{T} \right)_R$$

$$S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

$$0 \geq \oint \frac{dQ}{T} = \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I + S(A) - S(B)$$

Entropía #1

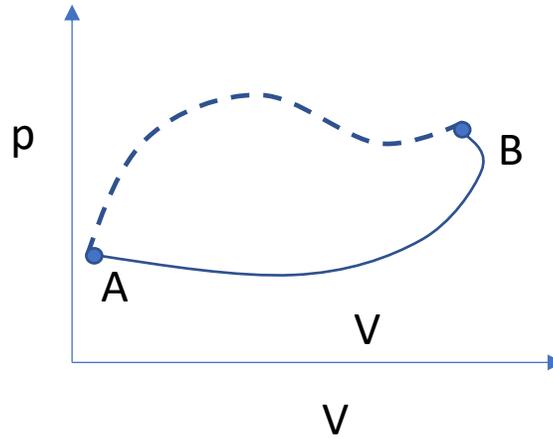


$$S(B) - S(A) \geq \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I$$



$$S(B) - S(A) \geq \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

Entropía #1



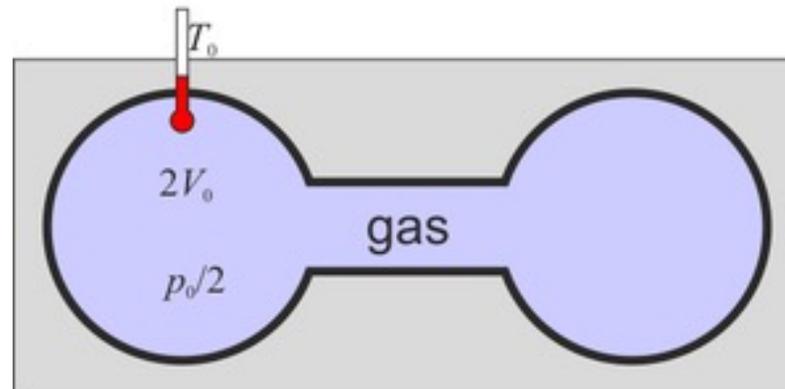
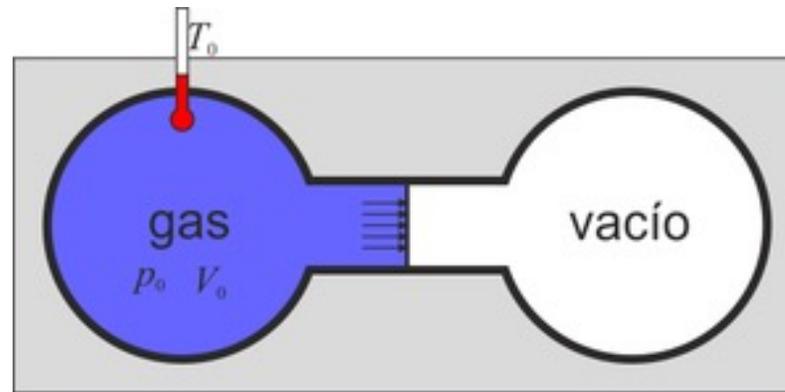
¿Qué pasa si el sistema es aislado?

$$S(B) \geq S(A)$$

Recordemos.....

