

Propagación de incertezas

Exactitud y precisión

Discrepancia

Cifras significativas

## ¿Cómo expreso el resultado de una medición indirecta?

Una medida indirecta  $w$  se expresa a través de un valor central  $w_0$  y una incerteza absoluta  $\Delta w$ , de la forma  $(w_0 \pm \Delta w)$  **acompañada siempre de la unidad adecuada** y donde  $\Delta w$  posee múltiples contribuciones. Esta incerteza absoluta depende de:

- Las incertezas ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z...$ ) de las magnitudes ( $x, y, z,...$ ) a partir de las cuales fue calculada la magnitud indirecta.
- La dependencia funcional entre la magnitud indirecta y las otras magnitudes:  $w = f(x, y, z)$

# Propagación de incertezas

Supongamos que se puede obtener en forma indirecta la magnitud  $W$  midiendo en forma directa las magnitudes  $x, y, z, \dots$  (independientes entre sí), mediante una función  $f(x, y, z, \dots)$ , tal que  $W = f(x, y, z, \dots)$ .

A partir de las mediciones directas, conocemos los valores:  $x = x_0 \pm \Delta x$ ;  $y = y_0 \pm \Delta y$ ;  $z = z_0 \pm \Delta z; \dots$

Entonces, se puede obtener en forma indirecta la magnitud  $W = W_0 \pm \Delta W$  siendo:

$$W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots) \quad (1)$$

$$\Delta W = \sqrt{\left[ \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta x \right]^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta y \right]^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta z \right]^2} \quad (2)$$

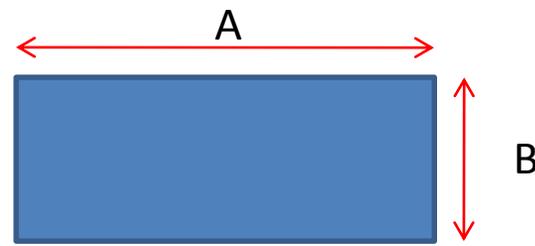
$$f(x, y) = 15y^3x + 4x - 2y + 3$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 15y^3 + 4 - 0 + 0 = 15y^3 + 4$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 45y^2x + 0 - 2 + 0 = 45y^2x - 2$$

# Ejemplo

$$S(A,B) = A \cdot B$$



a) Si se quiere medir el área  $S$  de una mesa rectangular de lados  $A_o \pm \Delta A$  y  $B_o \pm \Delta B$ .

El resultado de la medición indirecta de esta magnitud será  $S_o \pm \Delta S$ .

El valor medio del área de la mesa se obtiene como:

