

Repaso

Conductores

$\bar{J} = \sigma \bar{E}$. $\sigma = \frac{1}{\rho}$ no depende de \bar{J} y es real.

$$\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Los campos alternos son apantallados en una longitud caracterísitca que depende de la frecuencia y la conductividad

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$$

Si δ es comparable al tamaño de la muestra el campo interno esta desfazado respecto del aplicado y hay disipación.

Conductores perfectos

$$\rho = 0; \quad \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \bar{E}$$

$$\bar{\nabla}^2 \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Las variaciones temporales del campo son apantalladas en una longitud pequeña (nano) independiente de frecuencia.

$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 ne^2}$$

En sistemas macroscópicos se conserva la condición inicial $FC \neq ZFC$

Superconductores

$$\rho = 0;$$

Propuesta de London

El campo es apantallado en una longitud pequeña (nano)

$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 nq^2}$$

En sistemas macroscópicos el campo $B = 0$. (Meissner)

Modelo de London

Modelo de dos flúidos:

- Hay portadores normales y superconductores. n_s es la densidad relativa de portadores superconductores.
- A $T = 0$, $n_s = 1$; A $T > T_c$, $n_s = 0$
- Los portadores normales se comportan como cargas en un conductor normal ($\bar{J} = \sigma \bar{E}$).
- La electrodinámica de los portadores superconductores se describe mediante las ecuaciones de London.
- Los portadores tienen masa m y carga q que los London suponen igual a la masa y carga del e^- .

Ecuaciones de London:

Recordemos que en un conductor perfecto:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \bar{E} = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \bar{E} \quad \lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n q^2} \Rightarrow n = \frac{m}{\mu_0 q^2 \lambda_L^2} \quad \begin{array}{l} n \text{ depende de } T \\ \text{pero no de } \bar{r} \end{array}$$

Inspirados en el apantallamiento de $\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ en conductores perfectos:

Proponen una ecuación “similar” para describir el **efecto Meissner**:

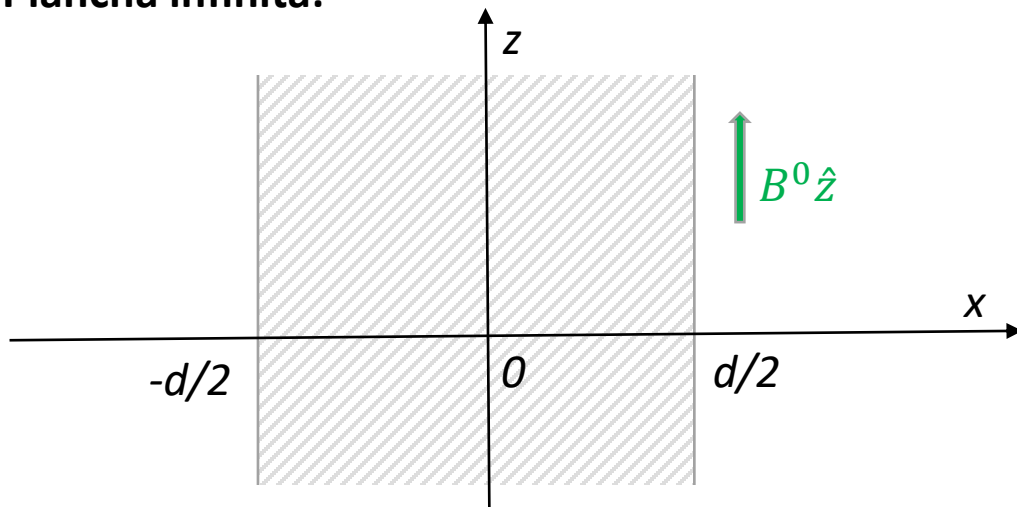
$$\bar{\nabla}^2 \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} ; \quad \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\nabla} \times \bar{J}) = \mu_0 \bar{\nabla} \times \left(\frac{\partial \bar{J}}{\partial t} \right) = \mu_0 \bar{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \bar{E} \right) = -\frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad \mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B}$$