Primera Ley

Gases ideales, veamos que: $U = U(T)$



Primera Ley

Gases ideales, veamos que: $U = U(T)$

$$Q = 0$$

$$\Delta U + W = 0$$

$$\rightarrow \Delta U = 0$$

entonces $U = U(T)$



Primera Ley



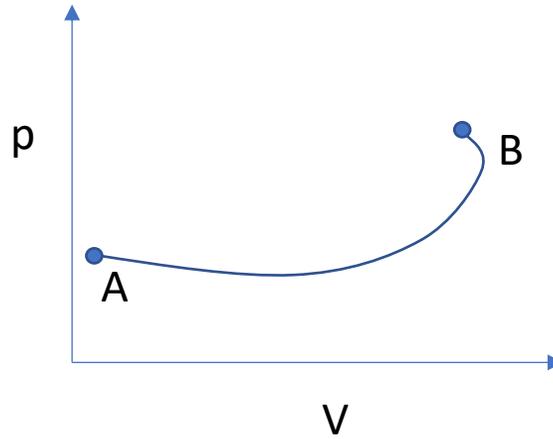
Gases ideales, veamos que: $U = U(T)$

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\delta U}{\delta T}$$

$$U = C_V T + A$$

Constante de integración

Entropía #2

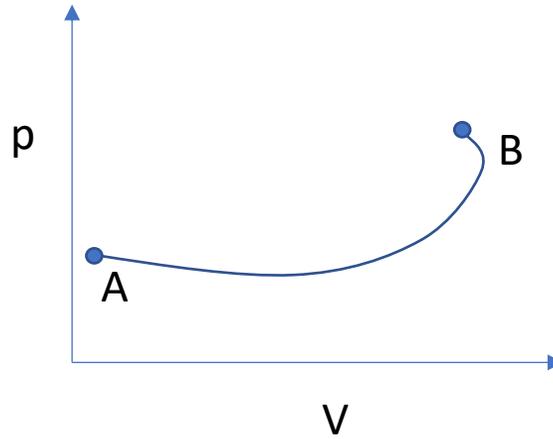


Entropía de sistemas cuyos estados pueden ser representados en (V,p)

$$\delta Q = \delta U + \delta W$$

$$\delta Q = \delta U + p\delta V$$

Entropía #2



Si elegimos T y V como variables independientes:

$$\delta U = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \delta T + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \delta V$$

Entropía #2

$$\delta S = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \delta T + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \delta V$$

S es función de estado: $S = S(T, V)$

Un poco de matematica: derivadas parciales

$$z = f(x, y)$$

$$\delta z = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y$$

$$\delta z = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \delta x + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \delta y$$

Un poco de matematica: derivadas parciales

$$z = f(x, y)$$

$$\delta z = M(x, y)\delta x + N(x, y)\delta y$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$$

Simetría de la segunda derivada: teorema de Schwarz o Clairaut. Necesito que las segundas derivadas parciales sean continuas

Entropía #2

$$\delta S = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \delta T + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \delta V$$

S es función de estado:

$$\frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right] = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1}{T} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right) \right]$$

Entropía #2

$$\frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = - \left[\frac{1}{T^2} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right) \right] + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{\partial p}{\partial T} \right)$$

$$\frac{1}{T^2} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right) = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right) - p$$

Entropía #2

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right) - p$$

¿Qué pasa si usamos esta ec. en un gas ideal?:

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0 \rightarrow U(T)$$

Entropía #2

¿Cómo es la entropía de un gas ideal?:

$$\delta Q = \delta U + \delta W = C_V \delta T + p \delta V$$

$$\delta S = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_V}{T} \delta T + \frac{p}{T} \delta V = \frac{C_V}{T} \delta T + \frac{nR}{V} \delta V$$

$$S = C_V \ln(T) + nR \ln(V) + ctte$$

¿dQ y/o dS son diferenciales exactas?

¿dQ y/o dS son diferenciales exactas?

