Conductores

Problema general electromagnético

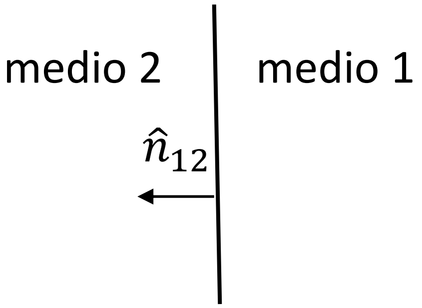
Ecuaciones de Maxuell:

cuasiestacionario

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \qquad \text{(m1)} \qquad\qquad \bar{\nabla}.\bar{E} = -\frac{\rho_q}{\varepsilon_0} \qquad \text{(m2)}$$

$$\bar{\nabla}.\bar{B} = 0 \qquad \text{(m3)} \qquad\qquad \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} + \cancel{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}} \qquad \text{(m4)}$$

ρ_q y $\bar{J}$ son las densidades de **todas** las cargas y corrientes



Condiciones de Contorno:

$$(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) \times \hat{n}_{12} = 0 \qquad \text{(cc1)} \qquad\qquad (\bar{E}_2 - \bar{E}_1).\hat{n}_{12} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} \qquad \text{(cc2)}$$

$$(\bar{B}_2 - \bar{B}_1).\hat{n}_{12} = 0 \qquad \text{(cc3)} \qquad\qquad (\bar{B}_2 - \bar{B}_1) \times \hat{n}_{12} = \mu_0 \bar{K}_s \qquad \text{(cc4)}$$

σ_s y $\bar{K}_s$ son **todas** las densidades superficiales de cargas y corrientes

Conservación de la carga: $\bar{\nabla}.\rho_q \bar{v} + \frac{\partial \rho_q}{\partial t} = 0$

Ecuación constitutiva: $\bar{E}(\bar{J})$ o $\bar{E} = \rho \bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma \bar{E}$

ρ y σ son la resistividad y conductividad, características del medio.

En los conductores Ohmicos ρ no depende de $\bar{J}$ y es real

Conductores

Ecuación constitutiva: $\bar{E} = \rho\bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma\bar{E}$. ρ no depende de $\bar{J}$ y es real.

El modelo más sencillo: **Modelo de Drude**

$q_e = -e$ $\bar{p}(t)$ impulso de un electrón a tiempo t Si aplico un campo $\bar{E} \Rightarrow \bar{F} = -\mathrm{e}\bar{E}$

$\bar{p}$ varía por:
- La fuerza $\bar{F} = -\mathrm{e}\bar{E}$
- Choques con centros de scattering (τ tiempo entre colisiones)

- Probabilidad de NO chocar en dt: $1 - \frac{dt}{\tau}$
- $P(t)$ es la probabilidad de que un electrón NO haya colisionado después de un tiempo *t.* Entonces:

$$P(t + dt) = P(t)\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)$$

$$P(t + dt) - P(t) = -\frac{dt}{\tau}P(t)$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{dt}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}} \qquad (P(t = 0) = 1)$$

Conductores

Modelo de Drude

$\bar{p}(t)$ impulso de un electrón a tiempo t Si aplico un campo $\bar{E} \Rightarrow \bar{F} = -\mathrm{e}\bar{E}$

$\bar{p}$ varía por:
- La fuerza $\bar{F} = -\mathrm{e}\bar{E}$
- Choques con centros de scattering (τ tiempo entre colisiones)

- $\boxed{P(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}}$ es la probabilidad de que un electrón (e^-) **NO** haya colisionado después de un tiempo *t.*

- Si el e^- no choca en dt: $\bar{p}(t+dt) = \bar{p}(t) - e\bar{E}dt$
- Si el e^- justo choca en ese dt: sale con un $\bar{p}_0$ aleatorio.

Entonces: Si promediamos todos los electrones, aquellos que justo chocaron en ese dt contribuirán al impulso medio, justo después del choque, con $\langle\bar{p}_0\rangle = 0$.

La fracción electrones que NO chocan en dt contribuye con: $\boxed{\langle\bar{p}(t+dt)\rangle = (\langle\bar{p}(t)\rangle - e\bar{E}dt)\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)}$

Los que chocan, tienen un $dt' < dt$ para acelerar y contribuyen con: $\langle\bar{p}(t+dt)\rangle = (\cancel{\langle\bar{p}_0\rangle} - e\bar{E}\langle dt'\rangle)\left(\frac{dt}{\tau}\right) =$
$\langle\bar{p}(t+dt)\rangle < e\bar{E}\,\langle dt\rangle^2/\tau \sim 0$. La contribución al impulso total e despreciable