Efecto Meissner

$$\mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \quad \text{con } \lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n_s q^2} \quad \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} \quad (\text{m4})$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{B} = -\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \Rightarrow \bar{\nabla}^2 \bar{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \quad \text{Y se puede ver facilmente que: } \bar{\nabla}^2 \bar{J} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{J}$$

Plancha infinita:



$$\bar{B}(\bar{r}) = B(x) \hat{z} \quad \bar{J}(\bar{r}) = J(x) \hat{y}$$

$$\text{c.c: } B_z(d/2, t) = B_z(-d/2, t) = B^0$$

Ver que:

$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

$$j_y(x) = -\frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} \frac{\sinh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

Y si $\lambda_L \ll d$:

$$B_z \approx B^0 e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

$$j_y \approx \pm \frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

$$u = \left| x \pm \frac{d}{2} \right|$$

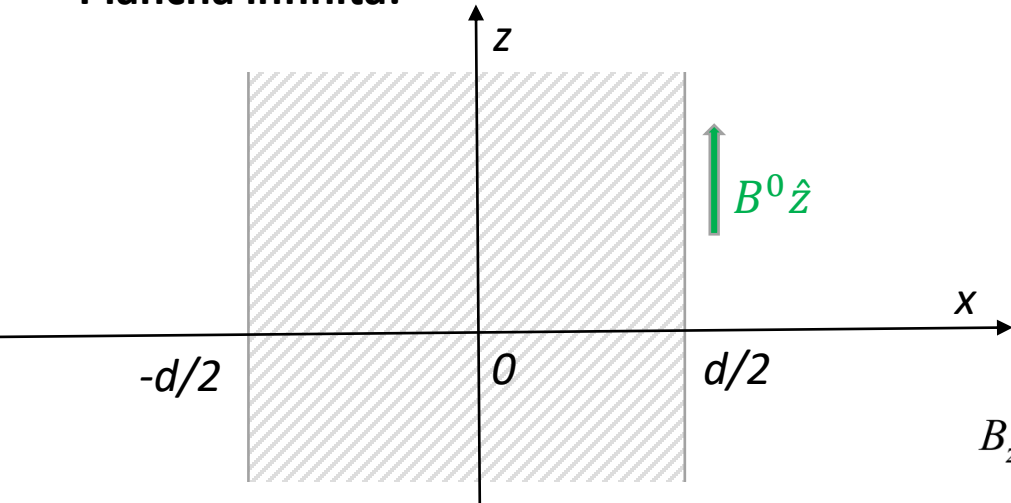
Efecto Meissner

$$\nabla^2 \bar{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B}$$

$$\nabla^2 \bar{J} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{J}$$

$$n_s = \frac{m}{\mu_0 q^2 \lambda_L^2}$$

Plancha infinita:



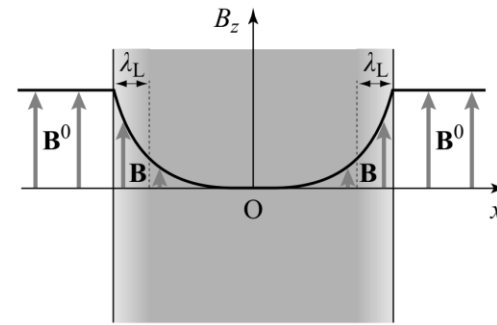
$$\bar{B}(\vec{r}) = B(x)\hat{z} \quad \bar{J}(\vec{r}) = J(x)\hat{y}$$

c.c: $B_z(d/2, t) = B_z(-d/2, t) = B^0$

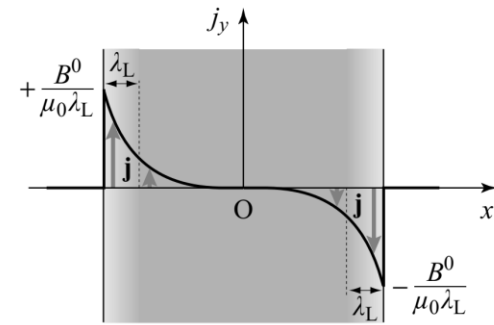
$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

$$j_y(x) = -\frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} \frac{\sinh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