$$S_o = A_o \cdot B_o$$

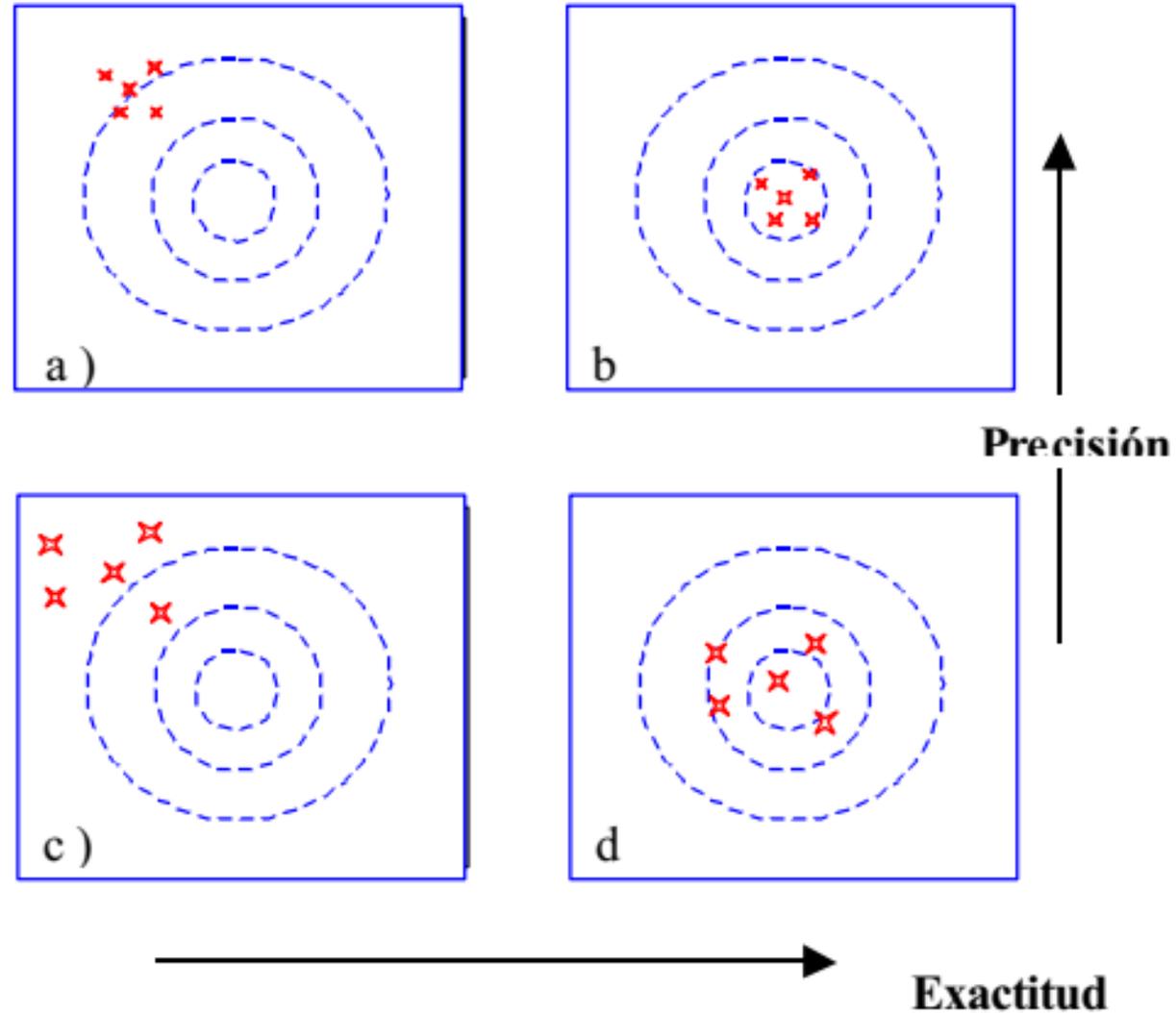
Y su incerteza

$$\Delta S = \left\{ \left[ \frac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) \cdot \Delta A \right]^2 + \left[ \frac{\partial S}{\partial B}(A_o, B_o) \cdot \Delta B \right]^2 \right\}^{1/2} = \left\{ [B_o \cdot \Delta A]^2 + [A_o \cdot \Delta B]^2 \right\}^{1/2}$$

donde  $\frac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) = B_o$  y  $\frac{\partial S}{\partial B}(A_o, B_o) = A_o$ .

# Exactitud y precisión.

Ejemplo: lanzamiento de dardos a un blanco



## Discrepancia

*Medición 1:*

$$X_1 = \bar{X}_1 \pm \Delta X_1$$

*Medición 2:*

$$X_2 = \bar{X}_2 \pm \Delta X_2$$

$$\Delta X^2 = \Delta X_1^2 + \Delta X_2^2$$

¿Son distintas  $X_1$  y  $X_2$ ?

¿Basta con mirar los valores centrales de  $X_1$  y  $X_2$ ?

¿Cómo contemplamos sus incertezas:  $\Delta X_1$  y  $\Delta X_2$ ?

Decimos que con un límite de confianza del 68% las mediciones son distintas si:

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \geq \Delta X,$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

- g es lo que quiero calcular con su incerteza
- L es una magnitud medida en forma directa y la cual posee incerteza instrumental.
- T es una magnitud medida en forma directa como resultado de N mediciones y posee su incerteza absoluta (con contribución instrumental y estadística)
- $\pi$  Es un número irracional con infinitos dígitos, el cual al truncarlo tiene asociado una incerteza en el último dígito.

$$g = 4\pi^2 LT^{-2}$$

$$g = f(\pi, L, T)$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \pi} \Delta \pi\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} \Delta T\right)^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial \pi} = 8\pi LT^{-2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial L} = 4\pi^2 T^{-2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial T} = 4\pi^2 L(-2)T^{-3} = -8\pi^2 LT^{-3}$$

Informamos:

$$g = g_0 \pm \Delta g$$

## ¿Cuántas cifras le colocamos a la incerteza absoluta y a la medida?

Cuando escribimos el resultado de una medición, primero fijamos el número de cifras significativas sobre la incerteza y luego redondeamos el valor absoluto.

0,0056

2 cifras significativas

0,0789

3 cifras significativas

0,000001

1 cifra significativa

**En el laboratorio trabajaremos con 1 cifra significativa en la incerteza**

Ejemplos:  $x = (x_0 \pm \epsilon)$  unidad

$$x = (320 \pm 2) \text{ m} \quad \text{Correctamente expresado}$$

$$x = (325, 2 \pm 2, 3) \text{ m} \quad (325 \pm 2) \text{ m}$$

$$x = (321, 22356 \pm 0, 14) \text{ m} \quad (321, 2 \pm 0, 1) \text{ m}$$

$$x = (320, 326 \pm 0, 003) \text{ m} \quad \text{Correctamente expresado}$$

$$x = (1,57 \pm 0,86) \text{ l}$$

$$x = (3,87 \pm 0,96) \text{ m/s}$$

$$x = (1236,34 \pm 18,65) \text{ N}$$

$$x = (1,6 \pm 0,9) \text{ l}$$

$$x = (4 \pm 1) \text{ m/s}$$

$$x = (1240 \pm 20) \text{ N}$$

$$x = (1,23634 \cdot 10^3 \pm 0,01865 \cdot 10^3) \text{ N}$$

$$x = (1,24 \cdot 10^3 \pm 0,02 \cdot 10^3) \text{ N}$$