Conductores

Modelo de Drude

$$\langle \bar{p}(t+dt)\rangle = (\langle \bar{p}(t)\rangle - e\bar{E}dt)\left(1-\frac{dt}{\tau}\right)$$

$$\langle \bar{p}(t+dt)\rangle - \langle \bar{p}(t)\rangle = -\langle \bar{p}(t)\rangle\frac{dt}{\tau} - e\bar{E}dt - \cancel{e\bar{E}\frac{dt^2}{\tau}}$$

$$\boxed{\frac{d\langle \bar{p}\rangle}{dt} = -\frac{\langle \bar{p}\rangle}{\tau} - e\bar{E}}$$

Término viscoso

Solución estacionaria para $t \gg \tau$:

$$\boxed{\langle \bar{p}\rangle_\infty = m\langle \bar{v}\rangle_\infty = -e\bar{E}\tau}$$

$$\boxed{\langle \bar{v}\rangle_\infty = -\frac{e\bar{E}}{\eta}}$$

donde la viscosidad $\eta = \frac{m}{\tau}$

$\bar{J} = -ne\langle \bar{v}\rangle_\infty$ siendo n la densidad de portadores. Entonces: $\bar{J} = -ne\left(-\frac{e\bar{E}}{\eta}\right)$

$$\boxed{\bar{J} = \frac{ne^2}{\eta}\bar{E} = \frac{ne^2\tau}{m}\bar{E} = \sigma\,\bar{E}}$$

con $\boxed{\sigma = \frac{ne^2}{\eta} = \frac{ne^2\tau}{m}}$

Conductores

Datos experimentales

Material	Resistividad (en 20 °C-25 °C) (Ω·m).
Grafeno[3]	1,00 x 10^{-8}
Plata[3]	1,59 x 10^{-8}
Cobre[4]	1,71 x 10^{-8}
Oro[5]	2,35 x 10^{-8}
Aluminio[6]	2,82 x 10^{-8}
Wolframio[7]	5,65 x 10^{-8}
Níquel[8]	6,40 x 10^{-8}
Hierro[9]	8,90 x 10^{-8}
Platino[10]	10,60 x 10^{-8}
Estaño[11]	11,50 x 10^{-8}
Acero inoxidable 301[12]	72,00 x 10^{-8}
Grafito[13]	60,00 x 10^{-8}

Modelo de Drude

$\bar{J} = \sigma \bar{E}$ con $\boxed{\sigma = \frac{ne^2}{\eta} = \frac{ne^2\tau}{m}}$

$\boxed{n = 1.7\ 10^{29} \frac{electrones}{m^3}}$

$e = 1.6\ 10^{-19}\mathrm{C}$

$m = 9.1\ \ 10^{-31}\mathrm{kg}$

$\Downarrow$

$\tau \sim 2\ 10^{-14}\mathrm{s}$

Mientras estemos en $f \ll 10^{14}$ Hz estamos en el estacionario del modelo de Drude.

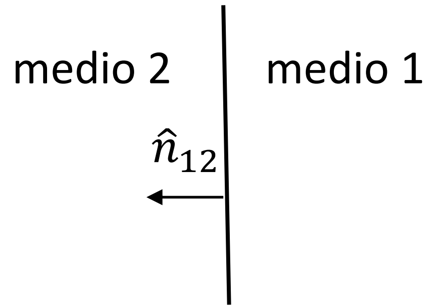
Problema electromagnético cuasiestacionario en un conductor

Ecuaciones de Maxuell:

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \qquad \text{(m1)} \qquad\qquad \bar{\nabla} . \bar{E} = -\frac{\rho_q}{\varepsilon_0} \qquad \text{(m2)}$$

$$\bar{\nabla} . \bar{B} = 0 \qquad \text{(m3)} \qquad\qquad \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} \qquad \text{(m4)}$$

Ecuación constitutiva: $\bar{E} = \rho \bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma \bar{E}$ **;** ρ no depende de $\bar{J}$



por (m1) $\bar{\nabla} \times \bar{J} = \sigma \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ (*)

por (m4) $\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J}$

por (m3) $\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{B} = \bar{\nabla} . (\cancel{\bar{\nabla} . \bar{B}}) - \bar{\nabla}^2 \bar{B}$

con(*) $-\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$

$$\boxed{\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}}$$

+ cc

$$(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) . \hat{n}_{12} = 0 \qquad \text{(cc3)}$$