Si $\lambda_L < d$:

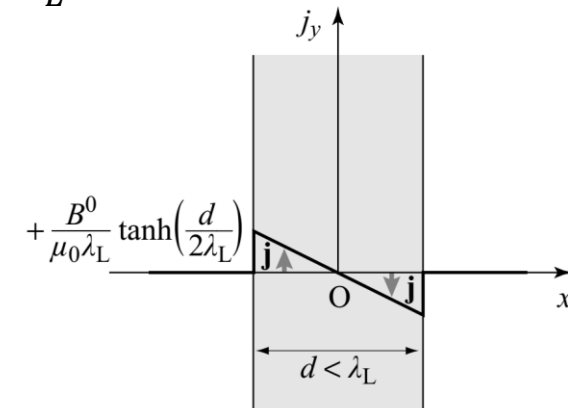
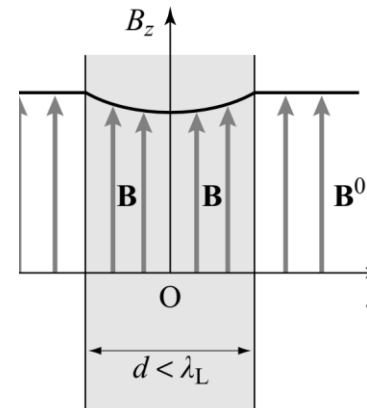


$$B_z \approx B^0 e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$



$$j_y \approx \pm \frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

Si $\lambda_L > d$:



Cómo se mide λ_L ?

1) Magnetización de una película delgada ($\lambda_L > d$):

Area A macroscópica y espesor d nanometrico

$$\bar{B}^0 = \mu_0 \bar{H}_0 \quad \bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$$

Al ser geometría "sin FD": $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H}_0 + \bar{M})$

$$\Rightarrow \bar{M}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} (\bar{B}(\vec{r}) - \bar{B}^0)$$

$$\langle \bar{M} \rangle \approx \frac{\hat{z}A}{d\mu_0} \int_{-d/2}^{d/2} (B_z(x) - B^0) dx = -\bar{B}^0 \frac{V}{\mu_0} \left[1 - \frac{2\lambda_L}{d} \tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right) \right]$$

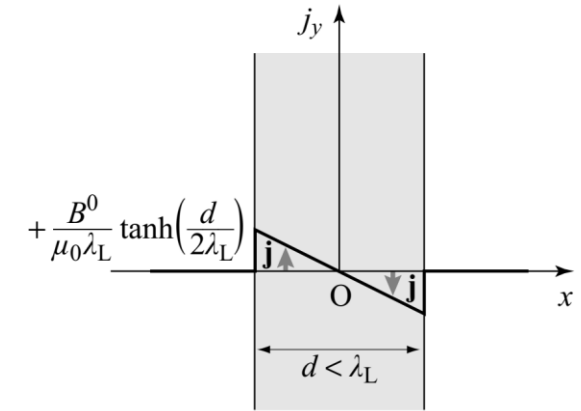
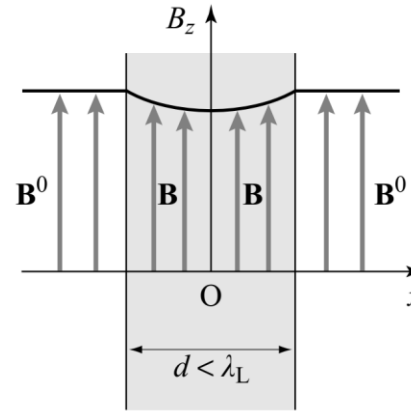
$$\langle \bar{M} \rangle \approx -\bar{B}^0 \frac{V}{\mu_0} \left[1 - \frac{2\lambda_L}{d} \right] \text{ para } \lambda_L \gg d$$

Midiendo $\bar{m} = V \langle \bar{M} \rangle$ para varios d se puede ajustar λ_L

Los valores de \bar{m} son chicos (no es facil medirlos)!!