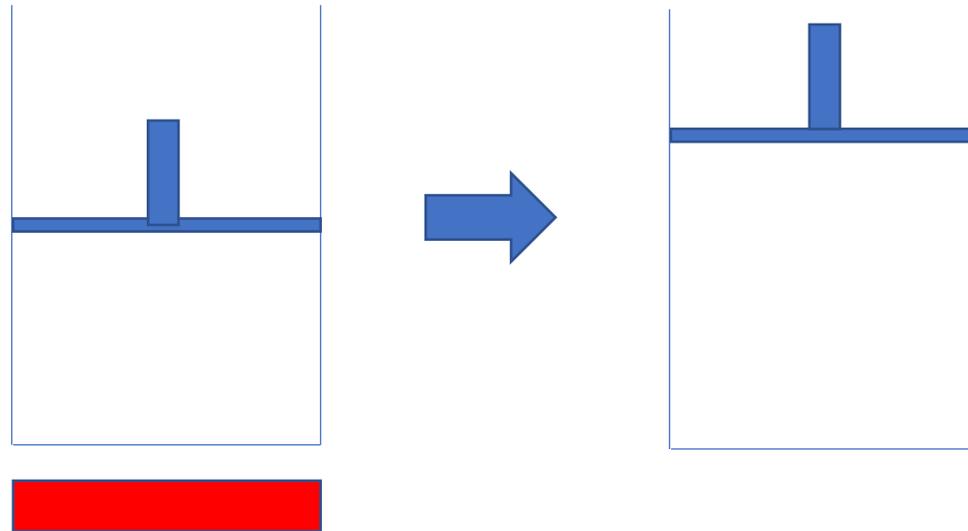
$$\delta Q = \delta U + \delta W = C_V \delta T + p \delta V$$

$$\frac{\partial C_V}{\partial V} \neq \frac{\partial p}{\partial T}$$

Entropía #2

Algunos procesos:

1) Expansión isotérmica: $T_1 = T_2$



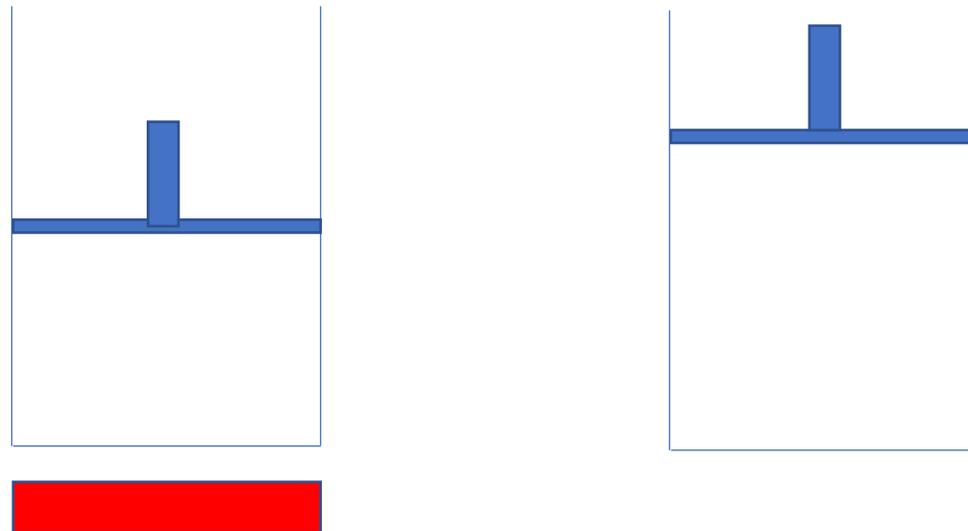
$$S = C_V \ln(T) + nR \ln(V) + ctte$$

Entropía #2

Algunos procesos:

1) Expansión isotérmica: $T_1 = T_2$

$$\Delta S = nR \ln(V_2/V_1)$$



Entropía #2

Expansión isotérmica:

$$Q_{abs} = W = \int_1^2 p \delta V = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Delta S = Q_{abs}/T$$

$$\Delta S_{foco} = -Q_{abs}/T$$

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_{foco} + \Delta S_{gas} = 0$$

Transformación reversible sistema cerrado (incluyo el foco!)

Entropía #2

2) Expansión libre:



$dQ=0$ (no entra ni sale calor) ¿es $dS=0$?

$$\Delta S = nR \ln(V_2/V_1)$$

El gas no realiza trabajo: ¿por que?

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_{gas} \neq 0$$