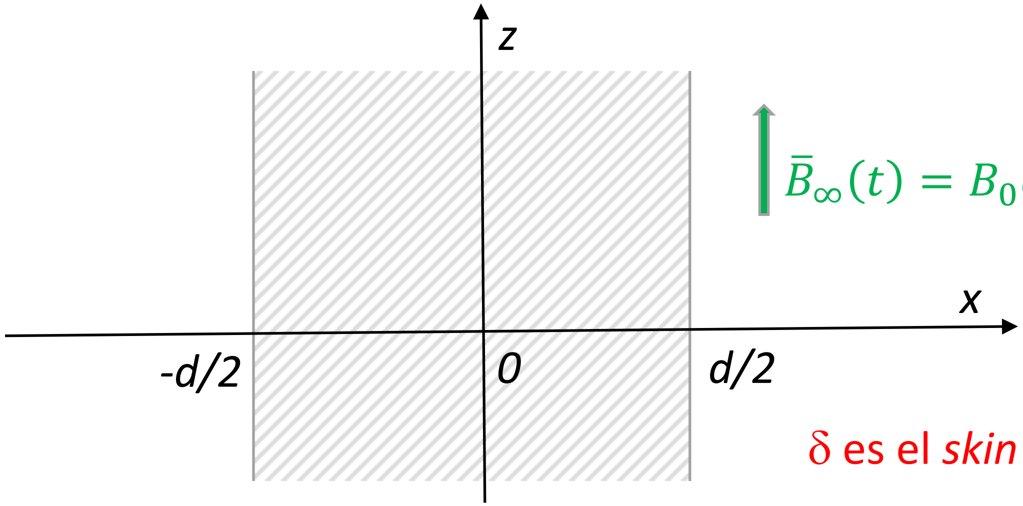
$$(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) \times \hat{n}_{12} = \mu_0 \bar{K}_s \qquad \text{(cc4)}$$

Problema electromagnético cuasiestacionario en un conductor

Ecuación constitutiva: $\bar{E} = \rho\bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma\bar{E}$; ρ real no depende de $\bar{J}$

$$\bar{\nabla}^2\bar{B} = \mu_0\sigma\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \quad (1) \qquad + \text{cc} \qquad \begin{aligned} &(\bar{B}_2 - \bar{B}_1).\hat{n}_{12} = 0 && (\text{cc3}) \\ &(\bar{B}_2 - \bar{B}_1)\times\hat{n}_{12} = \mu_0\bar{K}_s && (\text{cc4}) \end{aligned}$$

- Si el conductor está en un campo externo uniforme y contínuo $\bar{B}_0$, $\bar{B}(\bar{r},t) = \bar{B}_0$ es solución.
- Si en cambio tenemos $\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \bar{\nabla}^2\bar{B} \neq 0$ y aparecen corrientes inducidas.
  - Debido a las cc la solución va a depender de la geometría.
  - Para un slab conductor infinito:



$\bar{B}_\infty(t) = B_0 e^{i\omega t}\hat{z}$

Por simetria: $\bar{B}(\bar{r},t) = B(x,t)\hat{z} \;\Rightarrow\; \bar{\nabla}^2\bar{B} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$

Solución del tipo: $B(x,t) = e^{-kx}e^{i\omega t}$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= i\omega B \\ \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} &= k^2 B \end{aligned}\right\} (1) \;\Rightarrow\; k^2 B = \mu_0\sigma i\omega B$$

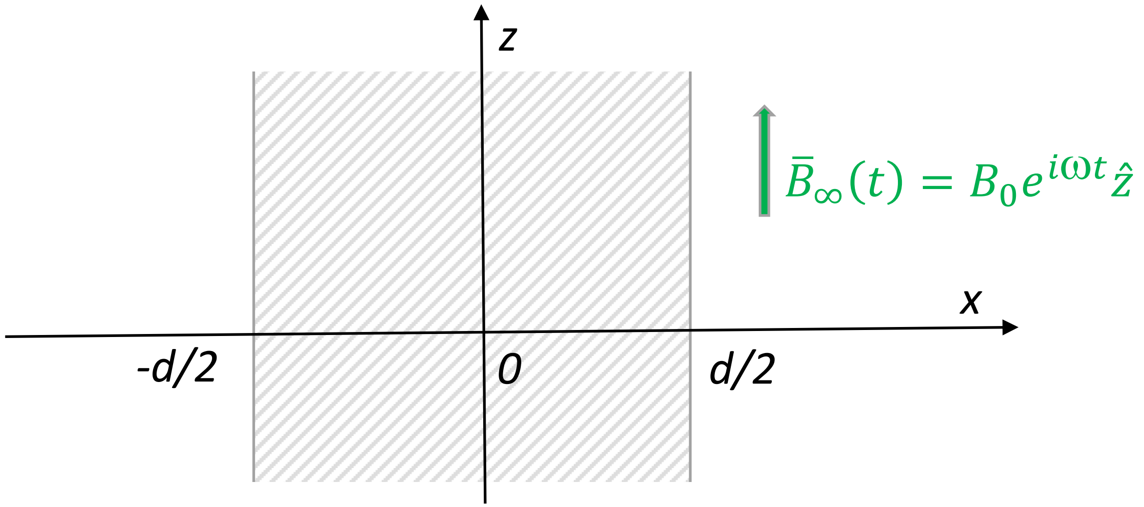
$$\Rightarrow\; k^2 = \mu_0\sigma i\omega$$

δ es el *skin depth* (distancia pelicular)

$$\boxed{\Rightarrow k = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}}(1 \pm i) = \frac{1}{\delta}(1 \pm i)}$$