2) Esferas nanométricas superconductoras ($\lambda_L > R$) en medio aislante.

VER PROBLEMA DE LA PRACTICA



$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

Mediciones de λ_L

Se mide una dependencia empírica con la temperatura del tipo:

$$\lambda_L(T) = \lambda_L(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2}$$

Donde $\lambda_L(0)$ es un parámetro de ajuste que indicaría λ_L a $T = 0$.

Los valores medidos de $\lambda_L(0)$ dan mayores a los estimados a partir de la Teoría de London de acuerdo a:

$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n e^2}$$

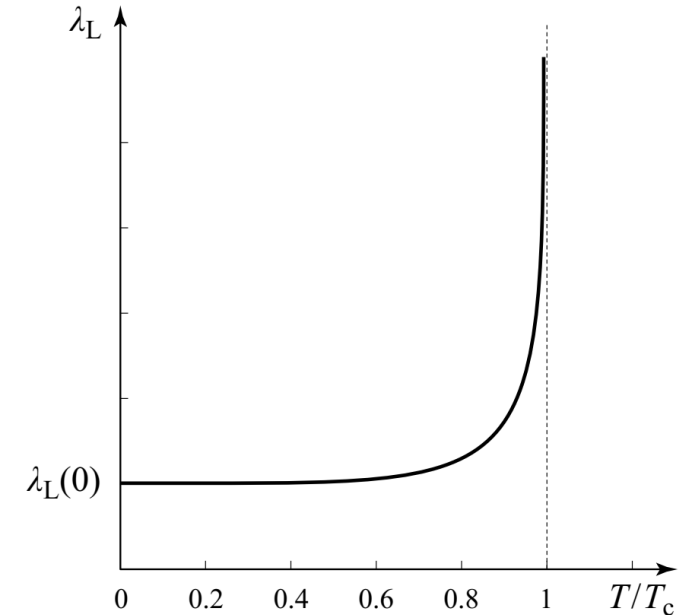


Table 2.1 - Values for the LONDON penetration depths as calculated and measured for a few metals

Element	Al	Sn	Pb	Cd	Nb
Theoretical λ_L [nm]	10	34	37	110	39
Measured λ [nm] extrapolated to 0 K	50	51	39	130	44

Superconductivity,
P. Mangin and R. Kahn

Valores experimentales de λ_L

Parameter	Al	In	Sn	Pb	Nb	Reference
Penetration depth λ , nm	$\left\{ \begin{array}{l} 51 \\ 50 \\ 16 \end{array} \right.$	24	31	32	32	Buckel (1991)
		47	52	47		Huebener (1979)
		65	50	40	85	Orlando and Delin (1991)
		21	36	37	39	Van Duzer and Turner (1981)

Material	T_c (K)	λ (nm)	Source
Nb ₃ Sn (A15)	18	65	Orlando and Delin (1991)
Nb ₃ Ge (A15)	23.2	90	Orlando and Delin (1991)
K ₃ C ₆₀	19	240	Holczer <i>et al.</i> (1991)
Rb ₃ C ₆₀	29.6	247	Sparn <i>et al.</i> (1992)
(La _{0.925} Sr _{0.075}) ₂ CuO ₄ ^b	37	200	Poole <i>et al.</i> (1988)
YBa ₂ Cu ₃ O ₇ ^b	89	170	Poole <i>et al.</i> (1988)

Superconductivity,
C. Poole et al,;