Problema electromagnético cuasiestacionario en un conductor

Ecuación constitutiva: $\bar{E} = \rho\bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma\bar{E}$ **;** ρ real no depende de $\bar{J}$



$$B(x,t) = e^{-kx}e^{i\omega t}$$

$$k = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}}(1 \pm i) = \frac{1}{\delta}(1 \pm i)$$

c.c: $B(d/2,t) = B(-d/2,t) = \bar{B}_\infty(t) = B_0 e^{i\omega t}$

Si $\delta \ll d$, la parte real de la solución es:

$$B(x,t) = B_0 e^{-\frac{(|x|-d/2)}{\delta}} cos\left[\frac{(|x|-d/2)}{\delta} + \omega t\right]$$

El campo penetra en una long. característica δ

Desfasado del aplicado

$$\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\pi f}}}$$

En un conductor “perfecto”: hay expulsión total de campo alterno?

Conductores

Datos experimentales

Material	Resistividad (en 20 °C-25 °C) (Ω·m).
Grafeno[3]	$1{,}00 \times 10^{-8}$
Plata[3]	$1{,}59 \times 10^{-8}$
Cobre[4]	$1{,}71 \times 10^{-8}$
Oro[5]	$2{,}35 \times 10^{-8}$
Aluminio[6]	$2{,}82 \times 10^{-8}$
Wolframio[7]	$5{,}65 \times 10^{-8}$
Níquel[8]	$6{,}40 \times 10^{-8}$
Hierro[9]	$8{,}90 \times 10^{-8}$
Platino[10]	$10{,}60 \times 10^{-8}$
Estaño[11]	$11{,}50 \times 10^{-8}$
Acero inoxidable 301[12]	$72{,}00 \times 10^{-8}$
Grafito[13]	$60{,}00 \times 10^{-8}$

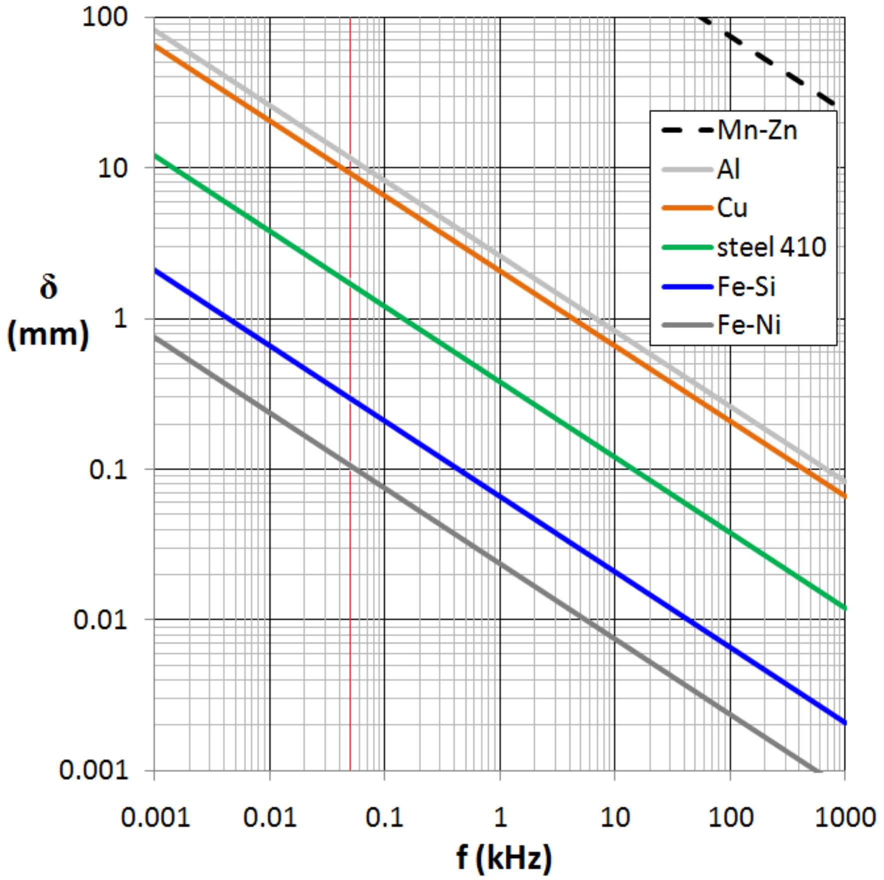
Skin depth $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \pi f}}$ $\quad \mu_0 = 4\pi\, 10^{-7} \mathrm{NA}^2$

Para $f = 1$ kHz: $\delta \sim 2$ mm

Conductores

Datos experimentales skin depth

A T ambiente



By Zureks - Own work, CC0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=13826795

Skin depth $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \pi f}}$ $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7} \mathrm{NA}^2$

Para $f = 1$ kHz:

$\delta_{Cu}\ (Tamb) \sim 2$ mm
$\delta_{Cu}\ (80\ K) \sim 0.7$ mm
δ(YBCO) en Tc (92 K) ~ 1,6 cm

El skin depth δ se usa en muchos casos para medir ρ.

Cómo se mide δ?

Conductores

Cómo se mide el skin depth $\delta = \sqrt{\dfrac{2\rho}{\mu_0 \pi f}}$ **?**

Algunos métodos:

- Se puede medir el campo $\bar{B}$ localmente. (Arreglo de micropuntas Hall, experimento de magneto-optica).
- Se puede medir $\frac{\partial \langle \bar{B} \rangle}{\partial t}$ con un método inductivo.
- Se puede medir el campo $\bar{B}(\bar{m})$ generado por momento magnético $\bar{m}$ generado por las corrientes inducidas.

Repasemos algunos conceptos: $\bar{B}, \bar{H}, \bar{M}, \chi, \chi_{ac}$

En ausencia de factor demagnetizante (FD): $\mu_0 \bar{H}_0$ es el campo $\bar{B}_0$ generado por las corrientes externas, conocidas.

A que llamamos “ Corrientes *no conocidas* o internas ”?

Magnetización y susceptibilidad

- En medios materiales puede haber momentos magnéticos locales provenientes de espines y/o momentos orbitales (corrientes microscópicas). La integración de estos momentos promediados en un diferencial de volumen microscópico en cada posición $\bar{r}$ da lugar a la **magnetización local** $\bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{r}})$.
- Si integramos en todo el volumen de interés (en general en un experimento es el de la muestra):

Momento magnético de la muestra: $\bar{\boldsymbol{m}} = \iiint_V \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{r}}) \boldsymbol{d^3r}$ Unidades: emu = 1erg/G =10^{-3} A.m^2

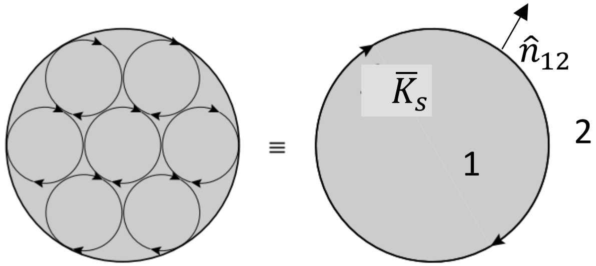
La magnetización promedio $\langle \bar{\boldsymbol{M}} \rangle = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{V}} \iiint_V \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{r}}) \boldsymbol{d^3r} = \frac{\bar{\boldsymbol{m}}}{\boldsymbol{V}}$ Unidades: A/m o emu/cm^3

- En conductores y superconductores puede haber **corrientes macroscópicas** inducidas $\bar{J}_{ind}(\bar{r})$.

La distribución $\bar{J}_{ind}(\bar{r})$ inducida genera un **momento magnético** $\bar{\boldsymbol{m}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} \iiint \bar{\boldsymbol{r}} \times \bar{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{ind}}(\bar{\boldsymbol{r}})\ \boldsymbol{d^3r}$.

- De un modo general, ´podemos hablar de **corrientes internas** (macroscópicas y microscópicas) que pueden estar en volumen $\bar{J}_{int}(\bar{r})$ o en superficie $\bar{K}_s(\bar{r})$ y asociarles una $\bar{M}(\bar{r})$:

$$\bar{\nabla} \times \bar{M} = \bar{J}_{int} \qquad \bar{M} \times \hat{n}_{12} = \bar{K}_s$$



Magnetización y susceptibilidad

La distribución $\bar{J}_{int}(\bar{r})$ genera un momento magnético $\bar{m} = \frac{1}{2}\iiint \bar{r} \times \bar{J}_{int}(\bar{r})\, d^3r \;=\iiint \bar{M}(\bar{r})\, d^3r$.

La magnetización promedio $\langle \bar{M} \rangle = \frac{\bar{m}}{V}$, y $\bar{\nabla} \times \bar{M} = \bar{J}_{int}$ (1)

$\mu_0 \bar{H}_0 = \bar{B}_0$ se puede calcular y/o calibrar (campo sin muestra).

$\bar{B}(\bar{r})$ con muestra depende de:

- $\bar{H}_0$
- Relaciones constitutivas del material
- Geometría (c.c)

Factor demagnetizante: En muchos casos, las c.c modifican las lineas de campo: $\bar{H} \neq \bar{H}_0$.

Volvamos a las **Ecuaciones de Maxwell:**

$\bar{\nabla}.\bar{B} = 0$ (m3) $\quad$ $\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J}$ (m4) son **todas** las corrientes $\bar{J} = \bar{J}_L + \bar{J}_{int}$

$\bar{J}_L$ son las corrientes “conocidas”, también llamadas “libres”. Definimos un campo $\bar{H}$ tal que $\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J}_L$ (2).

Entonces: $\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0(\bar{J}_L + \bar{J}_{int})$ (3) . De (1), (2) y (3): $\bar{\nabla} \times \left(\frac{\bar{B}}{\mu_0}\right) = \bar{\nabla} \times \bar{M} + \bar{\nabla} \times \bar{H} \Rightarrow \bar{B} = \mu_0(\bar{H} + \bar{M})$ cumple

Magnetización y susceptibilidad

La distribución $\bar{J}_{int}(\bar{r})$ inducida genera un momento magnético $\bar{m} = \frac{1}{2}\iiint \bar{r} \times \bar{J}_{int}(\bar{r})\, d^3r$. La magnetización promedio $\langle \bar{M} \rangle = \frac{\bar{m}}{V}$, de forma que $\bar{\nabla} \times \bar{M} = \bar{J}_{int}$.

$$\bar{\nabla}.\bar{B} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J}_L \\ \bar{B} = \mu_0(\bar{H} + \bar{M}) \\ \bar{\nabla}.\bar{H} = -\bar{\nabla}.\bar{M} \end{array}}$$

Ademas:

$$(\bar{B}_2 - \bar{B}_1).\hat{n}_{12} = 0 \qquad \text{(cc3)}$$
$$(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) \times \hat{n}_{12} = \mu_0 \bar{K}_s \qquad \text{(cc4)}$$

Adentro: $\bar{B}_1 = \mu_0(\bar{H} + \bar{M})$

Afuera: $\bar{B}_2 = \mu_0 \bar{H}$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{M} \times \hat{n}_{12} = \mu_0 \bar{K}_s}$$

Si $\bar{\nabla}.\bar{M} \neq 0 \;\Rightarrow$ puedo definir una especie de “carga magnética” $\rho_M = \bar{\nabla}.\bar{M}$

Las fuentes de $\bar{H}$ son las $\bar{J}_L$ y las ρ_M.

La susceptibilidad magnética DC es un tensor que se define como: $\chi_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial H_j}$. Para medios isótropos y lineales: $\bar{M} = \chi \bar{H}$

La permeabilidad magnética DC es un tensor que se define como: $\mu_{ij} = \frac{\partial B_i}{\partial H_j}$. Para medios isótropos y lineales: $\bar{B} = \mu \bar{H}$

Magnetización y susceptibilidad AC

Qué pasa si se aplica un campo dependiente del tiempo? Cómo se define la susceptibilidad?

- Se aplica un campo alterno $\bar{B}_\infty(t) = B_0 e^{i\omega t}\hat{z}$ (en forma más general puede ser una combinación de frecuencias)
- La distribución $\bar{J}_{int}(\bar{r}, t)$ inducida genera un momento magnético $\bar{m}(t) = \frac{1}{2}\iiint \bar{r} \times \bar{J}_{int}(\bar{r}, t)\, d^3 r$.
- La magnetización promedio $\langle \bar{M} \rangle(t) = \frac{\bar{m}(t)}{V}$. En todo punto, el campo $\bar{B}(t) = \mu_0(\bar{H}(t) + \bar{M}(t))$

1) Si la respuesta del medio es **lineal** (como los conductores no magnéticos), $\bar{B}(\mathrm{t})$ y $\overline{M}(\mathrm{t})$ sólo pueden tener componentes en la frecuencia ω, pero pueden estar desfazados. Ya lo vimos en el efecto pelicular.

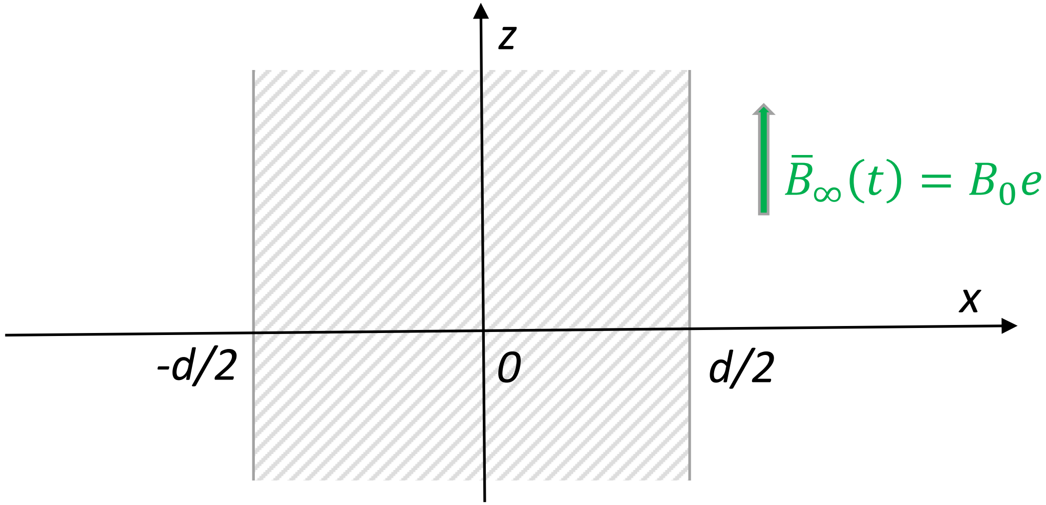
$$\chi_{ac} = \chi' - i\chi'' = \frac{1}{2\pi H_0}\int_0^{2\pi} M(t) e^{i\omega t} d(\omega t)$$

2) Si la respuesta del medio es **no lineal** (como los ferromagnetos cerca de saturación o los superconductores con defectos), $\bar{B}(\mathrm{t})$ y $\overline{M}(\mathrm{t})$ siguen siendo periódicos en ω, pero pueden tener harmónicos superiores.

$$\chi_{ac} = \sum_n \chi'_n - i\chi''_n = \frac{1}{2\pi H_0}\sum_n \int_0^{2\pi} M(t) e^{in\omega t} d(\omega t)$$

Volvamos al problema electromagnético cuasiestacionario en un conductor: Apantallamiento del campo alterno

Ecuación constitutiva: $\bar{E} = \rho\bar{J}$ o $\bar{J} = \sigma\bar{E}$; ρ real no depende de $\bar{J}$



$\bar{B}_\infty(t) = B_0 e^{i\omega t}\hat{z}$

$$B(x,t) = e^{-kx}e^{i\omega t}$$

$$k = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma i\omega}{2}}(1 \pm i) = \frac{1}{\delta}(1 \pm i)$$

c.c: $B(d/2,t) = B(-d/2,t) = \bar{B}_\infty(t) = B_0 e^{i\omega t}$

Si $\delta \ll d$, la parte real de la solución es:

$$B(x,t) = B_0 e^{-\frac{(|x|-d/2)}{\delta}} cos\left[\frac{(|x|-d/2)}{\delta} + \omega t\right]$$

El campo penetra en una long. característica δ

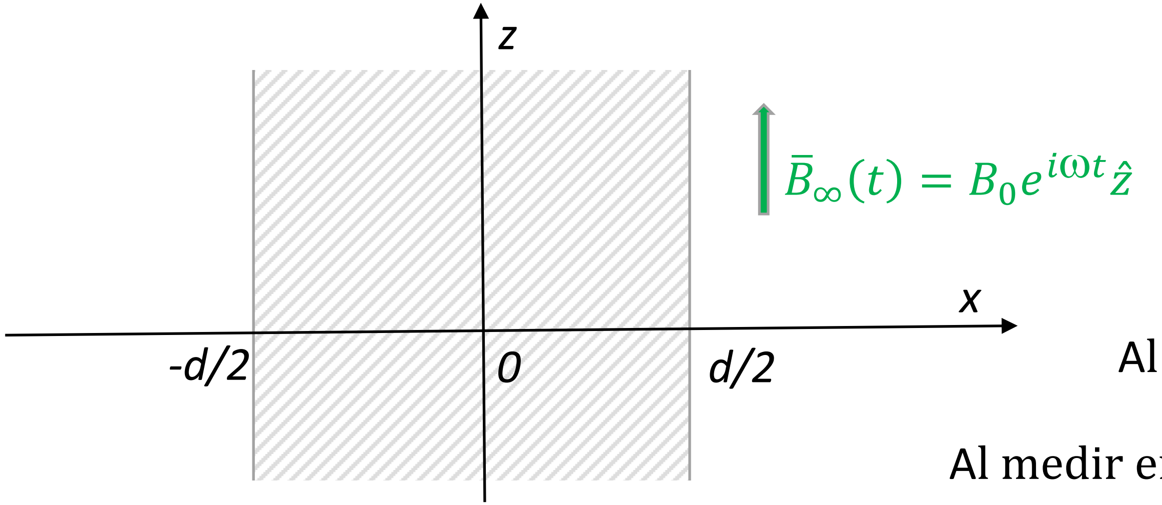
Desfasado del aplicado

$$\boxed{\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\pi f}}}$$

Problema electromagnético cuasiestacionario en un conductor: Apantallamiento del campo alterno

Parte real: $B(x,t) = B_0 e^{-\frac{(|x|-d/2)}{\delta}} cos\left[\frac{(|x|-d/2)}{\delta} + \omega t\right]$ $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega}}$

$$\langle B(t)\rangle_{muestra} = \frac{1}{d}\int_{-d/2}^{d/2} B(x,t)dx$$



Como no hay FD: $H(t) = \frac{B_\infty(t)}{\mu_0}$

$$\langle M(t)\rangle = \frac{1}{\mu_0}\langle B(t)\rangle - H(t)$$

Al medir $m(t) = \langle M(t)\rangle V$, medimos en forma indirecta δ

Al medir en forma inductiva $\partial\langle B(t)\rangle/\partial t$, medimos en forma indirecta δ

En general $B(x,t)$ está desfasado de $H(\mathrm{t}) \Rightarrow \langle B(t)\rangle$ y $\langle M(t)\rangle$ van a estar desfasados de $H(t)$.

Susceptibilidad alterna χ_{ac} compleja

$$\chi_{ac} = \chi' + i\chi'' = \frac{1}{2\pi H_0}\int_0^{2\pi} M(t)e^{i\omega t}d(\omega t)$$

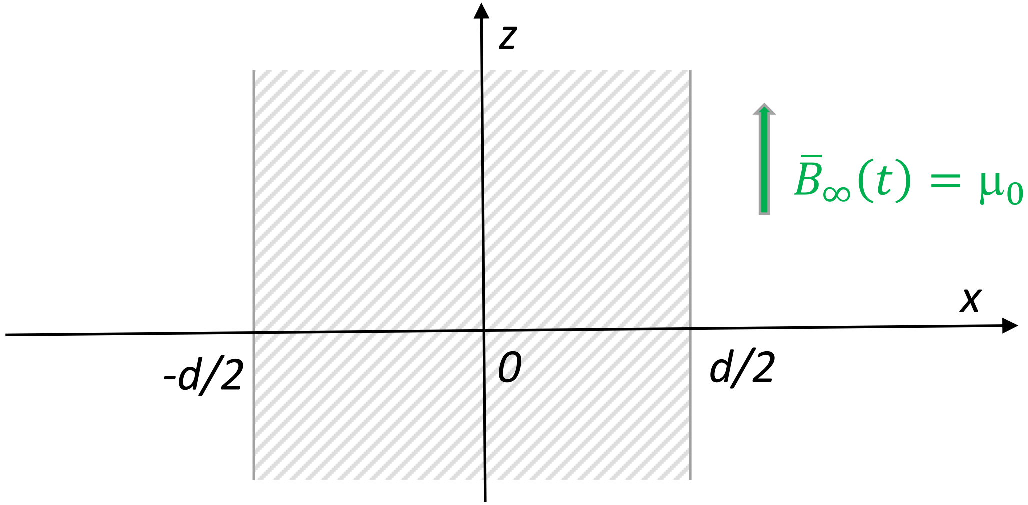
Apantallamiento del campo alterno en conductores
Susceptibildidad alterna

Parte real: $B(x,t) = B_0 e^{-\frac{(|x|-d/2)}{\delta}} cos\left[\frac{(|x|-d/2)}{\delta} + \omega t\right]$

$H(t) = H_0 cos(\omega t)$

$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega}}$

$$\chi_{ac} = \chi' - i\chi'' = \frac{1}{2\pi H_0}\int_0^{2\pi} M(t) e^{i\omega t} d(\omega t)$$



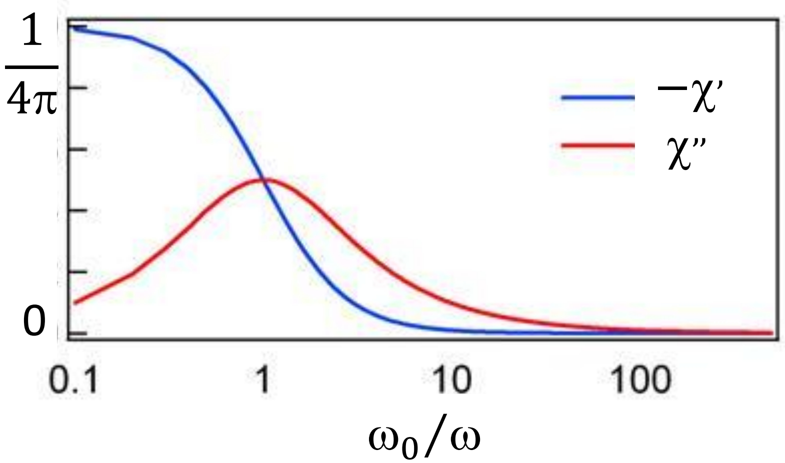
$\bar{B}_\infty(t) = \mu_0 H_0 e^{i\omega t}\hat{z}$

$$\chi' = \frac{1}{2\pi H_0}\int_0^{2\pi} M(t)\cos(\omega t)\, d(\omega t)$$

$$\chi'' = \frac{1}{2\pi H_0}\int_0^{2\pi} M(t)\sin(\omega t)\, d(\omega t)$$

Si $M(t)$ está en fase con $H(t)$, $\chi'' = 0$.

$$M(t) = (\chi' - i\chi'')\mathrm{H(t)} = H_0(\chi' \cos(\omega t) + \chi'' \sin(\omega t))$$



La energía disipada en un ciclo es $W = \oint_{ciclo} BdH$

$$\frac{d}{2} = \delta(\omega_0) = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\omega_0}}$$

$\boxed{\text{Ver que } W \propto \chi''}$

Preguntas para pensar/buscar para la próxima clase:

- Qué pasará cuando un conductor tiene resistividad nula? (conductor perfecto)
- Basta con reemplazar $\rho = 0$ en todas las expresiones?
- Qué hipótesis de las usadas en las deducciones de esta clase no se cumplen en ese caso?